

1. 세 수 30, 60, 80 의 공약수 중에서 소수의 합은?

① 3

② 5

③ 7

④ 10

⑤ 17

해설

30, 60, 80 의 최대공약수 : 10

공약수 중 소수 : 2, 5

(소수의 합) = $2 + 5 = 7$

2. 세 자연수 45, A , 90 의 최대공약수가 15 일 때, A 가 될 수 있는 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 75

해설

A 는 15 를 약수로 갖고 있으므로, 두 자리 자연수인 15 의 배수를 나열해 보면 다음과 같다.

15, 30, 45, 60, 75, 90

이 중, 45, 90 과의 최대공약수가 15 가 될 수 있는 자연수는 15, 30, 60, 75 이다.

이 중 가장 큰 수는 75 이다.

3. 24와 k 의 공약수가 1, 2, 4 일 때, k 가 될 수 있는 70 보다 작은 자연 수를 모두 구하여라.

- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :

- ▷ 정답 : 4
- ▷ 정답 : 20
- ▷ 정답 : 28
- ▷ 정답 : 44
- ▷ 정답 : 52
- ▷ 정답 : 68

해설

24의 약수가 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이고 k 의 약수는 1, 2, 4, ... 이다.
() 안에 들어갈 수 있는 자연수는 70 이하 4 의 배수 중 3, 6, 8, 12, 24 의 배수를 제외한 수이다.
∴ 4, 20, 28, 44, 52, 68

4. 18과 a 의 공약수가 1, 2, 3, 6일 때, a 가 될 수 있는 50보다 작은 자연수는 모두 몇 개인가?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

18과 a 의 최대공약수가 6이므로

$$18 = 6 \times 3, a = 6 \times k$$

k 는 3의 배수이면 안 된다.

따라서 50보다 작은 자연수 a 는

$$6 \times 1 = 6, 6 \times 2 = 12, 6 \times 4 = 24, 6 \times 5 = 30, 6 \times 7 = 42, \\ 6 \times 8 = 48 \text{의 } 6 \text{ 개이다.}$$

5. 세 자연수 $2^2 \times A$, $2 \times 3 \times A$, $3^2 \times A$ 의 최소공배수가 108 일 때, A 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

세 자연수의 최소공배수가 108 이고, $108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 $2^2 \times A$, $2 \times 3 \times A$, $3^2 \times A$ 의 최소공배수와 $2^2 \times 3^3$ 가 같으면 된다. $2^2 \times A$, $2 \times 3 \times A$, $3^2 \times A$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times A$ 이므로 $2^2 \times 3^3$ 와 비교하면 A 는 3 이다.

6. 두 수 $2 \times 3 \times 5^{\square}$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^{\square} \times 3^{\square} \times 5^2 \times 7^{\square}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 숫자들의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$2 \times 3 \times 5^{\square}$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수를 구하면 $2 \times 3^2 \times 5^{\square} \times 7^2$ 이다.

또, $2 \times 3 \times 5^{\square}$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^{\square} \times 3^{\square} \times 5^2 \times 7^{\square}$ 이므로 위에서 구한 최소공배수와 비교해 보면 $2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2$ 이다.

따라서 $\square$ 안에 들어가는 수는 차례대로 2, 1, 2, 2 이고, 구하는 값은 8 이다.

7. 600을 자연수 a 로 나누면 b^2 이 된다고 할 때, 가능한 $\frac{a}{b}$ 의 값 중 두 번째로 큰 값은? (단, b 는 자연수)

① $\frac{1}{2}$ ② 600 ③ 300 ④ 150 ⑤ 75

해설

$\frac{600}{a} = \frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{a}$ 가 제곱수이어야 하므로

$a = 2 \times 3 \times p^2$ (p 는 자연수) 꼴의 600의 약수이다.

$a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6$ 일 때,

$$\frac{600}{6} = 100 = 10^2 \quad \therefore b = 10$$

$a = 2 \times 3 \times 2^2 = 24$ 일 때,

$$\frac{600}{24} = 25 = 5^2 \quad \therefore b = 5$$

$a = 2 \times 3 \times 5^2 = 150$ 일 때,

$$\frac{600}{150} = 4 = 2^2 \quad \therefore b = 2$$

$a = 2^3 \times 3 \times 5^2 = 600$ 일 때,

$$\frac{600}{600} = 1^2 \quad \therefore b = 1$$

$$\frac{6}{10} < \frac{24}{5} < \frac{150}{2} < 600 \text{ 이므로}$$

$\frac{a}{b}$ 의 값 중 두 번째로 큰 값은 $\frac{150}{2} = 75$

8. 분수 $\frac{x}{y}$ 의 분모에 18, 분자에 45 를 더해도 분수의 값은 변하지 않는다.
 x, y 의 최소공배수가 70 일 때, 자연수 x, y 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 35$

▷ 정답 : $y = 14$

해설

$$\frac{x}{y} = \frac{x+45}{y+18}$$

$$\rightarrow x \times (y+18) = y \times (x+45)$$

$$\rightarrow 18x = 45y \rightarrow 2x = 5y$$

$$70 = 2 \times 5 \times 7 \text{ 이므로}$$

$$2x = 5y \text{ 를 만족하려면 } x = 35, y = 14 \text{ 이다.}$$

9. 원주 위를 같은 방향으로 일정한 속도로 움직이는 세 점 A, B, C 가 있다. 점 A 는 한 바퀴 도는데 6 초가 걸리고, 점 B 는 1 분에 30 바퀴, 점 C 는 1 분에 12 바퀴를 돈다고 한다. 세 점 A, B, C 가 동시에 원주 위의 점 P 를 통과한 후, 15 분 동안 동시에 점 P 를 몇 번 통과 하는지 구하여라.

▶ 답 : 번

▷ 정답 : 30 번

해설

한 바퀴 도는데 A 는 6 초, B 는 $\frac{1}{30}$ 분 (=2 초), C 는 $\frac{1}{12}$ 분 (=5 초)가 걸린다.
그러므로 점 P 에서 동시에 출발한 후 처음으로 점 P 를 통과하는 데는 6, 2, 5 의 최소공배수인 30 초가 걸린다.
따라서 점 P 를 15 분, 즉 900 초 동안 동시에 통과하는 횟수는 $900 \div 30 = 30$ (번)이다.

10. 원주 위를 같은 방향으로 움직이는 세 점 A, B, C 가 3 분에 각각 45 바퀴, 30 바퀴, 60 바퀴를 돈다. 원주 위의 한 점 P 에서 세 점 A, B, C 가 동시에 출발하여 출발한 이후 1 시간 동안 점 P 를 동시에 통과하는 횟수를 구하여라.

▶ 답 : 회

▷ 정답 : 300 회

해설

A 가 3 분에 45 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{15}$ 분, 즉 4 초가 걸리고, B 가 3 분에 30 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{10}$ 분, 즉 6 초 걸리고, C 가 3 분에 60 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{20}$ 분, 즉 3 초가 걸린다.
즉, 같은 지점에서 처음에 같이 출발했다가 다시 같이 출발하는 데는 4, 6, 3 의 최소공배수인 12 초가 걸린다.
따라서 점 P 를 1 시간 (3600 초) 동안 $3600 \div 12 = 300$ (회) 동시에 통과한다.