

1. 두 실수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 실수가 아닌 것은?

① 3

② $\sqrt{6}$

③ $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{10}}{2}$

④ $\sqrt{5} + 2$

⑤ $2\sqrt{2}$

해설

① $\sqrt{5} < \sqrt{3^2} < \sqrt{10}$

② $\sqrt{5} < \sqrt{6} < \sqrt{10}$

③ 두 수의 평균은 항상 두 수 사이에 존재

④ $2 < \sqrt{5} < 3$

$\therefore 4 < \sqrt{5} + 2 < 5$

⑤ $\sqrt{5} < \sqrt{8} < \sqrt{10}$

2. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{12} + \sqrt{3} - \sqrt{48}$$

① $-\sqrt{3}$

② $\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{3}$

④ $-2\sqrt{3}$

⑤ $7\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{12} + \sqrt{3} - \sqrt{48} &= 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} \\ &= -\sqrt{3}\end{aligned}$$

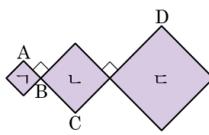
3. $\frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{32} + \sqrt{\frac{1}{2}} = a\sqrt{2}$ 일 때, a 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{32} + \sqrt{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - \sqrt{16 \times 2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= -\frac{3\sqrt{2}}{2} \\ \therefore a &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

4. 다음 그림에서 세 정사각형 ㉠, ㉡, ㉢의 넓이가 각각 2cm^2 , 8cm^2 , 18cm^2 일 때, \overline{CD} 는?



- ① $2\sqrt{2}\text{cm}$ ② $3\sqrt{2}\text{cm}$
 ③ $4\sqrt{2}\text{cm}$ ④ $5\sqrt{2}\text{cm}$
 ⑤ $6\sqrt{2}\text{cm}$

해설

㉡의 넓이가 8cm^2 이므로 $\overline{BC} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}\text{cm}$ 이다. $\overline{CD} = 2\sqrt{2} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}\text{cm}$ 이다.

5. 제곱근표에서 $\sqrt{2.41} = 1.552$, $\sqrt{24.1} = 4.909$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{241} = 15.52$

② $\sqrt{0.241} = 0.4909$

③ $\sqrt{2410} = 49.09$

④ $\sqrt{24100} = 155.2$

⑤ $\sqrt{0.0241} = 0.01552$

해설

$$\begin{aligned} \text{⑤ } \sqrt{0.0241} &= \sqrt{2.41 \times 0.01} \\ &= 0.1 \sqrt{2.41} = 0.1 \times 1.552 \\ &= 0.1552 \end{aligned}$$

6. 다음 중 인수분해를 바르게 한 것은?

① $ma + mb - m = m(a + b)$

② $64a^2 + 32ab + 4b^2 = (8a + 2b)^2$

③ $-4a^2 + 9b^2 = (2a + 3b)(2a - 3b)$

④ $x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x - 3)$

⑤ $2x^2 - 5xy + 3y^2 = (x - 3y)(2x - y)$

해설

① $ma + mb - m = m(a + b - 1)$

③ $-4a^2 + 9b^2 = -(2a + 3b)(2a - 3b)$

④ $x^2 - 5x - 6 = (x - 6)(x + 1)$

⑤ $2x^2 - 5xy + 3y^2 = (2x - 3y)(x - y)$

7. $3x^2 + 7x - 6 = (x + 3)(3x + \square)$ 에서 \square 안에 알맞은 것은?

- ① -2 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ -6

해설

$$3x^2 + 7x - 6 = (x + 3)(3x - 2)$$

8. 두 식 $x^2 - 4x + 3$ 과 $2x^2 - 3x - 9$ 의 공통인 인수는?

① $2x + 3$

② $2x + 1$

③ $x - 1$

④ $x - 5$

⑤ $x - 3$

해설

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1)$$

$$2x^2 - 3x - 9 = (2x + 3)(x - 3)$$

9. 다음 식을 바르게 인수분해 한 것은?

$$x^2(y-1) + (1-y)$$

- ① $(x+y)(x-y)(x+1)$ ② $(x+1)(x-y)(y-1)$
③ $(x+1)(y-1)(x+y)$ ④ $(x+1)(x-1)(y-1)$
⑤ $x^2(y-1)$

해설

$$\begin{aligned} x^2(y-1) + (1-y) &= x^2(y-1) - (y-1) \\ &= (x^2-1)(y-1) \\ &= (x+1)(x-1)(y-1) \end{aligned}$$

10. $(x+3y)^2 - 4y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x-5y)(x-y)$

② $(x+2y)(x-2y)$

③ $(x-5y)(x+y)$

④ $(x+3y)(x+2y)$

⑤ $(x+5y)(x+y)$

해설

$$\begin{aligned}(x+3y)^2 - 4y^2 &= (x+3y)^2 - (2y)^2 \text{ 이므로} \\ x+3y &= A, 2y = B \text{ 라 하면} \\ A^2 - B^2 &= (A+B)(A-B) \\ &= (x+3y+2y)(x+3y-2y) \\ &= (x+5y)(x+y)\end{aligned}$$

11. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{8}\text{cm}$, $\sqrt{11}\text{cm}$ 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이는?

- ① $-\sqrt{19}\text{cm}$ ② $\sqrt{19}\text{cm}$ ③ $\pm\sqrt{19}\text{cm}$
④ -19cm ⑤ 19cm

해설

$(\sqrt{8})^2 + (\sqrt{11})^2 = 19$ 이다.
따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 19의 양의 제곱근인 $\sqrt{19}(\text{cm})$ 이다.

12. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $-\sqrt{4^2}$

② $-(-\sqrt{4})^2$

③ $-\sqrt{(-4)^2}$

④ $\sqrt{\sqrt{(-4)^4}}$

⑤ $-\sqrt{\frac{1}{4}(4)^3}$

해설

$$\sqrt{\sqrt{(-4)^4}} = 4$$

13. $a > 0$ 일 때, 다음 계산에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $-\sqrt{121a^2} - \sqrt{(-7a)^2} = -4a$
- ㉡ $\sqrt{25a^2} + \sqrt{(-6a)^2} = -a$
- ㉢ $-\sqrt{(-4a)^2} \times \frac{\sqrt{25a^2}}{a^2} = -20a$
- ㉣ $9\sqrt{a^2} + \sqrt{(-6a)^2} - \sqrt{a^2} = 14a$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\text{㉠ } -\sqrt{121a^2} - \sqrt{(-7a)^2} = -11a - 7a = -18a$$

$$\text{㉡ } \sqrt{25a^2} + \sqrt{(-6a)^2} = 5a + 6a = 11a$$

$$\text{㉢ } -\sqrt{(-4a)^2} \times \frac{\sqrt{25a^2}}{a^2} = -4a \times \frac{5a}{a^2} = -20$$

14. $\sqrt{50-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 중 세번째로 작은 값은?

- ① 1 ② 5 ③ 9 ④ 14 ⑤ 25

해설

50 보다 작은 제곱수 중 가장 큰 수부터 차례대로 구하면 49, 36, 25 이고, 이를 만족하는 자연수 x 중 세번째로 작은 값은 $\sqrt{50-x} = 25$ 가 될 때이다.

$$\sqrt{50-x} = \sqrt{25}$$

$$50-x = 25$$

$$\therefore x = 25$$

15. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{24} < 5$ ② $\sqrt{17} > 4$ ③ $4 < \sqrt{20}$
④ $\frac{\sqrt{2}}{6} < \frac{\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $\sqrt{0.7} < 0.7$

해설

$\sqrt{0.7} > \sqrt{0.49}$ 이므로 $\sqrt{0.7} > 0.7$ 이다.

16. 다음 중 무리수인 것은 모두 몇 개인가?

$$\sqrt{2} + 3, -\sqrt{0.04}, \frac{\pi}{4}, \sqrt{(-13)^2}, \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}, -\frac{\sqrt{25}}{9}$$

- ① 6 개 ② 5 개 ③ 4 개 ④ 3 개 ⑤ 2 개

해설

유리수: $-\sqrt{0.04} = -0.2$, $\sqrt{(-13)^2} = 13$,

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{16} = 4, \quad -\frac{\sqrt{25}}{9} = -\frac{5}{9}$$

\therefore 무리수인 것은 $\sqrt{2} + 3, \frac{\pi}{4}$ (2 개)

17. 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

보기

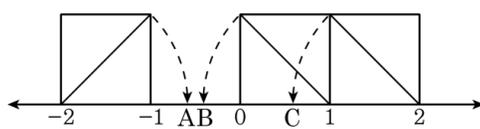
- ㉠ 모든 무한소수는 무리수이다.
- ㉡ 0 이 아닌 모든 유리수는 무한소수 또는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉢ -100 은 $\sqrt{10000}$ 의 제곱근이다.
- ㉣ 음이 아닌 수의 제곱근은 반드시 2개가 있고, 그 절댓값은 같다.
- ㉤ $\sqrt{25} = \pm 5$
- ㉥ 모든 유리수는 유한소수이다.

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ 무한소수는 순환하는 무한소수(유리수)와 순환하지 않는 무한소수(무리수)로 나뉜다.
- ㉡ $\sqrt{10000} = 100$ 의 제곱근은 ± 10 이다.
- ㉢ 0 의 제곱근은 0 뿐이므로 1 개다.
- ㉣ $\sqrt{25} = 5$
- ㉤ 유리수 중 순환소수는 무한소수이다.

18. 다음 그림의 각 사각형은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. A, B, C 세 점의 좌표를 a, b, c 라 할 때, $a+b+c$ 를 구하면?



- ① $1 - \sqrt{2}$ ② $2 - \sqrt{2}$ ③ $1 - 2\sqrt{2}$
 ④ $2 - 2\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$$a = -2 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}, c = 2 - \sqrt{2}$$

$$\therefore a + b + c = -2 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 1 - \sqrt{2}$$

19. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳바르지 않은 것은?

① $\sqrt{3} + 3 < 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ② $4 + \sqrt{3} < \sqrt{5} + 4$

③ $2 - 2\sqrt{3} < \sqrt{5} - 2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{3} + 2 > 1 + \sqrt{3}$

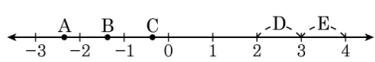
⑤ $5 - \sqrt{3} > -\sqrt{3} + 2$

해설

$$\begin{aligned} \text{① } \sqrt{3} + 3 - (2\sqrt{2} + \sqrt{3}) &= 3 - 2\sqrt{2} \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{8} > 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{3} + 3 > 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

20. 다음은 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $2\sqrt{3}$ 은 대응하는 점은 E구간 안에 있다.
- ② D 구간에는 유한 개의 유리수가 존재한다.
- ③ $\sqrt{3} + 1$ 은 $3 - \sqrt{3}$ 보다 오른쪽에 위치한다.
- ④ 점 B와 점 D 사이의 정수는 모두 3개이다.
- ⑤ $2\sqrt{5} + 2$ 는 점 D에 대응한다.

해설

② D 구간에는 무한개의 유리수가 존재한다.

21. 유리수 a, b 에 대하여 " $a + b\sqrt{2} = 0$ 이면 $a = b = 0$ 이다."라는 성질을 이용하여 $x(1 + 2\sqrt{2}) + y(3 + 5\sqrt{2}) = \sqrt{2}(1 - 3\sqrt{2})$ 을 만족시키는 두 유리수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 수로 바르게 짝지어진 것은?

풀이과정

$$x(1 + 2\sqrt{2}) + y(3 + 5\sqrt{2}) = \sqrt{2} - 6$$

좌변으로 이항하여 정리하면

$$x + 3y + 6 + (2x + 5y - 1)\sqrt{2} = 0$$

문제에 주어진 성질에 의하여

$$x + 3y + 6 = 0 \cdots \textcircled{A}$$

$$2x + 5y - 1 = 0 \cdots \textcircled{B}$$

이 두 식을 연립하여 풀면

$$x = \square, y = \square$$

$$\text{따라서, } x + y = \square$$

- ① $x = 13, y = 33, x + y = 20$
 ② $x = 23, y = -13, x + y = 10$
 ③ $x = -33, y = 13, x + y = -20$
 ④ $x = 33, y = -13, x + y = 20$
 ⑤ $x = 33, y = 13, x + y = 43$

해설

$$x + 3y + 6 = 0 \cdots \textcircled{A}$$

$$2x + 5y - 1 = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$$2 \times \textcircled{A} - \textcircled{B} \text{ 을 하면, } y = -13$$

$$\text{이것을 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면, } x = 33$$

$$\text{따라서 } x + y = 20 \text{ 이다.}$$

22. $y < x < 0$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{x^2 + 2xy + y^2}$ 을 간단히 하면?

- ① 0 ② $2x - 2y$ ③ $2x$
④ $2y$ ⑤ $-2y$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-y)^2} + \sqrt{(x+y)^2} &= |x-y| + |x+y| \\ &= x-y - (x+y) = -2y\end{aligned}$$

23. 다음 보기의 인수분해 중 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

㉠ $2x^2 + x - 1 = (2x + 1)(x - 1)$

㉡ $4x^2 - y^2 = (2x + y)(2x - y)$

㉢ $a^2 + 2ab + b^2 - a - b = (a + b - 1)(a + b)$

㉣ $4x^2 + 4x + 1 = (2x - 1)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $2x^2 + x - 1 = (2x - 1)(x + 1)$

㉣ $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$

24. 이차식을 인수분해하면 $x^2(y+4)^2 + 2x(y+4) - 8 = (xy + Ax + B)(xy + Cx + D)$ 일 때, $A + B + C + D$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$y + 4 = t$ 로 치환하면
 $x^2(y+4)^2 + 2x(y+4) - 8$
 $= x^2t^2 + 2xt - 8$
 $= (xt + 4)(xt - 2)$
 $= \{x(y+4) + 4\} \{x(y+4) - 2\}$
 $= (xy + 4x + 4)(xy + 4x - 2)$
따라서 $A = B = C = 4, D = -2$ 이므로 $A + B + C + D = 10$ 이다.

25. $(x+y)(x+y-1)-20$ 을 바르게 인수분해 한 것은?

① $(x+y-5)(x+y+4)$ ② $(x+y-4)(x+y+5)$

③ $(x+y-5)(x+y-4)$ ④ $(x-y-4)(x-y+5)$

⑤ $(x-y-5)(x-y+4)$

해설

$$\begin{aligned}x+y &= A \text{ 라고 하면} \\(x+y)(x+y-1)-20 & \\&= A(A-1)-20 \\&= A^2-A-20 \\&= (A-5)(A+4) \\&= (x+y-5)(x+y+4)\end{aligned}$$

26. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값으로 알맞은 것을 구하여라.

$$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) + a$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 16$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5) + a \\ &= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15) + a\end{aligned}$$

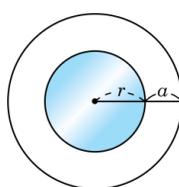
$x^2+8x=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+7)(A+15) + a \\ &= A^2 + 22A + 105 + a \\ &= (A+11)^2 = (x^2+8x+11)^2\end{aligned}$$

$$11^2 = 105 + a$$

$$\therefore a = 16$$

27. 다음 그림과 같이 반지름이 r m 인 원형의 연못 둘레에 폭이 a m 인 도로를 만들려고 한다. 이 도로의 넓이를 S 라 할 때, S 를 a 와 r 을 사용한 식으로 나타낸 것은?



- ① $S = (r - a)\pi$ ② $S = (a^2 + r)\pi$
 ③ $S = a(r + 3a)\pi$ ④ $S = a(a + 2r)\pi$
 ⑤ $S = (a + r)(a - r)\pi$

해설

$$\begin{aligned}
 S &= (a + r)^2\pi - r^2\pi \\
 &= \pi\{(a + r)^2 - r^2\} \\
 &= \pi(a + r + r)(a + r - r) \\
 &= a\pi(2r + a)
 \end{aligned}$$

28. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$	㉡ 25	㉢ $\sqrt{(-3)^2}$
㉣ 1.6	㉤ $\frac{49}{9}$	㉥ $\frac{81}{6}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉣, ㉥
- ④ ㉠, ㉣, ㉤ ⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

- ㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.
 ㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.
 ㉣ (1.6의 제곱근) = $\pm\sqrt{1.6}$ (1.6은 제곱수가 아니다.)
 ㉥ $\left(\frac{81}{6}\right)$ 의 제곱근 = $\pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

29. $6 < \sqrt{3n} < 8$ 을 만족하는 자연수 n 의 값 중 최댓값을 a , 최솟값을 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a - b = 8$

해설

$$6 < \sqrt{3n} < 8 \rightarrow 36 < 3n < 64 \rightarrow 12 < n < \frac{64}{3}$$

$$\text{즉 } a = 21, b = 13 \quad \therefore a - b = 8$$

30. $x, y > 0$ 이고, $\sqrt{\frac{6}{x}} \times \sqrt{3x^2} \times \sqrt{18x} = 90$, $y = x + 2$ 일 때, $3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{y}} \times \sqrt{y-3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$\sqrt{\frac{6}{x}} \times \sqrt{3x^2} \times \sqrt{18x} = 90$$

$$\sqrt{\frac{6}{x} \times 3x^2 \times 18x} = 90$$

$$\sqrt{18^2 \times x^2} = 90$$

$$18x = 90$$

$$\therefore x = 5$$

$$y = x + 2 \text{ 이므로 } \therefore y = 7$$

$$\begin{aligned} \therefore 3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{y}} \times \sqrt{y-3} &= 3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{7}} \times \sqrt{4} \\ &= 3 \times 2 = 6 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

31. $\sqrt{x+14} = 3\sqrt{2}$ 일 때, \sqrt{x} 의 값을 구하라. (단, $x > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{x} = 2$

해설

$$\sqrt{x+14} = \sqrt{18}$$

$$x+14 = 18$$

$$\therefore x = 4$$

$$\therefore \sqrt{x} = 2$$

32. 제곱근의 나눗셈을 이용하였더니 $\sqrt{10}$ 은 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ 의 a 배였고, $\sqrt{21}$ 은 $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ 의 b 배였다. $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=8$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{10} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} &= \sqrt{10} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{\frac{10 \times 5}{2}} \\ &= \sqrt{25} = 5\end{aligned}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{21} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \sqrt{21} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\therefore b = 3$$

$$\therefore a+b = 5+3 = 8$$

33. $\sqrt{5} \times 3\sqrt{a} = 15$, $\sqrt{3} \times \sqrt{b} = 6$, $\sqrt{2.43} = c\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은?

- ① 60 ② 54 ③ $\frac{54}{5}$ ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ 1

해설

$$3\sqrt{a} = \frac{15}{\sqrt{5}}, \sqrt{a} = \frac{15}{3\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{b} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore b = 12$$

$$\sqrt{\frac{243}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{10} = c\sqrt{3}$$

$$\therefore c = \frac{9}{10}$$

$$\therefore abc = 5 \times 12 \times \frac{9}{10} = 54$$

34. $\sqrt{ab} = 3$ 일 때, $\sqrt{ab} - \frac{5a\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$, $b > 0$)

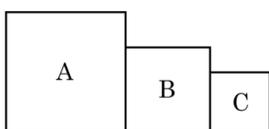
▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{ab} - \frac{5\sqrt{a^2b}}{\sqrt{a}} + \frac{2\sqrt{ab^2}}{\sqrt{b}} \\ &= \sqrt{ab} - 5\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} \\ &= 3 - 5 \times 3 + 2 \times 3 = -6 \end{aligned}$$

35. 다음 그림에서 사각형 A, B, C는 모두 정사각형이고, 각 사각형의 넓이 사이에는 B는 C의 2배, A는 B의 2배인 관계가 있다고 한다. A의 넓이가 2cm^2 일 때, C의 한 변의 길이는?



- ① $\frac{1}{4}\text{cm}$ ② $\frac{1}{2}\text{cm}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}\text{cm}$
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}\text{cm}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$

해설

$$(B \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

$$(C \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

따라서, C의 한 변의 길이는 $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$ 이다.

36. $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{9}}$ 를 계산하면?

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$$\sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{9} - \sqrt{8} = -1 + \sqrt{9} = -1 + 3 = 2$$

37. 다음 식이 성립하도록 양수 A, B, C 에 알맞은 수를 순서대로 바르게 나열한 것은?

$$(1) a^2 + 8a + A = (a + 4)^2$$
$$(2) x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2$$

- ① 16, 6, 3 ② 8, 6, 3 ③ 16, 3, 6
④ 8, 3, 6 ⑤ 6, 8, 3

해설

$$a^2 + 8a + A = (a + 4)^2 = a^2 + 8a + 16, A = 16$$
$$x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2 = x^2 + 2Cx + C^2,$$
$$C^2 = 9, C = \pm 3, B = 2C, B = \pm 6$$
$$\therefore A = 16, B = 6, C = 3 (\because B, C \text{는 양수})$$

38. 길이가 52 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 109 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하면? (단, $a > b > 0$)

① 7 cm^2

② 13 cm^2

③ 25 cm^2

④ 49 cm^2

⑤ 91 cm^2

해설

$$4a + 4b = 52 \text{ 이므로 } a + b = 13$$

$$a^2 + b^2 = 109$$

$$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

$$109 = 169 - 2ab$$

$$\therefore ab = 30$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 169 - 120 = 49$$

$$a - b > 0, a - b = 7$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 13 \times 7 = 91$$

39. 자연수 $2^{160} - 1$ 은 30 과 40 사이의 두 자연수에 의하여 나누어떨어진 다. 이 두 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$$\begin{aligned} & 2^{160} - 1 \\ &= (2^{80} + 1)(2^{40} + 1)(2^{20} + 1)(2^{10} + 1)(2^5 + 1)(2^5 - 1) \\ & 2^{160} - 1 \text{ 을 나누어 떨어지게 하는 수 중 30 과 40 사이의 수는} \\ & 2^5 + 1 = 33 \text{ 과 } 2^5 - 1 = 31 \text{ 이다.} \\ & \therefore 33 + 31 = 64 \end{aligned}$$

40. $x^3 + y^3 = 3(x^2 - xy + y^2)$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $x^4 - y^4$ 의 값을 구하여라.
(단, $x > y$)

▶ 답:

▷ 정답: $18\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - y^4 &= (x^2 + y^2)(x + y)(x - y) \\x^3 + y^3 &= (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 3(x^2 - xy + y^2) \text{ 이므로} \\ \therefore x + y &= 3 \\x^2 + y^2 &= 6 \text{ 과 } x + y = 3 \text{ 에서} \\x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\6 &= 3^2 - 2xy \\ \therefore xy &= \frac{3}{2} \\x^2 + y^2 &= 6 \text{ 과 } xy = \frac{3}{2} \text{ 에서} \\x^2 + y^2 &= (x - y)^2 + 2xy \\6 &= (x - y)^2 + 3 \\ \therefore x - y &= \sqrt{3} \text{ (} \because x > y \text{)} \\ \therefore x^4 - y^4 &= (x^2 + y^2)(x + y)(x - y) \\ &= 6 \times 3 \times \sqrt{3} = 18\sqrt{3}\end{aligned}$$

41. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \sqrt{(3n-1)(3n+1)+1}$ 이라고 할 때, $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 165

해설

$$f(1) = \sqrt{2 \times 4 + 1} = 3 = 3 \times 1$$

$$f(2) = \sqrt{5 \times 7 + 1} = 6 = 3 \times 2$$

$$f(3) = \sqrt{8 \times 10 + 1} = 9 = 3 \times 3$$

⋮

$$f(10) = \sqrt{29 \times 31 + 1} = 30 = 3 \times 10$$

$$f(1) + f(2) + \dots + f(10) = 3(1 + 2 + 3 + \dots + 10) \\ = 3 \times 55 = 165$$

42. a, b, c 가 $a > 0, b > 0, c > 0$ 이고, $c > b > a$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-c)^2} - \sqrt{(c-a)^2}$ 을 간단히 하면?

- ① $a + b + c$ ② $a - b - c$ ③ $2b - 2c$
④ 0 ⑤ $2a - 2b$

해설

$$\begin{aligned} & a - b < 0, b - c < 0, c - a > 0 \text{ 이므로} \\ & \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-c)^2} - \sqrt{(c-a)^2} \\ & = -(a-b) - \{-(b-c)\} - (c-a) \\ & = -a + b + b - c - c + a \\ & = 2b - 2c \end{aligned}$$

43. $a - b > 0$, $ab < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $\sqrt{(b-a)^2} = b - a$
 ㉡ $\sqrt{(ab)^2} = |ab|$
 ㉢ $-\sqrt{b^2} > \sqrt{a^2} + 1$
 ㉣ $\sqrt{a^2} - \sqrt{(-b)^2} = a + b$
 ㉤ $\frac{\sqrt{(ab)^2}}{2} > \frac{\sqrt{(ab)^2}}{3}$
 ㉥ $\sqrt{(-a)^2} + 1 < 1 - \sqrt{b^2}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

$b < 0 < a$ 이므로

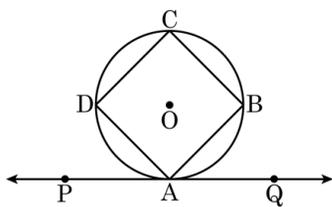
㉠: $\sqrt{(b-a)^2} = a - b$

㉡: $\sqrt{(ab)^2} = -ab = |ab|$

㉢: $-\sqrt{b^2} = b$, $\sqrt{a^2} = a$
 $b - a < 0$ 이므로 $-\sqrt{b^2} < \sqrt{a^2} + 1$

㉤: $\sqrt{(-a)^2} = a$
 $-\sqrt{b^2} = -(-b) = b$
 $\sqrt{(-a)^2} + 1 > 1 - \sqrt{b^2}$

44. 다음 그림과 같은 수직선 위의 정사각형 ABCD와 선분 DB를 지름으로 하는 원 O에서 $AD = PA$, $AB = AQ$ 이고 원 O의 넓이는 18π 일 때, PQ 를 지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 12π

해설

□ABCD의 대각선의 길이는 원의 지름에 해당하고 원의 넓이가 18π 이므로 대각선의 길이는 $6\sqrt{2}$ 이다. 따라서 □ABCD의 한 변의 길이는 6이 되고 선분 PQ의 길이는 12가 된다. 따라서 선분 PQ를 지름으로 하는 원의 둘레의 길이는 $12 \times \pi = 12\pi$ 이다.

45. 상수 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $b = 2\sqrt{2} + 1$ 에 대하여, 유리수 x, y 가 $ax + by = 2a + b$ 를 만족할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x + y = 3$

해설

주어진 식에 a, b 를 각각 대입하면

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})x + (2\sqrt{2} + 1)y = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + 2\sqrt{2} + 1$$

양변을 $\sqrt{3}$ 항과 $\sqrt{2}$ 항으로 각각 정리하면

$$x\sqrt{3} + (2y - x)\sqrt{2} + y = 2\sqrt{3} + 1$$

$$\therefore x = 2, y = 1$$

$$\therefore x + y = 3$$

46. 양수 x 의 소수 부분을 y 라 할 때, $x^2 + y^2 = 48$ 이다. xy 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $xy = 6$

해설

y 는 소수이므로 $y^2 < 1$,
 $6^2 < 48 < 7^2$ 이므로 $6 < x < 7$
 $\therefore x = 6 + y$
 $x^2 + y^2 = (6 + y)^2 + y^2 = 48$
 $y^2 + 6y - 6 = 0$
 $y > 0$ 이므로 $y = \sqrt{15} - 3$
 $x = 6 + y = 6 + \sqrt{15} - 3 = \sqrt{15} + 3$
따라서 $xy = (\sqrt{15} + 3)(\sqrt{15} - 3) = 6$ 이다.

47. x 에 관한 이차식 $x^2 + 11x + k$ 가 $(x+a)(x+b)$ 로 인수 분해될 때, 자연수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 10

▷ 정답: 18

▷ 정답: 24

▷ 정답: 28

▷ 정답: 30

해설

$$a + b = 11, k = ab$$

$$a = 1, b = 10 \Rightarrow k = 10$$

$$a = 2, b = 9 \Rightarrow k = 18$$

$$a = 3, b = 8 \Rightarrow k = 24$$

$$a = 4, b = 7 \Rightarrow k = 28$$

$$a = 5, b = 6 \Rightarrow k = 30$$

48. $ab - 6a + 5b - 48 = 0$ 을 만족하는 정수 a, b 의 순서쌍의 개수는? (단, $a > 0, b > 0$)

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$ab - 6a + 5b - 48 = 0$$

$$b(a + 5) - 6a - 48 = 0$$

$$b(a + 5) - 6(a + 5) - 18 = 0$$

$$(a + 5)(b - 6) = 18$$

$a > 0, b > 0$ 이므로 $a + 5 > 5$

$$(i) a + 5 = 18, b - 6 = 1$$

$$a = 13, b = 7$$

$$(ii) a + 5 = 9, b - 6 = 2$$

$$a = 4, b = 8$$

$$(iii) a + 5 = 6, b - 6 = 3$$

$$a = 1, b = 9$$

\therefore 순서쌍 a, b 의 개수는 3개

49. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대한 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{x^2}{(x-y)(z-x)} - \frac{y^2}{(y-z)(y-x)} + \frac{z^2}{(x-z)(z-y)}$$

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^2}{(x-y)(z-x)} - \frac{y^2}{(y-z)(y-x)} + \frac{z^2}{(x-z)(z-y)} \\ &= \frac{x^2(y-z) + y^2(z-x) + z^2(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{(y-z)x^2 - (y^2 - z^2)x + y^2z - yz^2}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{(y-z)\{x^2 - (y+z)x + yz\}}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{-(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= -1 \end{aligned}$$

50. 0 보다 큰 실수 a, b 에 대하여 $(a-1)^2 = (b+1)^2 = 2$ 일 때, $a^8 - b^8$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $816\sqrt{2}$

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로
 $(a-1)^2 = 2$ 에서 $a = \sqrt{2} + 1$
 $(b+1)^2 = 2$ 에서 $b = \sqrt{2} - 1$
따라서 $a+b = 2\sqrt{2}, a-b = 2, ab = 1$ 이므로
 $a^2 + b^2 = 8 - 2 = 6$
 $a^4 + b^4 = 36 - 2 = 34$
 $\therefore a^8 - b^8 = (a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a+b)(a-b)$
 $= 34 \times 6 \times 2\sqrt{2} \times 2 = 816\sqrt{2}$