

1. 24와 k 의 공약수가 1, 2, 4일 때, k 가 될 수 있는 70보다 작은 자연수를 모두 구하여라.

- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :

- ▷ 정답 : 4
- ▷ 정답 : 20
- ▷ 정답 : 28
- ▷ 정답 : 44
- ▷ 정답 : 52
- ▷ 정답 : 68

해설

24의 약수가 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이고 k 의 약수는 1, 2, 4, ... 이다.
() 안에 들어갈 수 있는 자연수는 70 이하 4의 배수 중 3, 6, 8, 12, 24의 배수를 제외한 수이다.
∴ 4, 20, 28, 44, 52, 68

2. 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 16 ② 24 ③ 56 ④ 72 ⑤ 120

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고, 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같으므로 두 수의 최대공약수는 8이어야 한다.

40과 16, 40과 24, 40과 56, 40과 72의 최대공약수는 8이다. 한편, 40과 120의 최대공약수는 40이므로 120은 a 의 값이 될 수 없다.

3. 600을 자연수 a 로 나누면 b^2 이 된다고 할 때, 가능한 $\frac{a}{b}$ 의 값 중 두 번째로 큰 값은? (단, b 는 자연수)

- ① $\frac{1}{2}$ ② 600 ③ 300 ④ 150 ⑤ 75

해설

$$\frac{600}{a} = \frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{a}$$

가 제곱수이어야 하므로

$$a = 2 \times 3 \times p^2 (p \text{는 자연수})$$

꼴의 600의 약수이다.

$$a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6 \text{ 일 때,}$$
$$\frac{600}{6} = 100 = 10^2 \quad \therefore b = 10$$
$$a = 2 \times 3 \times 2^2 = 24 \text{ 일 때,}$$
$$\frac{600}{24} = 25 = 5^2 \quad \therefore b = 5$$
$$a = 2 \times 3 \times 5^2 = 150 \text{ 일 때,}$$
$$\frac{600}{150} = 4 = 2^2 \quad \therefore b = 2$$
$$a = 2^3 \times 3 \times 5^2 = 600 \text{ 일 때,}$$
$$\frac{600}{600} = 1^2 \quad \therefore b = 1$$
$$\frac{6}{10} < \frac{24}{5} < \frac{150}{2} < 600$$

이므로

$$\frac{a}{b} \text{의 값 중 두 번째로 큰 값은 } \frac{150}{2} = 75$$

4. 자연수 n 에 대하여 $n+3$ 은 5의 배수이고 $n+5$ 는 3의 배수일 때, $n+8$ 을 15로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$n+3$ 은 5의 배수이므로
값은 2, 7, 12, 17, 22, ... 이고,
 $n+5$ 는 3의 배수이므로
값은 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 7, 22, 37, 52, ... 이다.
 $\therefore (n+8 \text{을 } 15 \text{로 나눈 나머지})=0$

5. 어떤 세 자연수의 비가 $2:3:4$ 이고 최대공약수가 6 일 때, 세 자연수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$$\begin{array}{r} a) 2 \times a \quad 3 \times a \quad 4 \times a \\ 2) \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\ \hline 1 \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

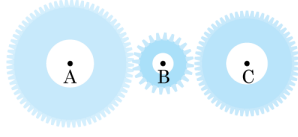
최대공약수는 $a = 6$ 이고,
최소공배수는 $a \times 2^2 \times 3 = 6 \times 2^2 \times 3 = 72$ 이다.

6. 세 자연수의 비가 $2 : 3 : 8$ 이고 최소공배수가 144 일 때, 세 자연수를 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 12
- ▷ 정답 : 18
- ▷ 정답 : 48

해설

세 자연수의 비가 $2 : 3 : 8$ 이므로 세 자연수는 각각 $2 \times a$, $3 \times a$, $8 \times a$ 로 나타낼 수 있다.
또한 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times a = 144 = 2^4 \times 3^2$ 으로 나타낼 수 있으므로 $a = 2 \times 3 = 6$ 이다.
따라서 세 자연수는 각각 $12 = 2 \times 6$, $18 = 3 \times 6$, $48 = 8 \times 6$ 이다.

7. 톱니 수가 각각 72 개, 24 개, 60 개인 A, B, C 세 톱니바퀴가 다음 그림과 같이 서로 맞물려 있다. 세 바퀴가 모두 처음 출발했던 위치대로 다시 맞물리려면 톱니바퀴 C 는 몇 바퀴를 돌아야 하는지 구하여라.



▶ 답 : 바퀴

▷ 정답 : 6바퀴

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 72} \quad 24 \quad 60 \\ 2 \overline{) 36} \quad 12 \quad 30 \\ 3 \overline{) 18} \quad 6 \quad 15 \\ 2 \overline{) 6} \quad 2 \quad 5 \\ \quad 3 \quad 1 \quad 5 \end{array}$$

$$2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$$

72, 24, 60 의 최소공배수는 360 이므로

$$C \text{ 는 } \frac{360}{60} = 6 \text{ (바퀴) 돌아야 한다.}$$

$\therefore$ 6 바퀴

8. 서로 맞물려 돌아가는 두 톱니바퀴 A, B의 톱니의 수는 각각 48개, 32개이다. 톱니가 같은 이에서 처음으로 다시 맞물리기 위해 톱니바퀴 A, B가 각 각 회전해야 하는 수를 a , b 라 할 때 $a + b$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

두 톱니바퀴가 원래 모양이 되기까지 돌아간 톱니의 개수는 48과 32의 최소공배수인 96이므로 톱니바퀴 A는 $96 \div 48 = 2$ (번) 회전해야 하고, 톱니바퀴 B는 $96 \div 32 = 3$ (번) 회전해야 하므로 $a + b = 2 + 3 = 5$

9. 자연수 a 의 약수의 개수를 $A(a)$ 로 나타낼 때, $A(24) \times A(x) = 32$ 에서 가장 작은 x 의 값은?

① 9

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 4

해설

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로

$$\begin{aligned} A(24) &= (3+1) \times (1+1) \\ &= 4 \times 2 = 8 \end{aligned}$$

$$8 \times A(x) = 32$$

$$A(x) = 4$$

약수의 개수가 4개인 수 중에서 가장 작은 수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

10. 희정이는 1 과 100 사이의 자연수 중에서 $\frac{1}{3}$ 을 곱하여도, $\frac{1}{8}$ 을 곱하여도 항상 자연수가 되는 수가 모두 몇 개인가를 조사하려고 한다. 희정이가 찾은 자연수는 모두 몇 개인가?
- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

구하는 수를 a 라 하면
 $\frac{1}{3} \times a = (\text{자연수})$, $\frac{1}{8} \times a = (\text{자연수})$ 가 되는 a 는 3 과 8 의 공배수이므로,
3 과 8 의 최소공배수는 24
따라서 24, 48, 72, 96 의 4 개

11. 1부터 200까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 93 개

해설

1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 66개
1부터 200까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 40개
1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이면서 5의 배수인 것의 개수는 13개
1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이거나 5의 배수인 것의 개수는
 $66 + 40 - 13 = 93$

12. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

1부터 100까지의 자연수 중에서
3의 배수는 3, 6, 9, $\cdots$, 96, 99의 33개이고,
5의 배수는 5, 10, 15, $\cdots$, 95, 100의 20개이다.
이 중 3과 5의 공배수인 15의 배수의 개수는 6개이므로
 $33 + 20 - 6 = 47$ 개다.