

1. 다음 보기 중 $a^2(x-y) + 2ab(y-x)$ 의 인수를 모두 고른 것은?

보기

- | | |
|-----------------------------------|---------------------------------------|
| ☐ ㉠ $a(y+x)$ | ☐ ㉡ $a(x-y)(a-b)$ |
| ☐ ㉢ $a(a-2b)$ | ☐ ㉣ $x(a-2b)$ |
| ☐ ㉤ $x-y$ | ☐ ㉥ $(x-y)(a-2b)$ |

- ① ㉠,㉢,㉤ ② ㉡,㉣,㉤ ③ ㉢,㉣,㉥
④ ㉢,㉤,㉥ ⑤ ㉣,㉤,㉥

해설

$$\begin{aligned} a^2(x-y) + 2ab(y-x) &= a^2(x-y) - 2ab(x-y) \\ &= a(x-y)(a-2b) \end{aligned}$$

2. $(-2x+1)^2 = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c = 1$

해설

$$\begin{aligned} (-2x+1)^2 &= 4x^2 - 4x + 1 \\ &= ax^2 + bx + c \end{aligned}$$

$$a = 4, b = -4, c = 1$$

$$\therefore a+b+c = 4-4+1 = 1$$

3. $x = 3 + 2\sqrt{2}$, $y = 3 - 2\sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하면?

① 24

② -24

③ 0

④ $-24\sqrt{2}$

⑤ $24\sqrt{2}$

해설

$$x^2 - y^2$$

$$= (x + y)(x - y)$$

$$= (3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2} - 3 + 2\sqrt{2})$$

$$= 6 \times 4\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$$

4. $(x+5)(x-6)+10$ 을 인수분해하면?

① $(x-2)(x+10)$

② $(x+2)(x-10)$

③ $(x+2)(x+10)$

④ $(x-4)(x+5)$

⑤ $(x+4)(x-5)$

해설

$$\begin{aligned}(x+5)(x-6)+10 &= x^2-x-30+10 \\ &= x^2-x-20 \\ &= (x+4)(x-5)\end{aligned}$$

5. $6x^2 - x - A = (x + 1)(Bx + C)$ 일 때, A , B , C 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 7$

▷ 정답 : $B = 6$

▷ 정답 : $C = -7$

해설

$$(x + 1)(Bx + C) = Bx^2 + Cx + Bx + C \\ = 6x^2 - x - A$$

$$B = 6, C + B = -1, C = -7$$

$$A = 7$$

6. $Ax^2 + Bx + 3 = (x + C)(2x + 1)$ 일 때, $A + BC$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A + BC = 23$

해설

$$\begin{aligned}(x + C)(2x + 1) &= 2x^2 + x + 2Cx + C \\ &= Ax^2 + Bx + 3\end{aligned}$$

$$\therefore A = 2, C = 3, B = 1 + 2C = 7$$

따라서 $A + BC = 2 + 21 = 23$ 이다.

7. 다음은 좌변을 인수분해하여 우변을 얻은 것이다. 옳은 것은?

① $-6ax - 2bx = -6x(a + 2b)$

② $ax^2 + ay = a(x + y)$

③ $a(x + y) - b(x + y) = (x + y) - ab$

④ $-4x^2 + 16y^2 = -4(x + 2y)(x - 2y)$

⑤ $x(2a - b) + 2y(2a - b) - z(2a - b) = (2a - b)(x - 2y) - z$

해설

① $-2x(3a + b)$

② $a(x^2 + y)$

③ $(x + y)(a - b)$

⑤ $(2a - b)(x + 2y - z)$

8. 다음 중 옳은 것은?

① $(a-b)^2 = (b-a)^2$

② $(a+b)^2 = (a-b)^2$

③ $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

④ $(a-b)(-a-b) = (a-b)(a+b)$

⑤ $(b+a)(b-a) = (-b-a)(b+a)$

해설

① $(a-b)^2 = \{-(a-b)\}^2 = (b-a)^2$

9. 다음 두 식 $8x^2 - 2$, $4x^2 - 4x + 1$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x - 1$

해설

$$8x^2 - 2 = 2(4x^2 - 1) = 2(2x + 1)(2x - 1)$$

$$4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$$

10. $x(x+2)(x+4)(x+6)+16$ 을 인수분해하는 과정이다. () 안에 들어갈
식이 옳은 것은?

$$\begin{aligned} &x(x+2)(x+4)(x+6)+16 \\ &=x(\textcircled{1})\times(x+2)(\textcircled{2})+16 \\ &=(x^2+6x)(\textcircled{3})+16 \\ &(\textcircled{4})=A \text{라 하면} \\ &A^2+8A+16=(A+4)^2=(\textcircled{5})^2 \end{aligned}$$

- ① $x+5$

② $x+3$

③ x^2+4x+8
- ④ x^2+6x

⑤ x^2+6x+1

해설

- ① $x+6$
- ② $x+4$
- ③ x^2+6x+8
- ⑤ x^2+6x+4

11. x 에 대한 이차식 $(2x - a + 2)(2x + 8 + 2a)$ 가 완전제곱식이 되는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$-a + 2 = 8 + 2a$$

$$-3a = 6$$

$$\therefore a = -2$$

12. $(3x - \sqrt{2})(\sqrt{2}x + a)$ 의 x 의 계수가 1 일 때, 상수항의 값은?

- ① $-\sqrt{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ 1 ④ -1 ⑤ 2

해설

$$(\text{준식}) = 3\sqrt{2}x^2 + (3a - 2)x - \sqrt{2}a$$

x 의 계수가 1 이므로

$$3a - 2 = 1 \quad \therefore a = 1$$

따라서 상수항은 $-\sqrt{2}$ 이다.

13. 다음 두 식의 공통인 인수를 구하여라.

$$a^2 - a - 2, (a - 1)^3 - a + 1$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - 2$

해설

$$a^2 - a - 2 = (a - 2)(a + 1)$$

$$\begin{aligned}(a - 1)^3 - a + 1 &= (a - 1)\{(a - 1)^2 - 1\} \\ &= a(a - 1)(a - 2)\end{aligned}$$

14. x 에 관한 이차식 $cx^2 - 13x - 20$ 를 인수분해 한 식이 $(ax - 5)(5x + b)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 16

② 17

③ 18

④ 21

⑤ 22

해설

$$\begin{aligned}(ax - 5)(5x + b) &= 5ax^2 + (ab - 25)x - 5b \\ &= cx^2 - 13x - 20\end{aligned}$$

$$5a = c, \quad ab - 25 = -13, \quad -5b = -20$$

$$\therefore b = 4, \quad a = 3, \quad c = 15$$

$$\therefore a + b + c = 3 + 4 + 15 = 22$$

15. 이차항의 계수가 1 인 이차식을 인수 분해하는데, 민수는 x 의 계수를 잘못 보고 $(x+1)(x-10)$ 으로 인수분해하였고, 원철이는 상수항을 잘못 보고 $(x+3)(x-6)$ 으로 인수분해하였다. 주어진 이차식을 바르게 인수분해하면?

- ① $(x-5)(x+2)$ ② $(x-3)(x+6)$
③ $(x+5)(x-2)$ ④ $(x-1)(x+10)$
⑤ $(x-5)(x-2)$

해설

민수는 $x^2 - 9x - 10$ 에서 상수항 -10 을 맞게 보았고,
원철이는 $x^2 - 3x - 18$ 에서 x 의 계수 -3 을 맞게 보았다.
따라서 주어진 이차식은 $x^2 - 3x - 10 = (x-5)(x+2)$

16. 현주는 선생님께서 칠판에 적어주신 이차식을 잘못하여 x 의 계수와 상수항을 바꾸어 필기하였다. 지하는 현주의 노트를 보고 필기를 하다가 x 의 계수의 부호를 반대로 하여 인수 분해를 하였더니 $(x-2)(x-3)$ 가 나왔다. 처음 선생님께서 적어주신 이차식을 바르게 인수 분해하면?

- ① $(x+1)(x+2)$ ② $(x+1)(x+3)$ ③ $(x+1)(x+4)$
④ $(x+1)(x+5)$ ⑤ $(x+1)(x+6)$

해설

$$x^2 - 5x + 6 \rightarrow x^2 + 5x + 6 \rightarrow x^2 + 6x + 5 \rightarrow (x+1)(x+5)$$

17. 다음은 여러 개의 사각형을 이용하여 하나의 큰 정사각형을 만든 것이다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

x^2	x
x	1

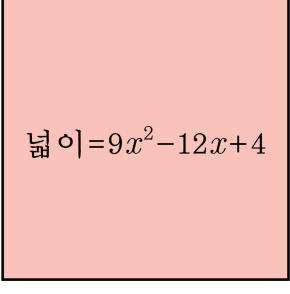
▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 1$

해설

총 넓이는 $x^2 + 2x + 1$
 $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$
따라서 한 변의 길이는 $(x + 1)$

18. 다음 그림과 같이 넓이가 $9x^2 + 12x + 4$ 인 정사각형의 둘레의 길이는?



- ① $6x$
- ② $12x + 8$
- ③ $6x + 2$
- ④ $2x$
- ⑤ 4

해설

$9x^2 + 12x + 4 = (3x + 2)^2$
따라서 둘레의 길이는 $4 \times (3x + 2) = 12x + 8$ 이다.

19. 다음에 주어진 두 식에 대한 설명으로 틀린 것은?

$$A = a^2b - ab^2$$
$$B = a^3 - ab^2$$

- ①

식 A 의 인수는 7 개이다.
- ②

$(a + b)$ 는 식 B 의 인수이다.
- ③

식 B 의 인수는 7 개이다.
- ④

식 A 와 식 B 의 공통인 인수는 $(a - b)$ 이다.
- ⑤

ab 는 식 A 의 인수이다.

해설

$A = a^2b - ab^2 = ab(a - b)$ $B = a^3 - ab^2 = a(a^2 - b^2) = a(a - b)(a + b)$ 식 A 의 인수는 $a, b, (a - b), ab, a(a - b), b(a - b), ab(a - b)$ 이므로 7 개이다.식 B 의 인수는 $a, (a - b), (a + b), a(a - b), a(a + b), (a - b)(a + b), a(a - b)(a + b)$ 이므로 7 개이다.

20. 식 $(x-1)^2 - 9y^2$ 을 인수분해하면?

- ① $(x+3y-1)(x-3y+1)$ ② $(x+3y+1)(x-3y-1)$
③ $(x+3y-1)(x-3y-1)$ ④ $(x+3y-1)(x+3y-1)$
⑤ $(x+3y+1)(x-3y-1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \{(x-1) + 3y\} \{(x-1) - 3y\} \\ &= (x+3y-1)(x-3y-1)\end{aligned}$$

21. $x^2 - 9y^2 + 4x + 12y$ 를 인수분해하면 $(Ax + By)(Cx + Dy + 4)$ 가 된다고 한다. $A + B + C + D$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x - 3y)(x + 3y) + 4(x + 3y) \\ &= (x + 3y)(x - 3y + 4)\end{aligned}$$

$$\therefore A + B + C + D = 1 + 3 + 1 - 3 = 2$$

22. 인수분해 공식을 이용하여 $2 \times 20^2 - 2 \times 40 + 2$ 를 계산할 때, 이용된 공식을 다음 보기 중에서 모두 고르면?

- ㉠

$ma + mb = m(a + b)$
- ㉡

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- ㉢

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- ㉤

$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

- ①

㉠
- ②

㉠, ㉡
- ③

㉠, ㉢
- ④

㉡, ㉢
- ⑤

㉠, ㉡, ㉤

해설

$$\begin{aligned} &2 \times 20^2 - 2 \times 40 + 2 \\ &= 2(20^2 - 40 + 1) \rightarrow ma + mb = m(a + b) \\ &= 2(20^2 - 2 \times 20 \times 1 + 1^2) \\ &= 2(20 - 1)^2 \rightarrow a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \\ &= 2 \times 19^2 \end{aligned}$$

23. $65 \times 63 + 66 \times 66 - 66 \times 64 - 64 \times 64$ 의 값을 구하면?

① 1

② 164

③ 131

④ 132

⑤ 140

해설

$$\begin{aligned} & (64 + 1) \times (64 - 1) + 66 \times (66 - 64) - 64^2 \\ &= 64^2 - 1 + 66 \times 2 - 64^2 \\ &= 132 - 1 = 131 \end{aligned}$$

24. 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}} - (2-\sqrt{3})^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{3}-5$

해설

$$\frac{1(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2+\sqrt{3}$$

$$(2-\sqrt{3})^2 = 4-4\sqrt{3}+3 = 7-4\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (2+\sqrt{3}) - (7-4\sqrt{3}) \\ &= -5+5\sqrt{3}\end{aligned}$$

25. $\sqrt{5}$ 의 소수 부분을 a 라 할 때, $a^2 + 4a + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2 < \sqrt{5} < 3 \text{ 이므로 } a = \sqrt{5} - 2$$

$$\therefore a^2 + 4a + 4 = (a + 2)^2 = (\sqrt{5} - 2 + 2)^2 \\ = (\sqrt{5})^2 = 5$$

26. $a^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ 일 때, $\frac{a^3 + a^2 - 3a - 3}{a + 1}$ 의 값을 구하면?

㉠ $2\sqrt{2}$

㉡ $2 + \sqrt{2}$

㉢ $2\sqrt{2} - 1$

㉣ $4\sqrt{2}$

㉤ $4\sqrt{2} - 2$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^3 + a^2 - 3a - 3}{a + 1} &= \frac{a^2(a + 1) - 3(a + 1)}{a + 1} \\ &= \frac{(a^2 - 3)(a + 1)}{a + 1} \\ &= a^2 - 3 = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

27. $\sqrt{7}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $(a+3)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8+2\sqrt{7}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{7} - 2 \\ (a+3)^2 &= (\sqrt{7} - 2 + 3)^2 = (\sqrt{7} + 1)^2 \\ &= 7 + 2\sqrt{7} + 1 \\ &= 8 + 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

28. $ax^2+24x+b=(3x+c)^2$ 일 때, 상수 a, b, c 의 값을 차례로 구하면?

① $a = 9, b = 16, c = -4$

② $a = 9, b = 8, c = 4$

③ $a = 9, b = 16, c = 2$

④ $a = 9, b = 16, c = 4$

⑤ $a = 3, b = -8, c = 4$

해설

$$(3x+c)^2 = 9x^2 + 6cx + c^2$$

$$a = 9$$

$$6c = 24, c = 4$$

$$b = c^2, b = 16$$

$$\therefore a = 9, b = 16, c = 4$$

29. $0 < x < 1$, $-2 < y < -1$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(xy)^2} + \sqrt{(x+y)^2 - 4xy} - \sqrt{(x-y)^2 + 4xy}$$

- ① $-xy$

② $2x - xy$

③ $2x + xy$
- ④ $2y - xy$

⑤ $x - xy$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+y)^2 - 4xy} &= \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} \\ &= \sqrt{(x-y)^2} \\ \sqrt{(x-y)^2 + 4xy} &= \sqrt{x^2 + 2xy + y^2} \\ &= \sqrt{(x+y)^2} \text{ 이므로}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |xy| + |x-y| - |x+y| \\ &= -xy + x - y + x + y \\ &= 2x - xy\end{aligned}$$

30. $0 < x \leq 1$ 일 때, 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

- ① -3
- ② -1
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} &= \sqrt{x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2} \\ \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} &= \sqrt{x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2}\end{aligned}$$

$$0 < x \leq 1, x - \frac{1}{x} \leq 0, x + \frac{1}{x} > 0 \text{ 이므로}$$

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

$$3x - \left\{-\left(x - \frac{1}{x}\right)\right\} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 5$$

$$5x = 5$$

$$\therefore x = 1$$

31. 다음은 여러 개의 사각형을 이용하여 하나의 큰 정사각형을 만든 것이다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

x^2	x	x
x	1	1
x	1	1

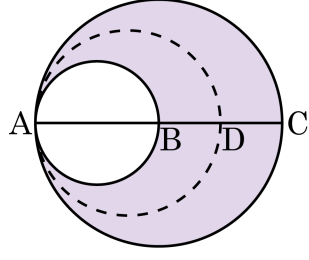
▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 2$

해설

총 넓이는 $x^2 + 4x + 4$
 $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$
따라서 한 변의 길이는 $(x + 2)$

32. 다음 그림의 두 원은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원이고, D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = y$, $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x 라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 x, y 에 대한 문자로 나타내면?



- ☒ ① $2\pi xy$
☐ ② πxy
☐ ③ $2\pi x^2 y$
☐ ④ πxy^2
☐ ⑤ $\pi (2x^2 + y)$

해설

$$\overline{AC} = 2x + y, \quad \overline{AB} = 2x - y$$

$$\text{따라서 어두운 부분의 넓이는 } \pi \left(\frac{2x+y}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{2x-y}{2} \right)^2 = 2\pi xy$$

33. 다음은 인수분해 과정을 나타낸 것이다. 안에 들어갈 말을 차례대로 나열한 것은?

$$\begin{aligned} \textcircled{㉠} \quad & 2x^3 - 8x^2 - 10x = 2x(x^2 - 4x - 5) \\ & = 2x(x - 5)(\text{}) \end{aligned}$$
$$\textcircled{㉡} \quad (x + y)^2 + 3(x + y) + 2 \text{ 에서 } \text{} \text{를 A 로 치환한다.}$$

- ① $x - 1, x - y$

② $x - 1, x + y$

③ $x + 1, x - y$
- ④ $x + 1, x + y$

⑤ $x, x + y$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{㉠} \quad & 2x^3 - 8x^2 - 10x = 2x(x^2 - 4x - 5) \\ & = 2x(x - 5)(x + 1) \end{aligned}$$

34. $2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $(1 - \sqrt{x})^2 + \frac{4}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로

$2 + \sqrt{3}$ 의 정수부분은 3, 소수부분은 $\sqrt{3} - 1$ 이다.

$x = 3, y = \sqrt{3} - 1$

$$(1 - \sqrt{3})^2 + \frac{4}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= 4 - 2\sqrt{3} + \frac{4(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = 6$$

35. $(x-2)x^2-3(x-2)x-10(x-2)$ 를 인수분해하면?

- ① $(x-2)(x-5)(x+2)$ ② $(x-2)(x+5)(x+2)$
③ $(x-2)(x-5)(x+3)$ ④ $(x-2)(x+5)(x-2)$
⑤ $(x-2)(x+5)(x-3)$

해설

$$\begin{aligned} A &= x-2 \text{ 로 치환하면} \\ (x-2)x^2-3(x-2)x-10(x-2) \\ &= Ax^2-3Ax-10A \\ &= A(x^2-3x-10) \\ &= A(x-5)(x+2) \\ &= (x-2)(x-5)(x+2) \end{aligned}$$

36. $(a - b + 3)^2 - (a + b + 3)^2$ 을 간단히 한 것은?

① $-4b(a - 3)$

② $-4a(b + 3)$

③ $-8b(a + 3)$

④ $-4a(b - 3)$

⑤ $-4b(a + 3)$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + 3)^2 - (a + b + 3)^2 \\ &= \{(a - b + 3) + (a + b + 3)\} \\ & \quad \{(a - b + 3) - (a + b + 3)\} \\ &= (-2b)(2a + 6) \\ &= -4b(a + 3) \end{aligned}$$

37. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

① $ab + b - a - 1 = (a + 1)(1 - b)$

② $2 - a - 2b + ab = (1 - b)(2 + a)$

③ $x^2 - y^2 + 2x + 2y = (x - y)(x - y + 2)$

④ $x^3 + x^2 + x + 1 = (x^2 + 1)(x + 1)$

⑤ $x(y - 1) - 2(y - 1) = (x - 2)(y - 1)$

해설

① $(a + 1)(b - 1)$

② $(1 - b)(2 - a)$

③ $(x + y)(x - y + 2)$

38. $49x^2 - 9 + 14xy + y^2$ 을 인수분해하였더니 $(ax + y + b)(ax + cy + 3)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a - b + c$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 11 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} 49x^2 + 14xy + y^2 - 9 &= (7x + y)^2 - 3^2 \\ &= (7x + y + 3)(7x + y - 3) \end{aligned}$$

$$a = 7, b = -3, c = 1$$

$$\therefore a - b + c = 11$$

39. $x^{16} - 1$ 의 인수 $x^m + 1$ 에 대해 m 이 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} & x^{16} - 1 \\ &= (x^8 + 1)(x^8 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^4 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x^2 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

이므로 m 이 될 수 있는 것은 1, 2, 4, 8이다.

40. 다음 자연수 중 $3^{16} - 1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수가 아닌 것은?

① 2

② 4

③ 5

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} 3^{16} - 1 &= (3^8 - 1)(3^8 + 1) \\ &= (3^4 - 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\ &= (3^2 - 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\ &= (3 - 1)(3 + 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\ &= 2 \times 4 \times 10 \times 82 \times 6562 \end{aligned}$$

41. 서로 다른 홀수 a, b, c 에 대하여 $2a+2b+2ab=46, b+c+bc=59, 3c+3a+3ca=117$ 이 성립할 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = 135$

해설

$2a+2b+2ab=46$ 에서
 $a+b+ab=23, (a+1)(b+1)=24$
 $b+c+bc=59$ 에서
 $(b+1)(c+1)=60$
 $3c+3a+3ca=117$ 에서
 $c+a+ca=39, (c+1)(a+1)=40$
세 식을 모두 곱하면
 $\{(a+1)(b+1)(c+1)\}^2=24 \times 60 \times 40$
 $\therefore (a+1)(b+1)(c+1)=240$
 a, b, c 가 서로 다른 세 홀수이므로
 $(a+1), (b+1), (c+1)$ 은 서로 다른 세 짝수이어야 한다.
240 을 소인수분해하면, $2^4 \times 3 \times 5$ 이므로
곱해서 240 이 되고 두 수의 곱이 각각 24, 60, 40 인 세 짝수의
순서쌍은
 $(a+1, b+1, c+1) = (4, 6, 10)$ 이다.
 $(a+1, b+1, c+1) = (4, 6, 10)$ 인 경우,
 $a=3, b=5, c=9$ 이므로 $abc=135$

42. x 에 관한 이차식 $x^2 + 9x + k$ 가 $(x + a)(x + b)$ 로 인수분해될 때, 상수 k 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$x^2 + 9x + k = (x + a)(x + b)$$

$a + b = 9$ 일 때,

$$(a, b) = (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (7, 2), (8, 1)$$

$k = ab$ 이므로 상수 k 의 최댓값은 20이다.

43. $8x^2+ax-15$ 가 $4x-5$ 로 나누어 떨어질 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$8x^2+ax-15=(4x-5)(2x+3)$ 이므로 x 의 항을 구하면
 $\therefore a=2$

해설

$8x^2+ax-15$ 를 $f(x)$ 라 할 때, $f(x)$ 가 $4x-5$ 를 인수로 가지면

$f\left(\frac{5}{4}\right)=0$ 이므로,

$8\left(\frac{5}{4}\right)^2+a\times\frac{5}{4}-15=0$ 을 풀면, $a=2$

44. 두 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, $ab - 3a - 4b + 12 > 0$ 일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$$ab - 3a - 4b + 12 = (a - 4)(b - 3) > 0 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{1} \ a - 4 > 0, b - 3 > 0$$

$$\rightarrow a > 4, b > 3$$

$$(a, b) = (5, 4)(5, 5)(5, 6)(6, 4)(6, 5)(6, 6)$$

$$\textcircled{2} \ a - 4 < 0, b - 3 < 0$$

$$\rightarrow a < 4, b < 3$$

$$(a, b) = (1, 1)(1, 2)(2, 1)(2, 2)(3, 1)(3, 2)$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 의해 나올 수 있는 경우의 수 : 12가지}$$

$$\text{주사위 2개를 던져서 나올 수 있는 경우의 수 : } 6 \times 6 = 36 \text{ 가지}$$

$$\text{이므로 구하는 확률은 } \frac{12}{36} = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

45. $\frac{2(x+2)^2 + 2(y-3)^2}{(x+2)(y-3)} = 4$ 일 때, $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x-y = -5$

해설

$x+2 = X$, $y-3 = Y$ 로 치환하면

$$\frac{2(x+2)^2 + 2(y-3)^2}{(x+2)(y-3)} = \frac{2X^2 + 2Y^2}{XY} = 4$$

$$2X^2 - 4XY + 2Y^2 = 0, (X-Y)^2 = 0$$

$$X - Y = x + 2 - y + 3 = 0$$

$$\therefore x - y = -5$$

46. $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{c}{2b} + \frac{2a}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, $a + b + c \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

$$\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$$

이때 a, b, c 는 실수이고 $a+b+c \neq 0$ 이므로

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore \frac{2b}{a} + \frac{c}{2b} + \frac{2a}{c} = \frac{9}{2}$$

47. $\frac{\sqrt{4^{11}-16^3}}{\sqrt{8^8-4^7}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{4^{11}-16^3}}{\sqrt{8^8-4^7}} &= \frac{\sqrt{(2^2)^{11}-(2^4)^3}}{\sqrt{(2^3)^8-(2^2)^7}} \\ &= \frac{\sqrt{2^{22}-2^{12}}}{\sqrt{2^{24}-2^{14}}} \\ &= \frac{\sqrt{2^{12}(2^{10}-1)}}{\sqrt{2^{14}(2^{10}-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2^2}} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

48. $a + b = 4$, $a^2 - b^2 = 20$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 5$

해설

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \text{ 이므로}$$

$$4 \times (a - b) = 20$$

$$\therefore a - b = 5$$

49. $a-b=3ab$ 일 때, $\frac{3a^2b-3ab^2-7a^2b^2}{a^2-2ab+b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$, $a \neq b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{ab(3a-3b-7ab)}{(a-b)^2} \\&= \frac{ab\{3(a-b)-7ab\}}{(a-b)^2} \\&= \frac{ab(9ab-7ab)}{(3ab)^2} \\&= \frac{2a^2b^2}{9a^2b^2} = \frac{2}{9}\end{aligned}$$

50. 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $2x-1$, $x-y$ 인 정육면체의 부피가 $2x^3+x^2-2x^2y-x-xy+y$ 이다. 이 때 x, y 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = -1$

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= y(-2x^2 - x + 1) + 2x^3 + x^2 - x \\&= y(-2x^2 - x + 1) + x(2x^2 + x - 1) \\&= (x - y)(2x^2 + x - 1) \\&= (x - y)(2x - 1)(x + 1)\end{aligned}$$

정육면체이므로 $x - y = 2x - 1 = x + 1$ 이다.

$$\therefore x = 2, y = -1$$