

1. 다음 식의 계산 중 옳은 것은?

① $\sqrt{36} + (-\sqrt{12})^2 = 15$

② $\sqrt{5^2} - \sqrt{(-3)^2} = 8$

③ $\sqrt{(-10)^2} - \sqrt{49} = -17$

④ $\sqrt{0.04} \div \sqrt{0.1^2} = 0.2$

⑤ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2} = 5$

해설

① $\sqrt{36} + (-\sqrt{12})^2 = 6 + 12 = 18$

② $\sqrt{5^2} - \sqrt{(-3)^2} = 5 - 3 = 2$

③ $\sqrt{(-10)^2} - \sqrt{49} = 10 - 7 = 3$

④ $0.2 \div 0.1 = 2$

⑤ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2} = 2 \times \frac{5}{2} = 5$

2. 다음 중 유리수가 아닌 수를 모두 고르면? (정답 2개)

① $-\sqrt{0.16}$

② $\sqrt{0.3}$

③ $\sqrt{2} - 1$

④ 1.27

⑤ $-\sqrt{4}$

해설

$-\sqrt{0.16} = -0.4$, $-\sqrt{4} = -2$ 이므로 유리수이다.

3. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $4 - \sqrt{2} < 2$

② $2 - \sqrt{7} < \sqrt{3} - \sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15} > -4$

④ $-\sqrt{3} - \sqrt{10} < -\sqrt{10} - 3$

⑤ $\sqrt{2} + 1 > \sqrt{3} + 1$

해설

① $4 - \sqrt{2} - 2 = 2 - \sqrt{2} = \sqrt{4} - \sqrt{2} > 0$

$\therefore 4 - \sqrt{2} > 2$

② $2 - \sqrt{7} - (\sqrt{3} - \sqrt{7}) = 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0$

$\therefore 2 - \sqrt{7} > \sqrt{3} - \sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15} - (-4) > 0$

④ $-\sqrt{3} - \sqrt{10} - (-\sqrt{10} - 3) = -\sqrt{3} + 3$

$= -\sqrt{3} + \sqrt{9} > 0$

$\therefore -\sqrt{3} - \sqrt{10} > -\sqrt{10} - 3$

⑤ $\sqrt{2} + 1 - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore \sqrt{2} + 1 < \sqrt{3} + 1$

4. 다음 세 수 $a = 4 - \sqrt{7}$, $b = 2$, $c = 4 - \sqrt{8}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

① $a < b < c$

② $a < c < b$

③ $b < a < c$

④ $b < c < a$

⑤ $c < a < b$

해설

$$1 < a < 2 \text{ 이고}$$

$$-\sqrt{9} < -\sqrt{8} < -\sqrt{4}$$

$$4 - \sqrt{9} < 4 - \sqrt{8} < 4 - \sqrt{4}$$

$$\therefore 1 < 4 - \sqrt{8} < 2$$

$$\therefore 1 < c < 2$$

$$a - c = (4 - \sqrt{7}) - (4 - \sqrt{8}) = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$$

$$\therefore a > c$$

$$\therefore c < a < b$$

5. $\sqrt{16.9} \times \sqrt{640}$ 을 계산하면?

① 88

② 104

③ 136

④ 144

⑤ 1040

해설

$$\sqrt{16.9} \times \sqrt{640} = \sqrt{\frac{169}{10}} \times \sqrt{64 \times 10} = 13 \times 8 = 104$$

6. $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{11}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{33}}$ 을 간단히 하였더니 $\sqrt{a}$ 이었다. 이때 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 12$

해설

$$\sqrt{\frac{28}{11} \times \frac{33}{7}} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore a = 12$$

7. 다음 그림과 같이 부피가 $12\sqrt{5}$ 인 직육면체의 가로, 세로의 길이가 각각 $\sqrt{6}$, $\sqrt{15}$ 일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

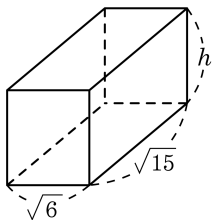
① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{15}$

④ $3\sqrt{6}$

⑤ $2\sqrt{15}$



해설

높이를 h 라 하면 $\sqrt{6} \times \sqrt{15} \times h = 12\sqrt{5}$

$$\therefore h = \frac{12\sqrt{5}}{\sqrt{6} \times \sqrt{15}}$$

$$= 12 \times \sqrt{\frac{5}{6 \times 15}} = \frac{12}{\sqrt{18}}$$

$$= \frac{12}{3\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

8. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$

② $b - a < 0$

③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$

⑤ $a + 1 > 0$

해설

$$\textcircled{1} \ a - b = \sqrt{8} - 3 - (-\sqrt{7} + \sqrt{8})$$

$$= \sqrt{7} - 3 = \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0$$

$$\therefore a - b < 0$$

$$\textcircled{2} \ b - a = -\sqrt{7} + \sqrt{8} - (\sqrt{8} - 3)$$

$$= -\sqrt{7} + 3 = \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0$$

$$\therefore b - a > 0$$

$$\textcircled{3} \ \text{좌변} = b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8}$$

$$\text{우변} = 3 = \sqrt{9}$$

$$\therefore b + \sqrt{7} < 3$$

$$\textcircled{4} \ a = \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0$$

$$b = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$$

$$\therefore ab < 0$$

$$\textcircled{5} \ a + 1 = (\sqrt{8} - 3) + 1 = \sqrt{8} - 2 = \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0$$

$$\therefore a + 1 > 0$$

9. $\sqrt{2.13}$ 의 값을 A 라 하고, $\sqrt{B} = 1.552$ 일 때, A, B 의 값을 바르게 구한 것은?

수	0	1	2	3	...
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	...
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	...
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	...
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	...
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	...

① $A: 1.517, B: 2.32$

② $A: 1.517, B: 2.41$

③ $A: 1.459, B: 2.41$

④ $A: 1.459, B: 2.33$

⑤ $A: 1.414, B: 2.03$

해설

표에서 2.13 을 찾으면 1.459 이므로 $\sqrt{2.13} = 1.459$ 이고, 제곱근의 값이 1.552 인 것을 찾으면 2.41 이므로 $\sqrt{2.41} = 1.552$ 이다.

10. 제곱근표에서 $\sqrt{1.7} = 1.304$, $\sqrt{17} = 4.123$ 일 때, $\sqrt{170}$ 의 값은?

① 0.4123

② 13.04

③ 41.23

④ 130.4

⑤ 412.3

해설

$$\sqrt{170} = \sqrt{1.7 \times 10^2} = 10 \sqrt{1.7} = 10 \times 1.304 = 13.04$$

11. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 3.9의 제곱근은 1개이다
- ② -8의 제곱근은 $-\sqrt{8}$ 이다.
- ③ $\sqrt{6^2}$ 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.
- ④ $\left(-\frac{5}{3}\right)^2$ 의 제곱근은 $-\frac{5}{3}$ 이다.
- ⑤ 제곱근 3과 3의 제곱근은 같다.

해설

- ① 3.9의 제곱근은 $\pm\sqrt{3.9}$ 로 2개이다.
- ② -8의 제곱근은 없다.
- ④ $\left(-\frac{5}{3}\right)^2$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{3}$
- ⑤ 제곱근 3 : $\sqrt{3}$
3의 제곱근 : $\pm\sqrt{3}$

12. 다음 중 반드시 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것은?

① $\sqrt{0.49}$

② $\sqrt{121}$

③ $\sqrt{1}$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}}$

⑤ $\sqrt{0.4}$

해설

① $\sqrt{0.49} = \sqrt{0.7^2} = 0.7$

② $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$

③ $\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{4}$

⑤ 0.4 는 제곱수가 아니므로 $\sqrt{0.4}$ 는 반드시 근호를 사용하여 나타낸다.

13. $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : a

해설

$$-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -|a| = a$$

14. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(\sqrt{a})^2 = a$

② $(-\sqrt{a})^2 = a$

③ $-\sqrt{a^2} = -a$

④ $-\sqrt{(-a)^2} = a$

⑤ $\sqrt{(-a)^2} = a$

해설

④ $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -|a| = -a$

15. $A = (-\sqrt{9})^2 - (-\sqrt{5})^2 - \sqrt{(-2)^2}$, $B = \sqrt{8^2} \div (-\sqrt{2})^2 + \sqrt{(-5)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$ 일 때, AB 의 값을 구하면?

① -60

② -48

③ 10

④ 48

⑤ 60

해설

$$A = 9 - 5 - 2 = 2$$

$$B = (8 \div 2) + \left(5 \times \frac{1}{5}\right) = 4 + 1 = 5$$

$$AB = 2 \times 5 = 10$$

16. 두 자리 자연수 n 에 대하여, $\sqrt{5(n+13)}$ 이 자연수가 되도록 하는 n 의 값의 합은?

① 69

② 79

③ 89

④ 99

⑤ 109

해설

$10 \leq n < 100$, $\sqrt{5(n+13)} \rightarrow$ 자연수

$$n+13 = 5k^2$$

$$23 \leq 5k^2 < 113$$

$$4.6 \leq k^2 < 22.6$$

$$\therefore k^2 = 9, 16$$

$$n = 5 \times 9 - 13 = 32, n = 5 \times 16 - 13 = 67$$

따라서 n 의 값의 합은 $32 + 67 = 99$ 이다.

17. 다음 보기의 수들을 큰 수부터 차례대로 나열했을 때, 첫째와 셋째에 놓이는 수는?

보기

$$2\sqrt{5}, -\sqrt{2}, \sqrt{2^3}, -\sqrt{5}, 3\sqrt{3}$$

① $2\sqrt{5}, \sqrt{2^3}$

② $2\sqrt{5}, -\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{5}, -\sqrt{5}$

④ $3\sqrt{3}, 2\sqrt{5}$

⑤ $3\sqrt{3}, \sqrt{2^3}$

해설

$2\sqrt{5} = \sqrt{20}$, $-\sqrt{2}$, $\sqrt{2^3} = \sqrt{8}$, $-\sqrt{5}$, $3\sqrt{3} = \sqrt{27}$ 이고,
큰 수부터 차례대로 나열하면 다음과 같다.

$$3\sqrt{3}, 2\sqrt{5}, \sqrt{2^3}, -\sqrt{2}, -\sqrt{5}$$

따라서 첫째와 셋째에 놓이는 수는 각각 $3\sqrt{3}, \sqrt{2^3}$ 이다.

18. 다음 무리수 중 가장 작은 것은?

① $2\sqrt{7}$

② $3\sqrt{6}$

③ $4\sqrt{5}$

④ $5\sqrt{4}$

⑤ $6\sqrt{2}$

해설

① $\sqrt{28}$, ② $\sqrt{54}$, ③ $\sqrt{80}$, ④ $\sqrt{100}$, ⑤ $\sqrt{72}$ 이므로 가장 작은 것은 ①이다.

19. $\sqrt{(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2} - \sqrt{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$2\sqrt{5} = \sqrt{20} > \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2} - \sqrt{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2} \\ &= 2\sqrt{5} - 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

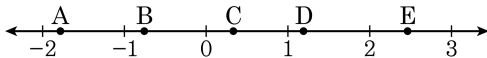
20. 다음 설명 중에서 옳은 것은?

- ① 수직선 위의 모든 점은 유리수에 대응된다.
- ② π 는 수직선 위에 나타낼 수 없다.
- ③ 실수 중에는 수직선 위에 없는 것도 있다.
- ④ 무리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.
- ⑤ 유리수만으로는 수직선을 모두 메울 수 없다.

해설

- ① 수직선 위의 모든 점은 실수에 대응된다.
- ② π 는 무리수이므로 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ③ 모든 실수는 수직선 위에 있다.
- ④ 무리수와 유리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.

21. 다음 수직선에서 $3\sqrt{2} - 5$ 에 대응하는 점은?



① A

② B

③ C

④ D

⑤ E

해설

$\sqrt{16} < 3\sqrt{2} < \sqrt{25}$ 에서

$4 < 3\sqrt{2} < 5$ 이므로 $-1 < 3\sqrt{2} - 5 < 0$ 이다.

$\therefore 3\sqrt{2} - 5$ 에 대응하는 점은 점 B 이다.

22. $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 자연수가 2 개 있다.
- ② 정수가 3 개 있다.
- ③ 무수히 많은 무리수가 있다.
- ④ 무수히 많은 유리수가 있다.
- ⑤ 무수히 많은 실수가 있다.

해설

② $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 정수가 $-1, 0, 1, 2$ 모두 4 개이다.

23. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{5}} - \frac{3\sqrt{b}}{10}$ 가 0 이 되려면 a 는 b 의 몇 배이어야 하는지 구하여라.

▶ 답 : 배

▷ 정답 : $\frac{9}{20}$ 배

해설

$$\frac{\sqrt{a}\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} - \frac{3\sqrt{b}}{10} = 0$$

$$\frac{\sqrt{5a}}{5} = \frac{3\sqrt{b}}{10} \Rightarrow 2\sqrt{5a} = 3\sqrt{b}$$

$$\sqrt{5a \times 2 \times 2} = \sqrt{3 \times 3 \times b}$$

$$20a = 9b \Rightarrow a = \frac{9}{20}b$$

24. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{3000}$ 의 값과 같은 것은?

① $10b$

② $100b$

③ $\frac{1}{10}a$

④ $\frac{1}{10}b$

⑤ $\frac{1}{100}a$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3000} &= \sqrt{30 \times 100} \\ &= \sqrt{30} \times \sqrt{100} \\ &= \sqrt{30} \times 10 \\ &= 10b\end{aligned}$$

25. 다음 식의 계산 결과가 틀린 것은?

① $\sqrt{24} + 5\sqrt{6} = 7\sqrt{6}$

② $\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} = \sqrt{3}$

③ $\frac{\sqrt{5}}{3} - \frac{\sqrt{45}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{6} = -\frac{\sqrt{5}}{6}$

④ $\sqrt{12} + \sqrt{50} - \sqrt{3} + 2\sqrt{2} = \sqrt{3} + 7\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{3} + \frac{15}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{75} = 0$

해설

① $\sqrt{24} + 5\sqrt{6} = 2\sqrt{6} + 5\sqrt{6} = 7\sqrt{6}$

② $\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3}$

③ $\frac{\sqrt{5}}{3} - \frac{\sqrt{45}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{6}$
 $= \frac{2\sqrt{5}}{6} - \frac{9\sqrt{5}}{6} + \frac{\sqrt{5}}{6}$
 $= -\frac{6\sqrt{5}}{6} = -\sqrt{5}$

④ $\sqrt{12} + \sqrt{50} - \sqrt{3} + 2\sqrt{2}$
 $= 2\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - \sqrt{3} + 2\sqrt{2}$
 $= \sqrt{3} + 7\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{3} + \frac{15}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{75}$
 $= 5\sqrt{3} + \frac{15\sqrt{3}}{3} - 10\sqrt{3}$
 $= 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = 0$

26. $5 + \sqrt{11}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $11 - \sqrt{11}$

해설

$\sqrt{11} = 3.\times\times\times$ 이므로

$5 + \sqrt{11} = 8.\times\times\times$ 이 된다.

$$a = 8, b = (5 + \sqrt{11}) - 8 = -3 + \sqrt{11}$$

$$\therefore a - b = 8 - (-3 + \sqrt{11}) = 11 - \sqrt{11}$$

27. $\sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $2a^2 + 5b$ 의 값은?

① $-1 + 2\sqrt{2}$

② $-2 + 2\sqrt{2}$

③ $-2 + 4\sqrt{2}$

④ $-3 + 5\sqrt{2}$

⑤ $-4 + 5\sqrt{2}$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 } a = 1, b = \sqrt{2} - 1$$

$$2a^2 + 5b = 2 \times 1^2 + 5 \times (\sqrt{2} - 1)$$

$$= 2 + 5\sqrt{2} - 5$$

$$= -3 + 5\sqrt{2}$$

28. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a = \pm \sqrt{x}$ 이다.

㉡ x 가 제곱근 9 이면 $x = 3$ 이다.

㉢ 7.5 의 제곱근은 존재하지 않는다.

㉤ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $x = \pm \sqrt{a}$ 이다.

㉢ 7.5 의 제곱근은 $\pm \sqrt{7.5}$ 이다.

㉤ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

29. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0

② $2a$

③ $a - b$

④ $2b$

⑤ $a + b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.

$a - b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$

$b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$

따라서

$$\begin{aligned} & \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2} \\ &= -a + b - (-a) + b \\ &= 2b \end{aligned}$$

30. $\sqrt{x^2 + 35} = y$ 이고, x, y 는 자연수일 때, y 의 값을 모두 구하면?

① 6

② 9

③ 14

④ 18

⑤ 20

해설

$$\sqrt{x^2 + 35} = y$$

$$x^2 = 1 \text{ 일 때 } y = 6$$

$$x^2 = 289 \text{ 일 때 } y = 18$$

31. $3x - y = 12$ 일 때, $\sqrt{5x + y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$3x - y = 12 \Rightarrow y = 3x - 12$$

$$\sqrt{5x + y} = \sqrt{5x + 3x - 12} = \sqrt{8x - 12}$$

$$\sqrt{8x - 12} = 1 \Rightarrow 8x - 12 = 1, x = \frac{13}{8}$$

(x 는 자연수가 아니다.)

$$\sqrt{8x - 12} = 2 \Rightarrow 8x - 12 = 4, x = 2$$

따라서 $x = 2$ 이다.

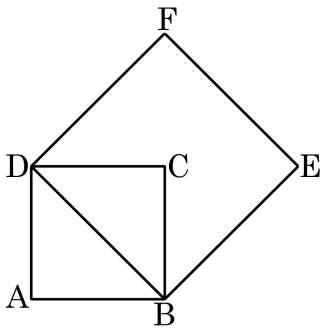
32. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 중 그 값이 가장 큰 것은?

- ① $-x^2$ ② $-x$ ③ $\frac{1}{\sqrt{x}}$ ④ $-\frac{1}{x}$ ⑤ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 ④이 답이다.

33. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 대각선 $\overline{BD}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 DBEF가 있다. DBEF의 대각선을 반지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 대각선 $\overline{BD}$ 의 길이는 $4\sqrt{2}$

한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정사각형 DBEF의 대각선의 길이는 $4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$ 이다.

따라서 반지름이 8인 원의 둘레의 길이는 $2\pi \times 8 = 16\pi$ 이다.

34. $\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{8}{77}} \times \sqrt{28} = 4\sqrt{x}$ 일 때, 양수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{8}{77}} \times \sqrt{28} &= \sqrt{22 \times \frac{8}{77} \times 28} \\ &= 8 = 4\sqrt{4}\end{aligned}$$

$$4\sqrt{x} = 4\sqrt{4} \text{ 이므로 } x = 4$$

35. $\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$, $\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$, $\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a < c$

② $a \times c < b$

③ $b < a^2 + c^2$

④ $a < \frac{b}{c}$

⑤ $\frac{a}{c} < \frac{1}{b}$

해설

$$\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$$

$$\rightarrow 18 \div \sqrt{6} = \frac{18}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18 \times 18}{6}} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$$

$$\rightarrow 15 \div \sqrt{5} = \frac{15}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15 \times 15}{5}} = \sqrt{45}$$

$$\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$$

$$\rightarrow \sqrt{1.28} \div \sqrt{2} \times 10 = \sqrt{\frac{128}{100}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10 = \sqrt{64} = 8$$

따라서 $a = 3$, $b = 45$, $c = 8$ 이므로

① $3 < 8 \rightarrow a < c$

② $3 \times 8 < 45 \rightarrow a \times c < b$

③ $45 < 9 + 64 \rightarrow b < a^2 + c^2$

④ $3 < \frac{45}{8} \rightarrow a < \frac{b}{c}$

⑤ $\frac{1}{45} < \frac{3}{8} \rightarrow \frac{1}{b} < \frac{a}{c}$ 이다.

36. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$

② $1 - 3\sqrt{2}$

③ $1 + 5\sqrt{2}$

④ $2 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

37. $6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} = 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A = 12$

해설

$$\begin{aligned} \text{좌변} : 6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} &= \frac{12\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}}{9\sqrt{2}} \\ &= \frac{8}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\text{우변} : 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A = 48\sqrt{2} \div A$$

$$\therefore 48\sqrt{2} \div A = \frac{8}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore A = 48\sqrt{2} \div \frac{8}{\sqrt{2}} = 48\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{8} = 12$$

38. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{40} - 1$

② $\sqrt{40} + 1$

③ $\sqrt{41} - 1$

④ $\sqrt{41} + 1$

⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$$f(1) = \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2}$$

$$f(2) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$f(3) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$$

$$f(39) = \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40}$$

$$f(40) = \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41}$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$$

$$= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \cdots + (-\sqrt{39} + \sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41}$$

39. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 2x - 2x\sqrt{2} + 3y + 2y\sqrt{2} \\ &= (2x + 3y) + (-2x + 2y)\sqrt{2}\end{aligned}$$

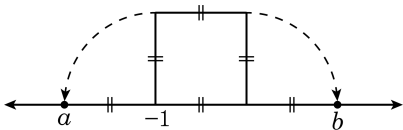
이 식이 유리수가 되기 위해서는

$-2x + 2y = 0$ (x, y 는 유리수)이 되어야 한다.

$$\text{즉, } x = y$$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

40. 다음 그림의 사각형은 넓이가 3인 정사각형이다. 다음 설명 중 틀린 것은?



- ① 정사각형 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.
- ② b 에 대응하는 실수는 $-1 + 2\sqrt{3}$ 이다.
- ③ $\frac{b-a}{\sqrt{2}}$ 의 값은 $-\sqrt{2}$ 이다.
- ④ a 에 대응하는 실수는 $-1 - \sqrt{3}$ 이다.
- ⑤ 대각선의 길이는 $\sqrt{6}$ 이다.

해설

넓이가 3인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$

$$a = -1 - \sqrt{3}, b = -1 + 2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{b-a}{\sqrt{2}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{-1 + 2\sqrt{3} - (-1 - \sqrt{3})\} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2} \end{aligned}$$

41. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a , 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

㉠ $a + b = 0$

㉡ $ab < 0$

㉢ $a^2 < b^2$

㉣ $a - b > 0$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$$|a| < |b| \cdots (1)$$

$$a > 0, b < 0 \cdots (2)$$

$$(1), (2) \text{에 의해 } \textcircled{5} \ a + b < 0$$

42. 실수 x, k 에 대하여 $\sqrt{(x+k)^2} + \sqrt{(x-k)^2} = 2k$ 가 k 의 값에 관계 없이 항상 성립하기 위한 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-k < x < k$

해설

$\sqrt{(x+k)^2} + \sqrt{(x-k)^2} = 2k$ 에서
 $|x+k| + |x-k| = 2k$ 가 되려면
 $x+k > 0, x-k < 0$ 이다.
 $\therefore -k < x < k$

43. $\sqrt{56 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1022

해설

$$\sqrt{56 \times a} = \sqrt{2^2 \times 14 \times a}$$

$$\therefore a = 14 \times x^2$$

$$100 \leq 14 \times x^2 < 1000$$

$$x^2 = 9, 16, 25, 36, 49, 64$$

$$a = 126, 224, 350, 504, 686, 896$$

가장 작은 세 자리의 수 : 126

가장 큰 세 자리의 수 : 896

$$126 + 896 = 1022$$

44. 부등식 $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x}} < \frac{1}{2}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{1}{3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x}} < \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$2 < \sqrt{2x} \leq 3$$

각 변을 제곱하면

$$4 < 2x \leq 9$$

$$2 < x \leq \frac{9}{2}$$

따라서 주어진 조건을 만족하는 자연수는 3, 4 이다.

45. 다음 중 옳은 것을 골라라.

보기

- ㉠ $y = x - \sqrt{3}$ 을 만족하는 유리수 x, y 가 적어도 한 쌍은 존재한다.
- ㉡ $y = x + \sqrt{2}$ 일 때, $x + y$ 의 값은 항상 무리수이다.
- ㉢ 임의의 무리수 x 에 대하여 $xy = 1$ 이면 y 도 항상 무리수이다.
- ㉣ 직선 $y = \sqrt{3}x$ 를 지나는 점의 x 좌표와 y 좌표는 모두 항상 무리수이다.
- ㉤ $x + y, x - y$ 가 모두 무리수이면, x, y 도 항상 무리수이다.

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

㉠ (유리수) $\pm$ (유리수) = (유리수) 이므로 두 유리수 x, y 에 대하여 $x - y \neq \sqrt{3} \therefore y \neq x - \sqrt{3}$

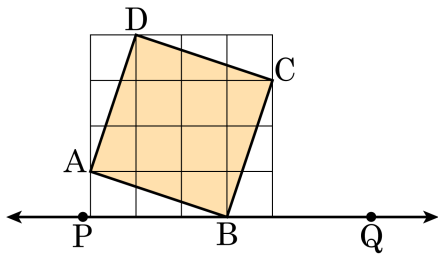
㉡ $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이면 $x + y = 0$: 유리수

㉢ 임의의 무리수 x 에 대해 $y = \frac{1}{x}$ 이므로 y 는 항상 무리수이다.

㉣ $y = \sqrt{3}x$ 은 $(0, 0)$ 을 지나므로 $x = 0, y = 0$: 유리수

㉤ $x = 1, y = \sqrt{3}$ 이면 $x + y = 1 + \sqrt{3}$ 으로 무리수, $x - y = 1 - \sqrt{3}$ 으로 무리수, 하지만 x 는 유리수

46. 다음 그림과 같은 수직선 위의 정사각형 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{PB}$, $\overline{CB} = \overline{QB}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라. (단, 모눈 한 칸의 길이는 1 이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{10}$

해설

$\overline{BC}$ 를 대각선으로 하는 직사각형에서 $\overline{BC}$ 를 빗변으로 하는 색칠하지 않은 부분의 삼각형의 넓이는 가로 1, 세로 3인 직사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $1 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 $\square ABCD = 4 \times 4 - \frac{3}{2} \times 4 = 10$ 이다.

$\square ABCD$ 는 정사각형이므로

$$\overline{BC}^2 = 10, \therefore \overline{BC} = \sqrt{10}$$

$\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{10}$ 이므로 $\overline{PQ} = 2\sqrt{10}$ 이다.

47. a, b 가 $ab = 8, a - b = 2$ 를 만족하는 양수일 때, $\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2} - 1$

해설

$a - b = 2, a = 2 + b$ 이므로 $ab = 8$ 에 대입하면

$$(2 + b)b = 8$$

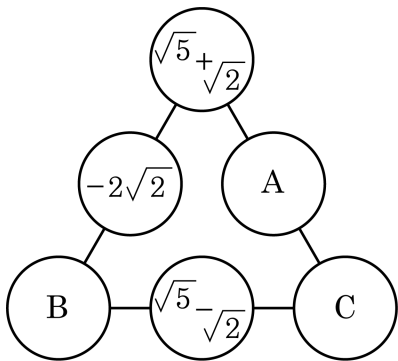
$$\therefore b^2 + 2b - 8 = 0$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a = 2 + b = 2 + 2 = 4$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}} = \sqrt{\frac{4}{2}} - \sqrt{\frac{2 \times 2}{4}} = \sqrt{2} - 1 \text{ 이다.}$$

48. 다음 그림에서 삼각형의 각 변에 있는 수의 합은 모두 같다고 할 때, $A - B + C$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $-2\sqrt{2}$

해설

$$B - 2\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{2} = B + C + \sqrt{5} - \sqrt{2} \text{에서}$$

$$\therefore C = 0$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{2} + A = \sqrt{5} - \sqrt{2} + B \text{에서}$$

$$\therefore A - B = -2\sqrt{2}$$

$$\therefore A - B + C = -2\sqrt{2}$$

49. $f(n) = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(8)$ 의 값은?

① 2

② 3

③ $2\sqrt{2} - 1$

④ $2\sqrt{2} + 1$

⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$$f(n) = \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{9} - \sqrt{8} \\ &= -1 + 3 = 2 \end{aligned}$$

50. a 가 두 자리 자연수일 때, $\frac{\sqrt{a}+8}{\sqrt{a}-2}$ 의 정수부분이 3 이 되도록 하는 a 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답: 21 개

해설

$3 \leq \frac{\sqrt{a}+8}{\sqrt{a}-2} < 4$ 에서 양변에 $\sqrt{a}-2$ ($\because \sqrt{a}-2 > 0$) 를 곱하면

$$3(\sqrt{a}-2) \leq \sqrt{a}+8 < 4(\sqrt{a}-2)$$

$3\sqrt{a}-6 \leq \sqrt{a}+8$ 에서 $\sqrt{a} \leq 7$ 이므로 $a \leq 49$

$\sqrt{a}+8 < 4\sqrt{a}-8$ 에서 $-3\sqrt{a} < -16$, $\sqrt{a} > \frac{16}{3}$ 이므로 $a > \frac{256}{9}$

즉, $\frac{256}{9} < a \leq 49$ 에서 a 는 두 자리 자연수 이므로 29, 30, $\dots$, 49 이다.

따라서 a 의 개수는 21 개이다.