

1. 다항식 $2x^3 + x^2 + 3x$ 를 $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지는?

① $x - 1$

② x

③ 1

④ $x + 3$

⑤ $3x - 1$

해설

직접 나누어보면

$$(2x + 1) + \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

몫 : $2x + 1$, 나머지 : $x - 1$

2. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니, $(x + ay)(x - by + c)$ 가 되었다.
이 때, a, b, c 를 순서대로 쓴 것은?

① $-1, 0, 1$

② $-1, 1, 2$

③ $-2, -1, 1$

④ $-1, -1, -2$

⑤ $-1, 2$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - y^2 + 2y &= (x + y)(x - y) - 2(x - y) \\ &= (x - y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = -1, c = -2$$

3. $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여 $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2000

해설

$a = 1999$ 라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1} &= \frac{a^3+1}{a^2-a+1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1} \\ &= a+1 = 2000 \end{aligned}$$

4. $(1+ai)^2 = 2i$ (a 는 실수)라 할 때 $(1+ai)(1-ai)$ 의 값을 구하시오.
(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(1+ai)^2 &= 2i \text{ 에서 } (1-a^2) + 2ai = 2i \\ \text{복소수의 상등에서 } 1-a^2 &= 0, 2a = 2 \\ \therefore a &= 1 \\ \therefore (1+ai)(1-ai) &= (1+i)(1-i) \\ &= 1 - (-1) \\ &= 2\end{aligned}$$

5. $z = \frac{2}{1+i}$ 에 대하여 $z^2 - 2z + 3$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ -1

해설

$$z = \frac{2}{1+i} = 1-i$$

$$z^2 - 2z + 3 = (1-i)^2 - 2(1-i) + 3 = 1$$

6. α, β 가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\beta}$ 는 β 의 켤레복소수이다.)

- ㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

㉡ $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$ 이다.

㉢ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 반례 : $\alpha = 1, \beta = i$

㉡ (생략)

㉢ $\alpha = x + yi$ 라 하면
 $\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2(x, y \text{는 실수})$
 $x^2 + y^2 = 0$ 이려면 $x = 0, y = 0$
즉, $\alpha = 0$

7. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 + (2k+1)x + 6 = 0$ 의 해가 2, α 일 때, $k + \alpha$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

해가 2, α 라면 방정식에 2를 대입하면 0이 된다.

$$k \cdot 2^2 + (2k+1)2 + 6 = 0$$

$$4k + 4k + 8 = 0 \text{에서 } k = -1$$

$k = -1$ 을 방정식에 대입하고 α 를 구한다.

$$-x^2 - x + 6 = 0, x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$$

$$\therefore k = -1, \alpha = -3$$

$$\therefore k + \alpha = -4$$

8. 이차방정식 $x^2 + (m+1)x + m + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 모든 실수 m 의 값의 합을 구하면?

① -3

② 0

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

중근을 가지므로, 판별식 $D = 0$

$$D = (m+1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m+4) = m^2 - 2m - 15 = 0$$

$$(m-5)(m+3) = 0 \quad \therefore m = -3, 5$$

$$\therefore m \text{의 값의 합은 } -3 + 5 = 2$$

9. 이차방정식 $ax^2 + 4x - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 a 값의 범위는?

① $a > -2$

② $-2 < a < 0, a > 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a > 2$

⑤ $a < 0, 0 < a < 2$

해설

$ax^2 + 4x - 2 = 0$ 에서

(i) 이차방정식이므로 x^2 의 계수는 $a \neq 0$ 이어야 한다.

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = 2^2 - (-2a) > 0, 2a + 4 > 0$$

$$\therefore a > -2$$

따라서 실수 a 값의 범위는

$$-2 < a < 0 \text{ 또는 } a > 0$$

10. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때 실수 a, b 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

계수가 실수이므로 한 근이 $1 + 2i$ 이면 다른 한 근은 $1 - 2i$ 이다.

(두 근의 합) $= (1 + 2i) + (1 - 2i) = -a \cdots \cdots \textcircled{1}$

(두 근의 곱) $= (1 + 2i)(1 - 2i) = b \cdots \cdots \textcircled{2}$

$\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서

$a = -2, b = 5$ 이다.

11. 이차함수 $y = x^2 + (k - 3)x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않을 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $-1 < k < 7$

② $-1 < k < 8$

③ $0 < k < 9$

④ $1 < k < 9$

⑤ $1 < k < 10$

해설

주어진 이차함수의 그래프가
 x 축과 만나지 않으려면
이차방정식 $x^2 + (k - 3)x + k = 0$ 이
실근을 갖지 않아야 하므로
 $D = (k - 3)^2 - 4k < 0$
 $k^2 - 10k + 9 < 0, (k - 1)(k - 9) < 0$
 $\therefore 1 < k < 9$

12. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ ($0 \leq x \leq 3$) 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4 \text{ 에서}$$

$x = 1$ 일 때 최솟값 : -4,

$x = 3$ 일 때 최댓값 : 0

$$\text{최댓값} + \text{최솟값} = -4$$

13. 다항식 $x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$ 의 차수는?

① 2차

② 3차

③ 6차

④ 7차

⑤ 8차

해설

$$\begin{aligned} & x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right) \\ &= x^2(x^2+1)(x^2+2x+3) \\ &\therefore 6\text{차 다항식} \end{aligned}$$

14. 사차식 $3x^4 - 5x^2 + 4x - 7$ 을 이차식 A 로 나누었더니 몫이 $x^2 - 2$ 이고 나머지가 $4x - 5$ 일 때, 이차식 A 를 구하면?

① $3x^2 - 2$

② $3x^2 - 1$

③ $3x^2$

④ $3x^2 + 1$

⑤ $3x^2 + 2$

해설

$$\text{검산식 : } 3x^4 - 5x^2 + 4x - 7 = A(x^2 - 2) + 4x - 5$$

$$A = \frac{3x^4 - 5x^2 - 2}{x^2 - 2} = 3x^2 + 1$$

15. $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2$ 이고 $ab \neq 0$ 일 때, 다음 중 성립하는 것을 고르면? (단, 문자는 모두 실수이다.)

① $ax + by = 0$

② $a + b = x + y$

③ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

④ $x = y$

⑤ $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

해설

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ax + by)^2 = 0 \text{ 을}$$

간단히 정리하면

$$a^2y^2 + b^2x^2 - 2abxy = 0$$

$$\text{즉, } (ay - bx)^2 = 0$$

$$\therefore ay - bx = 0 (\because a, x, b, y \text{ 는 실수})$$

$$\text{따라서, } ay = bx \text{ 에서 } \frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$

16. $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$ 의 값을 구하면?

- ① $2^{32} - 1$ ② $2^{32} + 1$ ③ $2^{31} - 1$
④ $2^{31} + 1$ ⑤ $2^{17} - 1$

해설

주어진 식에 $(2 - 1) = 1$ 을 곱해도 식은 성립하므로
 $P = (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$
 $= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$
 $= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$
 $= \vdots$
 $= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1)$
 $= 2^{32} - 1$

17. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 5$ 에 대하여 $f(x-1) = x^3 + Ax^2 + Bx + C$ 일 때, 상수 $A \times B \times C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

$$\begin{aligned} f(x-1) &= (x-1)^3 - 3(x-1)^2 + 2(x-1) + 5 \\ &= x^3 + Ax^2 + Bx + C \cdots \text{㉠} \end{aligned}$$

㉠은 x 에 대한 항등식이므로 양변에 $x = 0, 1, 2$ 를 차례로 대입하면,

$$x = 0 \text{ 일 때, } -1 = C$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } 5 = 1 + A + B + C$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } 5 = 8 + 4A + 2B + C$$

위의 세 식을 연립하여 풀면

$$A = -6, B = 11, C = -1$$

18. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+3 을 $(x-1)^2$ 을 나누었을 때 나머지가 $2x+1$ 이 되도록 상수 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

최고차항의 계수가 1이므로
 x^3+ax^2+bx+3
 $= (x-1)^2(x+k)+2x+1$
 $= x^3+(k-2)x^2+(3-2k)x+k+1$
양변의 계수를 비교하면
 $a=k-2, b=3-2k, 3=k+1$
 $k=2$ 이므로 $a=0, b=-1$
 $\therefore a-b=0-(-1)=1$

19. $(x^3 - x^2 - 2x + 1)^5 = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \cdots + a_{15}(x-1)^{15}$
일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{14}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots - a_{15} \cdots \textcircled{1}$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{15} \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면

$$2 = 2(a_0 + a_2 + \cdots + a_{14}) \text{이다.}$$

$$\therefore a_0 + a_2 + \cdots + a_{14} = 1$$

20. 두 다항식 $f(x) = x^2 + 3x + a$, $g(x) = x^3 + ax$ 를 $x+2$ 로 나눈 나머지가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$f(x) = x^2 + 3x + a$, $g(x) = x^3 + ax$ 에서

$f(-2) = g(-2)$ 이므로

$$4 - 6 + a = -8 - 2a$$

$$\therefore a = -2$$

21. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x+1, x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 각각 4, -18 이라고 한다. $f(x)$ 를 $(x+1)(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $x+4$

② $x-4$

③ $22x+26$

④ $22x-26$

⑤ $x-18$

해설

$$f(-1) = 4, f(-2) = -18$$

$$f(x) = (x+1)(x+2)Q(x) + ax + b$$

$$-a + b = 4, -2a + b = -18$$

$$\therefore a = 22, b = 26$$

22. x 에 대한 다항식 $x^3 + 2x^2 - ax + b$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어질 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - ax + b = (x^2 + x - 2)Q(x) \\ = (x + 2)(x - 1)Q(x)$$

인수정리에 의해 $x = -2, x = 1$ 을 대입하면 우변이 0 이 된다.

$$\therefore f(-2) = -8 + 8 + 2a + b = 0$$

$$f(1) = 1 + 2 - a + b = 0 \text{ 연립하면, } a = 1, b = -2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 5$$

23. 다항식 $x^4 + x^2y^2 + 25y^4$ 을 인수분해 하였더니 $(x^2 + mxy + 5y^2)(x^2 + nxy + 5y^2)$ 가 되었다. 이 때 상수 m, n 의 합 $m + n$ 의 값을 구하면?

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 10x^2y^2 + 25y^4 - 9x^2y^2 \\ &= (x^2 + 5y^2)^2 - (3xy)^2 \\ &= (x^2 + 5y^2 - 3xy)(x^2 + 5y^2 + 3xy) \\ \therefore m + n &= 0\end{aligned}$$

24. $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

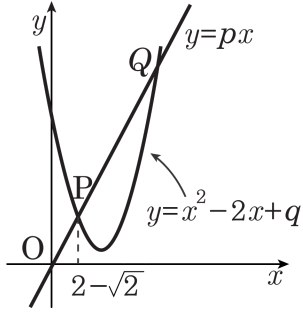
25. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(m - a + 1)x + m^2 + a^2 - 2b = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 a, b 의 값을 정하면?

- ① $a = -1, b = \frac{1}{2}$ ② $a = 1, b = \frac{1}{2}$
③ $a = -1, b = -\frac{1}{2}$ ④ $a = 1, b = -\frac{1}{2}$
⑤ $a = 1, b = -1$

해설

$\frac{D}{4} = 0$ 이므로
 $(m - a + 1)^2 - (m^2 + a^2 - 2b) = 0$,
 m 에 관하여 정리하면
 $2(-a + 1)m - 2a + 2b + 1 = 0$
 m 에 관계없이 성립하므로
 $2(-a + 1) = 0, -2a + 2b + 1 = 0$
 $\therefore a = 1, b = \frac{1}{2}$

26. 다음 그림과 같이 직선 $y = px$ 와 이차함수 $y = x^2 - 2x + q$ 의 그래프가 두 점 P, Q 에서 만나고 점 P 의 x 좌표가 $2 - \sqrt{2}$ 이다. 이때, 유리수 p, q 의 곱 pq 의 값은?



- ① 1 ② 4 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

두 점 P, Q 의 x 좌표는
 이차방정식 $x^2 - 2x + q = px$ 의 두 실근이다.
 $x^2 - (p + 2)x + q = 0$ 에서 p, q 는 유리수이므로
 한 근이 $2 - \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $2 + \sqrt{2}$ 이다.
 따라서 근과 계수의 관계에 의하여
 $(2 - \sqrt{2}) + (2 + \sqrt{2}) = p + 2$
 $\therefore p = 2$
 $(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = q$
 $\therefore q = 2$
 $\therefore pq = 4$

27. 실수 x, y 가 $x^2 - y^2 = 4$ 를 만족할 때, $2x - y^2$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^2 - y^2 = 4 \text{ 에서 } y^2 = x^2 - 4 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

이 때, $y^2 \geq 0$ 이므로 $x^2 - 4 \geq 0$

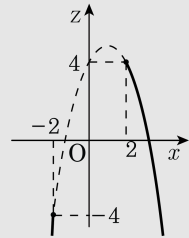
$$\therefore x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 2$$

$$2x - y^2 = 2x - (x^2 - 4) = -x^2 + 2x + 4$$

$$= -(x - 1)^2 + 5$$

$f(x) = -(x - 1)^2 + 5$ 로 놓으면

$x \leq -2, x \geq 2$ 에서 함수 $z = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같다.



따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값은 4 이다.

28. x, y, z 가 실수일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

$4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$
 $= -(x^2 - 4x) - y^2 - z^2 + 5$
 $= -(x - 2)^2 - y^2 - z^2 + 9$
 x, y, z 는 실수이므로
 $(x - 2)^2 \geq 0, y^2 \geq 0, z^2 \geq 0$
따라서 $4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$ 는
 $x - 2 = 0, y = 0, z = 0$ 일 때,
최댓값 9를 갖는다.

29. $x + y = 2$, $x^3 + y^3 = 14$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $xy = -1$

② $x^2 + y^2 = 6$

③ $x^4 + y^4 = 34$

④ $x^5 + y^5 = 86$

⑤ $x^6 + y^6 = 198$

해설

① $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$ 에서

$$14 = 2^3 - 3xy \times 2$$

$$\therefore xy = -1$$

② $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$ 에서

$$x^2 + y^2 = 2^2 - 2(-1) = 6$$

③ $x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2$ 에서

$$x^4 + y^4 = 6^2 - 2(-1)^2 = 34$$

④ $x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y)$ 에서

$$x^5 + y^5 = 6 \times 14 - (-1)^2 \times 2 = 82 \neq 86$$

⑤ $x^6 + y^6 = (x^3 + y^3)^2 - 2x^3y^3$ 에서

$$x^6 + y^6 = 14^2 - 2(-1)^3 = 198$$

30. x, y, z 가 삼각형의 세 변의 길이이고, $xz^2 - yz^2 + yx^2 + zx^2 - zy^2 - xy^2 = 0$ 을 만족할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?
- ① z 가 빗변인 직각삼각형

② x 가 빗변인 직각삼각형

③ $x = y$ 인 이등변삼각형

④ $y = z$ 인 이등변삼각형

⑤ $z = x$ 인 이등변삼각형

해설

$$xz^2 - yz^2 + yx^2 + zx^2 - zy^2 - xy^2 = 0$$
$$(x - y)z^2 + (x^2 - y^2)z + (x - y)xy = 0$$
$$(x - y)\{z^2 + (x + y)z + xy\} = 0$$
$$(x - y)(z + x)(z + y) = 0 \therefore x = y \text{ (}\because x, y, z \text{는 모두 양수)}$$
$$\therefore x = y \text{인 이등변삼각형}$$

31. $\alpha = a + bi$ (a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$) 일 때, $\alpha' = b + ai$ 라 한다.

$\alpha = \frac{\sqrt{3} + i}{2}$ 일 때, $2\alpha^5(\alpha')^4$ 을 간단히 하면?

① $1 + i$

② $1 - i$

③ $2 + i$

④ $2 - i$

⑤ $\sqrt{3} + i$

해설

$\alpha = a + bi$, $\alpha' = b + ai$ 이므로

$$\alpha\alpha' = (a + bi)(b + ai) = (a^2 + b^2)i$$

그런데 $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i = a + bi$ 에서

$$a = \frac{\sqrt{3}}{2}, b = \frac{1}{2} \quad \therefore \alpha\alpha' = \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right)i = i$$

$$\therefore (\text{준식}) = 2\alpha(\alpha \cdot \alpha')^4 = 2 \cdot \frac{\sqrt{3} + i}{2} \cdot i^4 = \sqrt{3} + i$$

32. 복소수 z 에 대해 $z = i^m + i^n, m, n$ 은 양의 정수인 z 의 개수를 구하면 몇 개나 될 것인지 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① 6개
- ② 7개
- ③ 8개
- ④ 9개
- ⑤ 10개

해설

$m = 1, n = 1, z = i + i = 2i$

$m = 1, n = 2, z = i - 1$

$m = 1, n = 3, z = i - i = 0$

$m = 1, n = 4, z = i + 1$

$m = 1, n = 5, z = i + i = 2i$

	1	2	3	4
1	$2i$	$i - 1$	0	$i + 1$
2	$-1 + i$	-2	$-1 - i$	0
3	0	$-i - 1$	$-2i$	$-i + 1$
4	$1 + i$	0	$1 - i$	2

$z = 0, 2, -2, 2i, -2i, 1 + i, -1 + i, -1 - i, 1 - i$

$\therefore$ 9개

33. $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5$ 의 값을 구하면?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \\ 2\alpha &= -1 + \sqrt{3}i \\ 2\alpha + 1 &= \sqrt{3}i \\ \text{양변을 제곱하여 정리하면} \\ \alpha^2 + \alpha + 1 &= 0 \\ \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 \\ &= \alpha(\alpha^2 + \alpha + 1) + (\alpha^2 + \alpha + 1) + 4 \\ &= 4\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \alpha + 1 &= 0 \text{ 을 얻은 후 } \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 \text{ 를 } \alpha^2 + \alpha + 1 \text{ 로} \\ &\text{나누면} \\ \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 \\ &= (\alpha^2 + \alpha + 1)(\alpha + 1) + 4 \\ &= 4 \text{ (}\because \alpha^2 + \alpha + 1 = 0\text{)}\end{aligned}$$

34. $2x^2 - 3xy + my^2 - 3x + y + 1$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 상수 m 의 값은?

① -3 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$2x^2 - 3xy + my^2 - 3x + y + 1$$

$$= 2x^2 - (3y + 3)x + my^2 + y + 1$$

이 두 일차식의 곱으로 인수분해되므로

$$D = (3y + 3)^2 - 8(my^2 + y + 1)$$

$$= 9y^2 + 18y + 9 - 8my^2 - 8y - 8$$

$$= (9 - 8m)y^2 + 10y + 1$$

여기서 $D/4 = 25 - (9 - 8m) = 0$ 이어야 하므로

$$25 - 9 + 8m = 0$$

$$8m = -16$$

$$\therefore m = -2$$

35. α, β 가 x 에 관한 이차방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 의 두 근일 때, 다음 방정식의 근은?

$(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$

- ① α, β

② $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$

③ p, q
- ④ $\frac{1}{p}, \frac{1}{q}$

⑤ $-p, -q$

해설

방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 을 정리하면
 $x^2+(p+q)x+(pq-k)=0$
이 방정식의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha+\beta=-(p+q), \alpha\beta=pq-k\cdots\textcircled{㉠}$
방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 을 정리하면
 $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta+k=0$
 $\therefore x^2+(p+q)x+pq=0$ ($\because \textcircled{㉠}$ 대입)
 $\therefore (x+p)(x+q)=0$
따라서 구하는 두 근은 $x=-p, -q$

36. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 4a - 4$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = x^2 - 2ax + 4a - 4 = (x - a)^2 - a^2 + 4a - 4$
이므로 $x = a$ 일 때 최솟값 $-a^2 + 4a - 4$ 를 가진다.
 $\therefore m = -a^2 + 4a - 4 = -(a - 2)^2$
따라서 m 은 $a = 2$ 일 때 최댓값 0을 가진다.

37. 복소수 α, β 는 $\alpha\bar{\alpha} = 1, \beta\bar{\beta} = 1$ 을 만족하고 $\alpha + \beta = i$ 이다. 이 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

① 4

② 3

③ 2

④ 1

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\alpha + \beta = i \text{에서 } \overline{\alpha + \beta} = \bar{i} \quad \therefore \bar{\alpha} + \bar{\beta} = -i$$

$$\alpha\bar{\alpha} = 1, \beta\bar{\beta} = 1 \text{에서 } \bar{\alpha} = \frac{1}{\alpha}, \bar{\beta} = \frac{1}{\beta}$$

$$\bar{\alpha} + \bar{\beta} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \quad \therefore \alpha\beta = -1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = i^2 - 2 \cdot (-1) = 1$$

38. z 이 복소수일 때, $z^2 = \bar{z}$ ($\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)가 되는 모든 z 의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$z = a + bi$ 이면

$$z^2 = a^2 + 2abi - b^2 = a - bi = \bar{z}$$

$$a^2 - b^2 = a \cdots \textcircled{1}, 2ab = -b \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } b = 0 \text{ 또는 } a = -\frac{1}{2}$$

i) $b = 0$ 일 때, $\textcircled{1}$ 에서 $a = 0, 1$

$$\therefore z = 0 \text{ 또는 } 1$$

ii) $a = -\frac{1}{2}$ 일 때, $\textcircled{1}$ 에서 $b = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\therefore z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \text{ 또는 } -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

i), ii)에 따라 모든 z 의 합은 0

39. 서로 다른 두 실수 a, b 에 대하여 두 방정식 $x^2 + 2ax + b = 0$ 과 $x^2 + 2bx + a = 0$ 의 두 근의 차가 서로 같을 때, a, b 의 관계식은?

- ① $a + b = 0$ ② $a - b - 1 = 0$ ③ $a - b + 1 = 0$
④ $a + b - 1 = 0$ ⑤ $a + b + 1 = 0$

해설

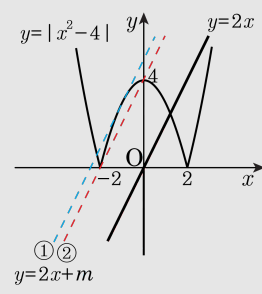
$x^2 + 2ax + b = 0$ 의 해를 α, β
 $x^2 + 2bx + a = 0$ 의 해를 γ, δ 라 하면
 $|\alpha - \beta| = |\gamma - \delta|$ 에서
 $(\alpha - \beta)^2 = (\gamma - \delta)^2$,
 $(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (\gamma + \delta)^2 - 4\gamma\delta$
 $(-2a)^2 - 4b = (-2b)^2 - 4a$
 $\therefore (a - b)(a + b + 1) = 0$
 $a \neq b$ 이므로 $a + b + 1 = 0$

40. x 에 대한 방정식 $|x^2 - 4| = 2x + m$ 이 서로 다른 4개의 실근을 가질 때, 실수 m 의 값 또는 m 의 값의 범위는?

- ① $-4 < m < 4$ ② $m = -4$
 ③ $m = 4$ 또는 $m = 5$ ④ $4 < m < 5$
 ⑤ $m > 5$

해설

$y = |x^2 - 4|$ 와 $y = 2x + m$ 을 그래프로 나타내면



서로 다른 4개의 실근을 가지는 경우는 ①, ②번 그래프와 같다.

① $-x^2 + 4 = y$ 와 $2x + m = y$ 이 접하는 경우

$$-x^2 + 4 = 2x + m$$

$$x^2 + 2x + m - 4 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 - m + 4 = 0$$

$$\therefore m = 5$$

② $y = 2x + m$ 이 $(-2, 0)$ 을 지나는 경우

$$0 = -4 + m$$

$$\therefore m = 4$$

구하는 식은 ①, ②번 그래프 사이이므로

$$\therefore 4 < m < 5$$