

1. 유리수 $\frac{14}{2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^2}$ 에 어떤 수 a 를 곱하여 유한소수를 만들 때, 가장 작은 자연수 a 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$\frac{14}{2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^2} = \frac{1}{2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7}$ 이므로
 $\frac{2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7}{2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7} \times a$ 가
유한소수가 되도록 하는 a 는
21입니다.

2. 다음 분수 $\frac{5}{27}$ 을 순환소수로 나타내었을 때 순환마디는?

- ① 5 ② 27 ③ 15 ④ 58 ⑤ 185

해설

$5 \div 27 = 0.185185\cdots$, 순환마디 185

3. 다음 중 $x = 21.10\dot{3}$ 을 분수로 나타내는 계산에서 쓰이는 식은?

① $10x - x$

② $100x - x$

③ $1000x - 100x$

④ $100x - 10x$

⑤ $1000x - x$

해설

$x = 21.10\dot{3} = 21.10333\cdots$ 이므로 이를 분수로 나타내기 위한 식은 $1000x - 100x$ 이다.

4. 다음 중 순환소수를 분수로 나타내는 계산과정이 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $0.\dot{5}\dot{1} = \frac{51}{99}$
③ $1.2\dot{3} = \frac{123 - 12}{90}$
⑤ $3.20\dot{5} = \frac{205}{999}$

② $0.4\dot{0}\dot{3} = \frac{403 - 2}{99}$
④ $2.5\dot{1}\dot{8} = \frac{2518 - 25}{990}$

해설

① $0.\dot{5}\dot{1} = \frac{51}{99}$
② $0.4\dot{0}\dot{3} = \frac{403 - 4}{990}$
③ $1.2\dot{3} = \frac{123 - 12}{90}$
④ $2.5\dot{1}\dot{8} = \frac{2518 - 25}{990}$
⑤ $3.20\dot{5} = \frac{3205 - 3}{999}$

5. 다음 중 가장 큰 수는?

① 0.72

② $0.7\dot{2}$

③ $0.\dot{7}$

④ 0.7

⑤ $0.\dot{7}\dot{2}$

해설

① 0.72

② $0.7\dot{2} = 0.7222\cdots$

③ $0.\dot{7} = 0.777\cdots$

④ 0.7

⑤ $0.\dot{7}\dot{2} = 0.727272\cdots$

따라서 가장 큰 수는 $0.\dot{7}$ 이다.

6. $\frac{3}{4}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값은? (단, a, n 은 자연수)

① 69 ② 72 ③ 75 ④ 76 ⑤ 77

해설

$$\frac{3 \times 5^2}{4 \times 5^2} = \frac{75}{10^2}, a+n = 75+2 = 77$$

7. 두 유리수 $\frac{5}{84}$, $\frac{49}{45}$ 에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 두 수 모두 유한 소수가 되게 하려고 할 때, a 의 값은?

① 9 ② 21 ③ 63 ④ 108 ⑤ 189

해설

$\frac{5}{84} = \frac{5}{2^2 \times 3 \times 7}$, $\frac{49}{45} = \frac{7^2}{3^2 \times 5}$ 이므로
가장 작은 자연수 a 는 $3^2 \times 7$

8. $\frac{21}{2^2 \times 5 \times a}$ 을 소수로 나타내면 무한소수가 된다고 한다. a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\frac{21}{2^2 \times 5 \times a}$ 이 무한소수가 되기 위해서는 분모에 2, 5 이외의 소인수가 있어야 하는데, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 9이다.

9. $\frac{a}{48}, \frac{a}{112}$ 가 모두 유한소수로 나타내어지도록 하는 가장 작은 자연수 a 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\frac{a}{48} = \frac{a}{2^4 \times 3}$$

$$\frac{a}{112} = \frac{a}{2^4 \times 7}$$

유한소수가 되려면 a 는 21 의 배수

10. 유리수 $\frac{15a}{84}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 이때, a 가 될 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{15a}{84} = \frac{3 \times 5 \times a}{2^2 \times 3 \times 7}$$

a 가 7 의 배수이면 유한소수가 된다.

$$\therefore a = 7$$

11. 소수 $0.038888\cdots$ 을 기약분수로 나타내었을 때, 분모와 분자의 합은?

- ① 938 ② 935 ③ 187 ④ 184 ⑤ 1037

해설

$$0.038888\cdots = 0.03\dot{8} = \frac{38-3}{900} = \frac{7}{180} \text{ 이므로}$$

분모와 분자의 합은 187 이다.

12. 부등식 $\frac{7}{10} < x \leq 1.\dot{9}$ 을 만족시키는 정수 x 의 갯수는?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$$1.\dot{9} = \frac{18}{9} = 2$$

$$\frac{7}{10} < x \leq 2$$

$$\therefore x = 1, 2$$

즉, 2개

13. $\frac{1}{5} < 0.\dot{x} \leq \frac{1}{3}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 더하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{5} < \frac{x}{9} &\leq \frac{1}{3} \\ \frac{9}{45} < \frac{5x}{45} &\leq \frac{15}{45} \\ 9 < 5x &\leq 15 \\ \frac{9}{5} < x &\leq 3\end{aligned}$$

만족하는 x 의 값은 2, 3이므로 모두 더하면 5이다.

14. 자연수 x, y 에 대하여 $0.3\dot{0}\dot{x} = \frac{y}{330}$ 일 때, 이 조건을 만족시키는 x, y 에 대하여 $x \times y$ 의 값을 구하여라. (단, $xy < 500$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 300

해설

$$0.3\dot{0}\dot{x} = \frac{300 + x - 3}{990} = \frac{297 + x}{990}$$

$$\frac{y}{330} = \frac{y \times 3}{330 \times 3} = \frac{3y}{990}$$

$$\therefore, \frac{297 + x}{990} = \frac{3y}{990} \text{ 이므로 } 297 + x = 3y$$

이때, $3y$ 는 3 의 배수이므로 $297 + x$ 도 3 의 배수이어야 한다.

따라서, $0 < x \leq 9$ 인 정수이므로 $x = 3, 6, 9$ 이다.

$x = 3$ 일 때, $y = 100$

$x = 6$ 일 때, $y = 101$

$x = 9$ 일 때, $y = 102$

$\therefore x \times y = 300$ ($\because x \times y < 500$)

15. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

16. $\frac{2}{125}$ 를 유한소수로 나타내기 위하여 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a + n$ 의 최솟값을 구하여라. (단, a, n 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\frac{2}{125} = \frac{2}{5^3}$ 의 분자, 분모에 2^3 을 곱하면 $\frac{2^4}{2^3 \times 5^3} = \frac{16}{10^3}$
 $\therefore a = 16, n = 3$
 $\therefore a + n = 16 + 3 = 19$

17. 유리수 $\frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}$ 중에서 유한소수는 모두 몇 개인가?

- ① 8개 ② 9개 ③ 10개 ④ 11개 ⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만 $2^4, 2^5, 2^6$

분모가 5의 거듭제곱으로만 5^2

2와 5의 거듭제곱으로만 $2 \times 5, 2^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^4 \times 5, 2 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$

$\therefore$ 10개

18. 경식은 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것은?

① $4 \div 25$

② $3 \div 18$

③ $11 \div 50$

④ $7 \div 4$

⑤ $21 \div 14$

해설

② $3 \div 18 = 0.16666\ldots$ 이므로 순환마디가 6 인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

19. 자연수 $a, b(a < b)$ 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b}$ 를 순환소수로 나타내면

$0.\overline{xyz}$ 가 된다. b 가 될 수 있는 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 37

▷ 정답 : 111

▷ 정답 : 333

▷ 정답 : 999

해설

순환소수 $0.\overline{xyz}$ 는 약분하기 전의 분모가 999 이어야 하므로 기약분수의 분모로 가능한 수는 999 의 약수이다.
이 때, $999 = 3^3 \times 37$ 이므로 999 의 약 수는 1, 3, 9, 27, 37, 111, 333, 999 이다.
그런데 기약분수의 분모가 1, 3, 9 인 숫자는 순환마디의 숫자의 개수가 1개이므로 조건에 맞지 않는다.
따라서 조건에 맞는 분모는 27, 37, 111, 333, 999 이다.

20. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}}=0.1$$

- ① 0.5
- ② 0.6
- ③ 0.7
- ④ 0.8
- ⑤ 0.9

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}}&=\frac{1}{1-\frac{1}{\frac{x}{x-1}}}\\&=\frac{1}{1-\frac{x}{x-1}}\\&=\frac{1}{\frac{x-1}{x-1}-\frac{x}{x-1}}\\&=\frac{1}{\frac{-1}{x-1}}=-x+1\\-x+1&=0.1\\\therefore x&=1-0.1\\&=1-\frac{1}{10}\\&=\frac{9}{10}\\&=0.9\end{aligned}$$

21. $0.\dot{a}b\dot{c}$ 를 분수로 고치면 $\frac{213}{330}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{213}{330} = \frac{639}{990} = 0.64\dot{5} \text{ 이므로}$$

$a = 6, b = 4, c = 5$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 15$$

22. 다음은 순환소수 $6.7\dot{3}5\dot{2}$ 를 분수로 나타내는 과정이다. ㉔) ~ ㉞)에 들어갈 수로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

$x = 6.7\dot{3}5\dot{2}$ 로 놓으면 $x = 6.7352352\cdots$ ㉑
㉑의 양변에 $\boxed{\text{㉒}}$ 을 곱하면
 $\boxed{\text{㉒}}x = 67352.352352\cdots$ ㉓
㉑의 양변에 $\boxed{\text{㉔}}$ 을 곱하면
 $\boxed{\text{㉔}}x = 67.352352\cdots$ ㉕
㉓ - ㉕을 하면 $\boxed{\text{㉖}}x = \boxed{\text{㉗}}$
 $\therefore x = \boxed{\text{㉘}}$

- ① ㉒) 10000 ② ㉔) 10 ③ ㉕) 9999
- ④ ㉖) 67285 ⑤ ㉗) $\frac{13457}{9999}$

해설

$x = 6.7\dot{3}5\dot{2}$ 으로 놓으면 $x = 6.7352352\cdots$ ㉑
㉑의 양변에 10000을 곱하면
 $10000x = 67352.352352\cdots$ ㉓
㉑의 양변에 10을 곱하면
 $10x = 67.352352\cdots$ ㉕
㉓ - ㉕을 하면 $9990x = 67285$
 $\therefore x = \frac{13457}{1998}$

23. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 영철이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}7$ 이 되었고, 영은이는 분모를 잘못 보아서 답이 $1.3\dot{5}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{61}{99}$

해설

영철 : $0.\dot{3}7 = \frac{37}{99}$,

영은 : $1.3\dot{5} = \frac{135 - 13}{90} = \frac{61}{45}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{영은이가 본 분자})}{(\text{영철이가 본 분모})} = \frac{61}{99} = A$ 이다.

24. $0.\dot{4}$ 와 $0.\dot{7}$ 사이의 분모가 90 인 분수 중 소수로 나타내었을 때 유한소수가 되는 것의 개수는 n 개이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 : 3 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$$0.\dot{4} < \frac{a}{90} < 0.\dot{7}$$

$$\frac{4}{9} < \frac{a}{90} < \frac{7}{9}$$

$$\frac{40}{90} < \frac{a}{90} < \frac{70}{90}$$

유한소수가 되기 위해 a 는 9 의 배수여야 하므로
40 과 70 사이의 9 의 배수는 45, 54, 63 의 3 개이다.

25. 자연수 n 과 유리수 x, y 에 대하여 $xy = -1$ 일 때, $x^{2n-1} + x^{1-2n} + y^{2n-1} + y^{1-2n} + (xy)^{2n-1} + (xy)^{1-2n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$xy = -1$ 이면 $\frac{1}{x} = -y, \frac{1}{y} = -x$ 이므로

$$\begin{aligned} & x^{2n-1} + x^{1-2n} + y^{2n-1} + y^{1-2n} \\ & + (xy)^{2n-1} + (xy)^{1-2n} \\ & = x^{2n-1} + \left(\frac{1}{x}\right)^{2n-1} + y^{2n-1} + \left(\frac{1}{y}\right)^{2n-1} \\ & + (-1)^{2n-1} + (-1)^{1-2n} \\ & = x^{2n-1} + (-y)^{2n-1} + y^{2n-1} + (-x)^{2n-1} \\ & + (-1)^{2n-1} + (-1)^{1-2n} \end{aligned}$$

자연수 n 에 대하여 $2n - 1$ 은 홀수이므로

$$\begin{aligned} \therefore & x^{2n-1} + x^{1-2n} + y^{2n-1} + y^{1-2n} \\ & + (xy)^{2n-1} + (xy)^{1-2n} \\ & = x^{2n-1} - y^{2n-1} + y^{2n-1} - x^{2n-1} - 1 - 1 \\ & = -2 \end{aligned}$$

26. 분수 $\frac{7a}{130}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고 이 분수를 기약분수로 나타내면 분자는 4의 배수가 된다고 한다. 이 때, 자연수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 104

해설

$\frac{7a}{130} = \frac{7a}{2 \times 5 \times 13}$ 이므로 유한소수가 되기 위해서는 a 가 13의 배수가 되어야 한다.

또한 분모에 소인수 2를 가지고 있으므로 기약분수로 만들었을 때, 분자가 4의 배수가 되려면 13과 8을 인수로 가지고 있어야 한다.

따라서 a 는 8과 13의 공배수 이어야 한다.

따라서 자연수 a 의 최솟값은 8과 13의 최소공배수이다.

$\therefore 8 \times 13 = 104$

27. 분수 $\frac{a}{440}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이 된다. 이때, a 의 값은 모두 몇 개인가? (단, $b > 1$)

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

해설

$\frac{a}{2^3 \times 5 \times 11}$ 가 유한소수가 되려면 a 의 값은 11 의 배수가 되어야 한다. 또한 기약분수로 고쳤을 때 분자의 값이 1 이 되어야 하므로 a 의 값은 분모의 인수 11 의 값을 반드시 포함하되 2와 5를 적절히 조합하여야 한다. 따라서 가능한 a 의 값은 11, 2×11 , $2^2 \times 11$, $2^3 \times 11$, 5×11 , $2 \times 5 \times 11$, $2^2 \times 5 \times 11$ 의 총 7 개다. ($b > 1$ 이므로 $2^3 \times 5 \times 11$ 은 해당되지 않는다.)

28. $\frac{4}{27}$ 를 소수로 나타내었을 때, x_n 은 소수점 아래 n 번째 수를 나타낸다.

다음 값을 구하여라.

$$x_1 + x_3 + x_5 + x_7 + x_9 + \cdots + x_{41}$$

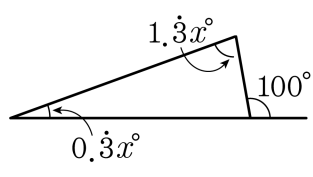
▶ 답 :

▷ 정답 : 91

해설

$$\frac{4}{27} = 0.\dot{1}4\dot{8}, \quad x_1 = 1, \quad x_3 = 8, \quad x_5 = 4, \cdots x_7 = 1, \cdots$$
$$\therefore (\text{준식}) = 7 \times (1 + 8 + 4) = 91$$

29. 다음 삼각형에서 x 의 값은?



- ① 50 ② 60 ③ 70 ④ 80 ⑤ 90

해설

삼각형의 두 내각의 합과 이웃하지 않는 한 외각의 크기는 같으므로 $0.3x^\circ + 1.3x^\circ = 100^\circ$ 가 된다.

$$0.3x + 1.3x = \frac{3}{9}x^\circ + \frac{12}{9}x^\circ = 100^\circ$$

$$\frac{15}{9}x^\circ = 100, 15x^\circ = 900^\circ$$

$$\therefore x = 60$$

30. 어떤 자연수에 $1.0\dot{4}$ 를 곱해야 할 것을 잘못하여 1.04 를 곱했더니 정답과 오답의 차가 0.4 가 되었다. 그 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$$x \times 1.0\dot{4} - x \times 1.04 = 0.4$$

$$x \times \left(\frac{94}{90} - \frac{104}{100} \right) = \frac{4}{9}$$

$$x \times \frac{4}{900} = \frac{4}{9}$$

$$\therefore x = 100$$

31. $\frac{5}{333} = x$ 라 할 때, $x \times (999.9 - 1)$ 의 값은?

① 9

② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

해설

$$(\text{준식}) = \frac{5}{333} \times (1000 - 1) = \frac{5}{333} \times 999 = 15$$

32. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 정수와 무한소수의 합은 순환소수이다.
- ② 유한소수와 순환소수의 합은 순환소수이다.
- ③ 무한소수와 순환소수의 합은 순환소수이다.
- ④ 자연수와 유한소수의 합은 유한소수이다.
- ⑤ 유한소수와 무한소수의 합은 유한소수이다.

해설

- ① 정수와 무한소수의 합은 무한소수이다.
- ③ 무한소수와 순환소수의 합은 무한소수이다.
- ⑤ 유한소수와 무한소수의 합은 무한소수이다.
무한소수에는 순환하지 않는 무한소수도 있다.