1. 다음 식의 계산 중 옳은 것은?

① $\sqrt{36}+\left(-\sqrt{12}\right)^2=15$　　② $\sqrt{5^2}-\sqrt{(-3)^2}=8$

③ $\sqrt{(-10)^2}-\sqrt{49}=-17$　　④ $\sqrt{0.04}\div\sqrt{0.1^2}=0.2$

⑤ $\sqrt{2^2}\times\sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2}=5$

해설

① $\sqrt{36}+(-\sqrt{12})^2=6+12=18$

② $\sqrt{5^2}-\sqrt{(-3)^2}=5-3=2$

③ $\sqrt{(-10)^2}-\sqrt{49}=10-7=3$

④ $0.2\div0.1=2$

⑤ $\sqrt{2^2}\times\sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2}=2\times\frac{5}{2}=5$

2. 다음 중 유리수가 아닌 수를 모두 고르면? (정답 2개)

① $-\sqrt{0.16}$ ② $\sqrt{0.3}$ ③ $\sqrt{2}-1$

④ 1.27 ⑤ $-\sqrt{4}$

해설

$-\sqrt{0.16}=-0.4$, $-\sqrt{4}=-2$ 이므로 유리수이다.

3. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $4-\sqrt{2}<2$

② $2-\sqrt{7}<\sqrt{3}-\sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15}>-4$

④ $-\sqrt{3}-\sqrt{10}<-\sqrt{10}-3$

⑤ $\sqrt{2}+1>\sqrt{3}+1$

해설

① $4-\sqrt{2}-2=2-\sqrt{2}=\sqrt{4}-\sqrt{2}>0$

$\therefore\ 4-\sqrt{2}>2$

② $2-\sqrt{7}-\left(\sqrt{3}-\sqrt{7}\right)=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$

$\therefore\ 2-\sqrt{7}>\sqrt{3}-\sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15}-(-4)>0$

④ $-\sqrt{3}-\sqrt{10}-\left(-\sqrt{10}-3\right)=-\sqrt{3}+3$

$=-\sqrt{3}+\sqrt{9}>0$

$\therefore\ -\sqrt{3}-\sqrt{10}>-\sqrt{10}-3$

⑤ $\sqrt{2}+1-\left(\sqrt{3}+1\right)=\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$

$\therefore\ \sqrt{2}+1<\sqrt{3}+1$

4. 다음 세 수 $a = 4 - \sqrt{7}$, $b = 2$, $c = 4 - \sqrt{8}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

① $a < b < c$ ② $a < c < b$ ③ $b < a < c$
④ $b < c < a$ ⑤ $c < a < b$

해설
$1 < a < 2$ 이고
$-\sqrt{9} < -\sqrt{8} < -\sqrt{4}$
$4 - \sqrt{9} < 4 - \sqrt{8} < 4 - \sqrt{4}$
$\therefore\ 1 < 4 - \sqrt{8} < 2$
$\therefore\ 1 < c < 2$
$a - c = (4 - \sqrt{7}) - (4 - \sqrt{8}) = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$
$\therefore\ a > c$
$\therefore\ c < a < b$

5. $\sqrt{16.9}\times\sqrt{640}$ 을 계산하면?

① 88 ② 104 ③ 136 ④ 144 ⑤ 1040

해설

$\sqrt{16.9}\times\sqrt{640}=\sqrt{\frac{169}{10}}\times\sqrt{64\times10}=13\times8=104$

6. $\dfrac{\sqrt{28}}{\sqrt{11}} \div \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{33}}$ 을 간단히 하였더니 $\sqrt{a}$ 이었다. 이때 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

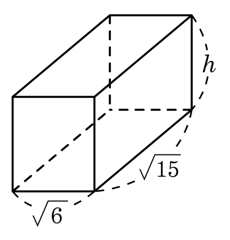
▷ 정답 : $a = 12$

해설

$\sqrt{\dfrac{28}{11} \times \dfrac{33}{7}} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{12}$

$\therefore a = 12$

7. 다음 그림과 같이 부피가 $12\sqrt{5}$ 인 직육면체의 가로, 세로의 길이가 각각 $\sqrt{6}$, $\sqrt{15}$ 일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{15}$
④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

해설

높이를 h라 하면 $\sqrt{6}\times\sqrt{15}\times h = 12\sqrt{5}$

$$\therefore\ h = \frac{12\sqrt{5}}{\sqrt{6}\times\sqrt{15}} = 12\times\sqrt{\frac{5}{6\times 15}} = \frac{12}{\sqrt{18}} = \frac{12}{3\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

8. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$ ② $b - a < 0$ ③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$ ⑤ $a + 1 > 0$

해설

① $a - b = \sqrt{8} - 3 - \left(-\sqrt{7} + \sqrt{8}\right)$

$= \sqrt{7} - 3 = \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0$

$\therefore\ a - b < 0$

② $b - a = -\sqrt{7} + \sqrt{8} - \left(\sqrt{8} - 3\right)$

$= -\sqrt{7} + 3 = \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0$

$\therefore\ b - a > 0$

③ 좌변$= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8}$

우변$= 3 = \sqrt{9}$

$\therefore\ b + \sqrt{7} < 3$

④ $a = \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0$

$b = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$

$\therefore\ ab < 0$

⑤ $a + 1 = \left(\sqrt{8} - 3\right) + 1 = \sqrt{8} - 2 = \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0$

$\therefore\ a + 1 > 0$

9. $\sqrt{2.13}$ 의 값을 A라 하고, $\sqrt{B} = 1.552$ 일 때, A, B 의 값을 바르게 구한 것은?

수	0	1	2	3	$\cdots$
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	$\cdots$
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	$\cdots$
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	$\cdots$
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	$\cdots$
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	$\cdots$

① A: 1.517, B: 2.32
② A: 1.517, B: 2.41
③ A: 1.459, B: 2.41
④ A: 1.459, B: 2.33
⑤ A: 1.414, B: 2.03

해설

표에서 2.13 을 찾으면 1.459 이므로 $\sqrt{2.13} = 1.459$ 이고, 제곱근의 값이 1.552인 것을 찾으면 2.41 이므로 $\sqrt{2.41} = 1.552$ 이다.

10. 제곱근표에서 $\sqrt{1.7} = 1.304$, $\sqrt{17} = 4.123$ 일 때, $\sqrt{170}$ 의 값은?

① 0.4123 ② 13.04 ③ 41.23
④ 130.4 ⑤ 412.3

해설

$\sqrt{170} = \sqrt{1.7 \times 10^2} = 10\sqrt{1.7} = 10 \times 1.304 = 13.04$

11. 다음 설명 중 옳은 것은?

① 3.9 의 제곱근은 1 개이다

② -8 의 제곱근은 $-\sqrt{8}$ 이다.

③ $\sqrt{6^2}$ 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.

④ $\left(-\frac{5}{3}\right)^2$ 의 제곱근은 $-\frac{5}{3}$ 이다.

⑤ 제곱근 3 과 3 의 제곱근은 같다.

해설

① 3.9 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3.9}$로 2 개이다.
② -8 의 제곱근은 없다.
④ $\left(-\frac{5}{3}\right)^2$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{3}$
⑤ 제곱근 3 : $\sqrt{3}$
3 의 제곱근 : $\pm\sqrt{3}$

12. 다음 중 반드시 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것은?

① $\sqrt{0.49}$　　② $\sqrt{121}$　　③ $\sqrt{1}$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}}$　　⑤ $\sqrt{0.4}$

해설

① $\sqrt{0.49} = \sqrt{0.7^2} = 0.7$

② $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$

③ $\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{4}$

⑤ 0.4 는 제곱수가 아니므로 $\sqrt{0.4}$ 는 반드시 근호를 사용하여 나타낸다.

13. $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : a

해설

$-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -|a| = a$

14. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $(\sqrt{a})^2 = a$ ② $(-\sqrt{a})^2 = a$ ③ $-\sqrt{a^2} = -a$
④ $-\sqrt{(-a)^2} = a$ ⑤ $\sqrt{(-a)^2} = a$

해설

④ $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -|a| = -a$

15. $A=\left(-\sqrt{9}\right)^2-\left(-\sqrt{5}\right)^2-\sqrt{(-2)^2}$, $B=\sqrt{8^2}\div\left(-\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{(-5)^2}\times\left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$ 일 때, AB의 값을 구하면?

① -60 ② -48 ③ 10 ④ 48 ⑤ 60

해설

$A=9-5-2=2$

$B=(8\div 2)+\left(5\times\frac{1}{5}\right)=4+1=5$

$AB=2\times 5=10$

16. 두 자리 자연수 n 에 대하여, $\sqrt{5(n+13)}$ 이 자연수가 되도록 하는 n 의 값의 합은?

① 69 ② 79 ③ 89 ④ 99 ⑤ 109

해설

$10 \le n < 100$, $\sqrt{5(n+13)} \to$ 자연수
$n + 13 = 5k^2$
$23 \le 5k^2 < 113$
$4.6 \le k^2 < 22.6$
$\therefore k^2 = 9$, 16
$n = 5 \times 9 - 13 = 32$, $n = 5 \times 16 - 13 = 67$
따라서 n 의 값의 합은 $32 + 67 = 99$ 이다.

17. 다음 보기의 수들을 큰 수부터 차례대로 나열했을 때, 첫째와 셋째에 놓이는 수는?

보기

$2\sqrt{5},\ -\sqrt{2},\ \sqrt{2^3},\ -\sqrt{5},\ 3\sqrt{3}$

① $2\sqrt{5},\ \sqrt{2^3}$　② $2\sqrt{5},-\sqrt{2}$　③ $2\sqrt{5},-\sqrt{5}$
④ $3\sqrt{3}, 2\sqrt{5}$　⑤ $3\sqrt{3},\ \sqrt{2^3}$

해설

$2\sqrt{5}=\sqrt{20},\ -\sqrt{2},\ \sqrt{2^3}=\sqrt{8},\ -\sqrt{5},\ 3\sqrt{3}=\sqrt{27}$ 이고,
큰 수부터 차례대로 나열하면 다음과 같다.
$3\sqrt{3}, 2\sqrt{5}, \sqrt{2^3}, -\sqrt{2}, -\sqrt{5}$
따라서 첫째와 셋째에 놓이는 수는 각각 $3\sqrt{3},\ \sqrt{2^3}$ 이다.

18. 다음 무리수 중 가장 작은 것은?

① $2\sqrt{7}$　② $3\sqrt{6}$　③ $4\sqrt{5}$　④ $5\sqrt{4}$　⑤ $6\sqrt{2}$

해설

① $\sqrt{28}$, ② $\sqrt{54}$, ③ $\sqrt{80}$, ④ $\sqrt{100}$, ⑤ $\sqrt{72}$ 이므로 가장 작은 것은 ①이다.

19. $\sqrt{\left(2\sqrt{5}-3\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{5}\right)^2}$을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$2\sqrt{5}=\sqrt{20}>\sqrt{18}=3\sqrt{2}$이므로

$\sqrt{\left(2\sqrt{5}-3\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{5}\right)^2}$

$=2\sqrt{5}-3\sqrt{2}+\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{5}\right)$

$=0$

20. 다음 설명 중에서 옳은 것은?

① 수직선 위의 모든 점은 유리수에 대응된다.

② π 는 수직선 위에 나타낼 수 없다.

③ 실수 중에는 수직선 위에 없는 것도 있다.

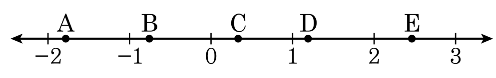
④ 무리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.

⑤ 유리수만으로는 수직선을 모두 메울 수 없다.

해설

① 수직선 위의 모든 점은 실수에 대응된다.
② π 는 무리수이므로 수직선 위에 나타낼 수 있다.
③ 모든 실수는 수직선 위에 있다.
④ 무리수와 유리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.

21. 다음 수직선에서 $3\sqrt{2}-5$ 에 대응하는 점은?



① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$\sqrt{16} < 3\sqrt{2} < \sqrt{25}$ 에서
$4 < 3\sqrt{2} < 5$ 이므로 $-1 < 3\sqrt{2}-5 < 0$ 이다.
$\therefore 3\sqrt{2}-5$ 에 대응하는 점은 점 B 이다.

22. $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 자연수가 2 개 있다.
② 정수가 3 개 있다.
③ 무수히 많은 무리수가 있다.
④ 무수히 많은 유리수가 있다.
⑤ 무수히 많은 실수가 있다.

해설
② $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 정수가 -1, 0, 1, 2 모두 4 개이다.

23. $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{5}} - \dfrac{3\sqrt{b}}{10}$ 가 0 이 되려면 a 는 b 의 몇 배이어야 하는지 구하여라.

▶ 답 : ______ 배

▷ 정답 : $\dfrac{9}{20}$ 배

해설

$$\frac{\sqrt{a}\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} - \frac{3\sqrt{b}}{10} = 0$$

$$\frac{\sqrt{5a}}{5} = \frac{3\sqrt{b}}{10} \Rightarrow 2\sqrt{5a} = 3\sqrt{b}$$

$$\sqrt{5a \times 2 \times 2} = \sqrt{3 \times 3 \times b}$$

$$20a = 9b \Rightarrow a = \frac{9}{20}b$$

24. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{3000}$ 의 값과 같은 것은?

① $10b$ ② $100b$ ③ $\frac{1}{10}a$ ④ $\frac{1}{10}b$ ⑤ $\frac{1}{100}a$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3000} &= \sqrt{30 \times 100} \\ &= \sqrt{30} \times \sqrt{100} \\ &= \sqrt{30} \times 10 \\ &= 10b\end{aligned}$$

25. 다음 식의 계산 결과가 틀린 것은?

① $\sqrt{24}+5\sqrt{6}=7\sqrt{6}$

② $\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{48}=\sqrt{3}$

③ $\frac{\sqrt{5}}{3}-\frac{\sqrt{45}}{2}+\frac{\sqrt{5}}{6}=-\frac{\sqrt{5}}{6}$

④ $\sqrt{12}+\sqrt{50}-\sqrt{3}+2\sqrt{2}=\sqrt{3}+7\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{3}+\frac{15}{\sqrt{3}}-2\sqrt{75}=0$

해설

① $\sqrt{24}+5\sqrt{6}=2\sqrt{6}+5\sqrt{6}=7\sqrt{6}$

② $\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{48}=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-4\sqrt{3}=\sqrt{3}$

③ $\frac{\sqrt{5}}{3}-\frac{\sqrt{45}}{2}+\frac{\sqrt{5}}{6}$

$=\frac{2\sqrt{5}}{6}-\frac{9\sqrt{5}}{6}+\frac{\sqrt{5}}{6}$

$=-\frac{6\sqrt{5}}{6}=-\sqrt{5}$

④ $\sqrt{12}+\sqrt{50}-\sqrt{3}+2\sqrt{2}$

$=2\sqrt{3}+5\sqrt{2}-\sqrt{3}+2\sqrt{2}$

$=\sqrt{3}+7\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{3}+\frac{15}{\sqrt{3}}-2\sqrt{75}$

$=5\sqrt{3}+\frac{15\sqrt{3}}{3}-10\sqrt{3}$

$=5\sqrt{3}+5\sqrt{3}-10\sqrt{3}=0$

26. $5+\sqrt{11}$ 의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $11-\sqrt{11}$

해설

$\sqrt{11}=3.\times\times\times$ 이므로

$5+\sqrt{11}=8.\times\times\times$ 이 된다.

$a=8,\ b=(5+\sqrt{11})-8=-3+\sqrt{11}$

$\therefore a-b=8-(-3+\sqrt{11})=11-\sqrt{11}$

27. $\sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $2a^2+5b$의 값은?

① $-1+2\sqrt{2}$　② $-2+2\sqrt{2}$　③ $-2+4\sqrt{2}$
④ $-3+5\sqrt{2}$　⑤ $-4+5\sqrt{2}$

해설

$1<\sqrt{2}<2$이므로 $a=1, b=\sqrt{2}-1$
$2a^2+5b=2\times1^2+5\times(\sqrt{2}-1)$
$=2+5\sqrt{2}-5$
$=-3+5\sqrt{2}$

28. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a = \pm\sqrt{x}$ 이다.

㉡ x 가 제곱근 9 이면 $x = 3$ 이다.

㉢ 7.5 의 제곱근은 존재하지 않는다.

㉣ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉢, ㉣
④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $x = \pm\sqrt{a}$ 이다.
㉢ 7.5 의 제곱근은 $\pm\sqrt{7.5}$ 이다.
㉣ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

29. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b<0$, $ab<0$ 일 때, $\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0　② $2a$　③ $a-b$　④ $2b$　⑤ $a+b$

해설

$ab<0$ 이면 a와 b의 부호가 다르다.
$a-b<0$ 이면 $a<b$ 이므로 $a<0$, $b>0$ 이다.
$a<0$ 이므로 $\sqrt{a^2}=-a$, $b>0$ 이므로 $\sqrt{b^2}=b$
$a<0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2}=\sqrt{a^2}=-a$
$b>0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2}=\sqrt{b^2}=b$
따라서
$\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$
$=-a+b-(-a)+b$
$=2b$

30. $\sqrt{x^2+35}=y$ 이고, x, y 는 자연수일 때, y 의 값을 모두 구하면?

① 6 ② 9 ③ 14 ④ 18 ⑤ 20

해설

$\sqrt{x^2+35}=y$

$x^2=1$ 일 때 $y=6$

$x^2=289$ 일 때 $y=18$

31. $3x - y = 12$ 일 때, $\sqrt{5x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3x - y = 12 \Rightarrow y = 3x - 12$

$\sqrt{5x+y} = \sqrt{5x+3x-12} = \sqrt{8x-12}$

$\sqrt{8x-12} = 1 \Rightarrow 8x - 12 = 1,\ x = \frac{13}{8}$

(x 는 자연수가 아니다.)

$\sqrt{8x-12} = 2 \Rightarrow 8x - 12 = 4,\ x = 2$

따라서 $x = 2$ 이다.

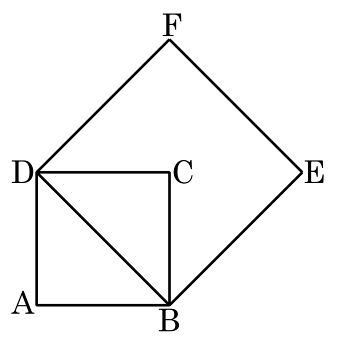
32. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 중 그 값이 가장 큰 것은?

① $-x^2$ ② $-x$ ③ $\frac{1}{\sqrt{x}}$ ④ $-\frac{1}{x}$ ⑤ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 ④이 답이다.

33. 그림과 같이 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{BD}$를 한 변으로 하는 정사각형 DBEF 가 있다. DBEF 의 대각선을 반지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{BD}$ 의 길이는 $4\sqrt{2}$

한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정사각형 DBEF 의 대각선의 길이는 $4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$ 이다.

따라서 반지름이 8 인 원의 둘레의 길이는 $2\pi \times 8 = 16\pi$ 이다.

34. $\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{8}{77}} \times \sqrt{28} = 4\sqrt{x}$ 일 때, 양수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$$\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{8}{77}} \times \sqrt{28} = \sqrt{22 \times \frac{8}{77} \times 28}$$
$$= 8 = 4\sqrt{4}$$

$4\sqrt{x} = 4\sqrt{4}$ 이므로 $x = 4$

35. $\sqrt{6} \times a\sqrt{6} = 18$, $\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$, $\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $a < c$　② $a \times c < b$　③ $b < a^2 + c^2$

④ $a < \frac{b}{c}$　⑤ $\frac{a}{c} < \frac{1}{b}$

해설

$\sqrt{6} \times a\sqrt{6} = 18$

$\rightarrow 18 \div \sqrt{6} = \frac{18}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18 \times 18}{6}} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$

$\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$

$\rightarrow 15 \div \sqrt{5} = \frac{15}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15 \times 15}{5}} = \sqrt{45}$

$\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$

$\rightarrow \sqrt{1.28} \div \sqrt{2} \times 10 = \sqrt{\frac{128}{100}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10 = \sqrt{64} = 8$

따라서 $a = 3,\ b = 45,\ c = 8$ 이므로

① $3 < 8 \rightarrow a < c$

② $3 \times 8 < 45 \rightarrow a \times c < b$

③ $45 < 9 + 64 \rightarrow b < a^2 + c^2$

④ $3 < \frac{45}{8} \rightarrow a < \frac{b}{c}$

⑤ $\frac{1}{45} < \frac{3}{8} \rightarrow \frac{1}{b} < \frac{a}{c}$ 이다.

36. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\dfrac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$　　② $1 - 3\sqrt{2}$　　③ $1 + 5\sqrt{2}$
④ $2 + 2\sqrt{2}$　　⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

37. $6\sqrt{12}\times2\sqrt{3}\div9\sqrt{2}=32\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\div A$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A=12$

해설

좌변 : $6\sqrt{12}\times2\sqrt{3}\div9\sqrt{2}=\frac{12\sqrt{3}\times2\sqrt{3}}{9\sqrt{2}}$

$=\frac{8}{\sqrt{2}}$

우변 : $32\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\div A=48\sqrt{2}\div A$

$\therefore\ 48\sqrt{2}\div A=\frac{8}{\sqrt{2}}$

$\therefore\ A=48\sqrt{2}\div\frac{8}{\sqrt{2}}=48\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{8}=12$

38. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(39)+f(40)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{40}-1$　② $\sqrt{40}+1$　③ $\sqrt{41}-1$
④ $\sqrt{41}+1$　⑤ $\sqrt{41}-\sqrt{40}$

해설

$f(1) = \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2}$
$f(2) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$
$f(3) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$
$f(39) = \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40}$
$f(40) = \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41}$
$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(39)+f(40)$
$= (-1+\sqrt{2}) + (-\sqrt{2}+\sqrt{3}) + (-\sqrt{3}+\sqrt{4}) + \cdots + (-\sqrt{39}+\sqrt{40}) + (-\sqrt{40}+\sqrt{41}) = -1+\sqrt{41}$

39. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 2x-2x\sqrt{2}+3y+2y\sqrt{2}\\ &= (2x+3y)+(-2x+2y)\sqrt{2}\end{aligned}$$

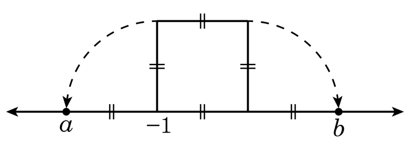
이 식이 유리수가 되기 위해서는

$-2x+2y=0$ (x, y는 유리수) 이 되어야 한다.

즉, $x=y$

$\therefore \frac{y}{x}=\frac{x}{x}=1$

40. 다음 그림의 사각형은 넓이가 3 인 정사각형이다. 다음 설명 중 틀린 것은?



① 정사각형 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.

② b 에 대응하는 실수는 $-1+2\sqrt{3}$ 이다.

③ $\dfrac{b-a}{\sqrt{2}}$ 의 값은 $-\sqrt{2}$ 이다.

④ a 에 대응하는 실수는 $-1-\sqrt{3}$ 이다.

⑤ 대각선의 길이는 $\sqrt{6}$ 이다.

해설

넓이가 3 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$

$a=-1-\sqrt{3}$, $b=-1+2\sqrt{3}$

$$\frac{b-a}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{-1+2\sqrt{3}-(-1-\sqrt{3})\right\}$$

$$=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$$

41. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a , 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

㉠ $a + b = 0$	㉡ $ab < 0$
㉢ $a^2 < b^2$	㉣ $a - b > 0$

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉡, ㉢　⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$|a| < |b| \quad \cdots (1)$
$a > 0$, $b < 0 \ \cdots (2)$
(1), (2) 에 의해 ㉠ $a + b < 0$

42. 실수 x, k에 대하여 $\sqrt{(x+k)^2}+\sqrt{(x-k)^2}=2k$가 k의 값에 관계없이 항상 성립하기 위한 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-k < x < k$

해설

$\sqrt{(x+k)^2}+\sqrt{(x-k)^2}=2k$에서

$|x+k|+|x-k|=2k$가 되려면

$x+k>0,\ x-k<0$이다.

$\therefore -k < x < k$

43. $\sqrt{56\times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1022

해설

$\sqrt{56\times a}=\sqrt{2^2\times14\times a}$

$\therefore a=14\times x^2$

$100\le14\times x^2<1000$

$x^2=9,\ 16,\ 25,\ 36,\ 49,\ 64$

$a=126,\ 224,\ 350,\ 504,\ 686,\ 896$

가장 작은 세 자리의 수 : 126

가장 큰 세 자리의 수 : 896

$126+896=1022$

44. 부등식 $\frac{1}{3} \le \frac{1}{\sqrt{2x}} < \frac{1}{2}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{1}{3} \le \frac{1}{\sqrt{2x}} < \frac{1}{2}$ 이므로

$2 < \sqrt{2x} \le 3$

각 변을 제곱하면

$4 < 2x \le 9$

$2 < x \le \frac{9}{2}$

따라서 주어진 조건을 만족하는 자연수는 3, 4 이다.

45. 다음 중 옳은 것을 골라라.

보기

㉠ $y = x - \sqrt{3}$ 을 만족하는 유리수 x, y 가 적어도 한 쌍은 존재한다.

㉡ $y = x + \sqrt{2}$ 일 때, $x + y$ 의 값은 항상 무리수이다.

㉢ 임의의 무리수 x 에 대하여 $xy = 1$ 이면 y 도 항상 무리수이다.

㉣ 직선 $y = \sqrt{3}x$ 를 지나는 점의 x 좌표와 y 좌표는 모두 항상 무리수이다.

㉤ $x + y$, $x - y$ 가 모두 무리수이면, x, y 도 항상 무리수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ (유리수) ± (유리수) = (유리수) 이므로 두 유리수 x, y 에 대하여 $x - y \neq \sqrt{3}$ $\therefore y \neq x - \sqrt{3}$

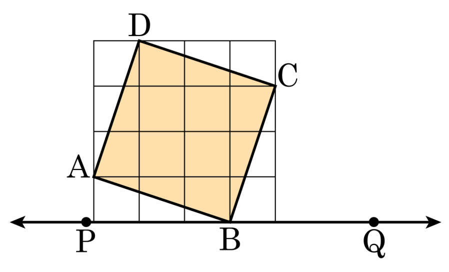
㉡ $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이면 $x + y = 0$: 유리수

㉢ 임의의 무리수 x 에 대해 $y = \frac{1}{x}$ 이므로 y 는 항상 무리수이다.

㉣ $y = \sqrt{3}x$ 은 $(0,\ 0)$ 을 지나므로 $x = 0$, $y = 0$: 유리수

㉤ $x = 1, y = \sqrt{3}$ 이면 $x+y = 1+\sqrt{3}$ 으로 무리수, $x-y = 1-\sqrt{3}$ 으로 무리수, 하지만 x는 유리수

46. 다음 그림과 같은 수직선 위의 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{PB}$, $\overline{CB} = \overline{QB}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라. (단, 모눈 한 칸의 길이는 1 이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{10}$

해설

$\overline{BC}$ 를 대각선으로 하는 직사각형에서 $\overline{BC}$ 를 빗변으로 하는 색칠하지 않은 부분의 삼각형의 넓이는 가로 1 , 세로 3 인 직사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $1 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 $\square ABCD = 4 \times 4 - \frac{3}{2} \times 4 = 10$ 이다.

$\square ABCD$ 는 정사각형이므로

$\overline{BC}^2 = 10$, $\therefore \overline{BC} = \sqrt{10}$

$\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{10}$ 이므로 $\overline{PQ} = 2\sqrt{10}$ 이다.

47. a, b 가 $ab = 8$, $a - b = 2$ 를 만족하는 양수일 때, $\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2} - 1$

해설

$a - b = 2$, $a = 2 + b$이므로 $ab = 8$에 대입하면

$(2 + b)b = 8$

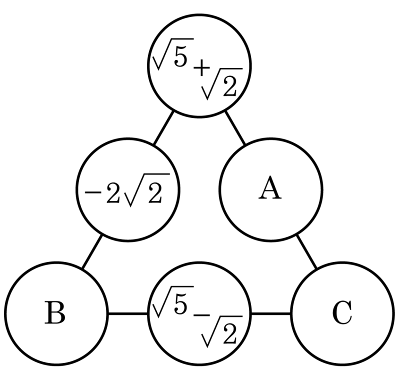
$\therefore\ b^2 + 2b - 8 = 0$

$\therefore\ b = 2$

$\therefore\ a = 2 + b = 2 + 2 = 4$

$\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}} = \sqrt{\frac{4}{2}} - \sqrt{\frac{2 \times 2}{4}} = \sqrt{2} - 1$ 이다.

48. 다음 그림에서 삼각형의 각 변에 있는 수의 합은 모두 같다고 할 때, $A-B+C$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-2\sqrt{2}$

해설

$B-2\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{2}=B+C+\sqrt{5}-\sqrt{2}$에서

$\therefore\ C=0$

$\sqrt{5}+\sqrt{2}+A=\sqrt{5}-\sqrt{2}+B$에서

$\therefore\ A-B=-2\sqrt{2}$

$\therefore\ A-B+C=-2\sqrt{2}$

49. $f(n)=\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$ 일 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(8)$ 의 값은?

① 2　　② 3　　③ $2\sqrt{2}-1$
④ $2\sqrt{2}+1$　　⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$f(n)=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ 이므로
(준식) $=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{9}-\sqrt{8}$
$=-1+3=2$

50. a 가 두 자리 자연수일 때, $\dfrac{\sqrt{a}+8}{\sqrt{a}-2}$ 의 정수부분이 3 이 되도록 하는 a 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ____ 개

▷ 정답 : 21 개

해설

$3 \leq \dfrac{\sqrt{a}+8}{\sqrt{a}-2} < 4$ 에서 양변에 $\sqrt{a}-2$ ($\because$ $\sqrt{a}-2>0$) 를 곱하면

$3(\sqrt{a}-2) \leq \sqrt{a}+8 < 4(\sqrt{a}-2)$

$3\sqrt{a}-6 \leq \sqrt{a}+8$ 에서 $\sqrt{a} \leq 7$ 이므로 $a \leq 49$

$\sqrt{a}+8 < 4\sqrt{a}-8$ 에서 $-3\sqrt{a} < -16$, $\sqrt{a} > \dfrac{16}{3}$ 이므로 $a > \dfrac{256}{9}$

즉, $\dfrac{256}{9} < a \leq 49$ 에서 a 는 두 자리 자연수 이므로 $29, 30, \cdots, 49$ 이다.

따라서 a 의 개수는 21 개이다.