

1. 다음 중 제곱근을 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것은 모두 몇 개인가?

12, 0.4, $\frac{1}{16}$, 0.4, $\frac{4}{25}$

- ① 1개
- ② 2개
- ③ 3개
- ④ 4개
- ⑤ 5개

해설

12 의 제곱근 $\pm \sqrt{12}$
0.4 의 제곱근 $\pm \sqrt{0.4}$
 $\frac{1}{16}$ 의 제곱근 $\pm \frac{1}{4}$
0.4 의 제곱근 $\pm \frac{2}{3}$
 $\frac{4}{25}$ 의 제곱근 $\pm \frac{2}{5}$

2. 다음 중 반드시 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것은?

① $\sqrt{0.49}$

② $\sqrt{121}$

③ $\sqrt{1}$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}}$

⑤ $\sqrt{0.4}$

해설

① $\sqrt{0.49} = \sqrt{0.7^2} = 0.7$

② $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$

③ $\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{4}$

⑤ 0.4 는 제곱수가 아니므로 $\sqrt{0.4}$ 는 반드시 근호를 사용하여 나타낸다.

3. 다음 중에서 옳은 설명을 모두 고른 것은?

모든 무리수 x, y 에 대하여
ㄱ. $x + y$ 는 항상 무리수이다.
ㄴ. $x - y$ 는 항상 무리수이다.
ㄷ. $x \times y$ 는 항상 무리수이다.
ㄹ. $x \div y$ 는 항상 무리수이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ ⑤ **없다**

해설

ㄱ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
ㄴ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$
ㄷ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$
ㄹ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$
따라서, 옳은 것은 ⑤ 없다.

4. 다음 중 옳은 것은?

- ① 어떤 수의 제곱근은 모두 무리수이다.
- ② 두 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ③ 유리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ④ 유리수와 무리수의 곱은 항상 무리수이다.
- ⑤ 무리수에 무리수를 곱하면 항상 무리수이다.

해설

- ① 제곱수의 제곱근은 유리수
- ② $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
- ④ $0 \times \sqrt{2} = 0$
- ⑤ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$

5. $b < 0 < a < 2$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{(a-2)^2} = a-2$
- ② $\sqrt{(2-a)^2} = a-2$
- ③ $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = 0$
- ④ $\sqrt{b^2} + |b| = -2b$
- ⑤ $\sqrt{(b-2)^2} = b-2$

해설

- ① $a < 2$ 이므로
 $\sqrt{(a-2)^2} = -(a-2) = -a+2$
- ② $a < 2$ 이므로
 $\sqrt{(2-a)^2} = 2-a$
- ③ $b < a$ 이므로
 $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = a-b - (b-a) = 2a-2b$
- ⑤ $b < 2$ 이므로
 $\sqrt{(b-2)^2} = -(b-2) = -b+2$

6. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, 0 < b < 1$ 이다. $\sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$ 을 간단히 하였을 때 a, b 의 계수와 상수항의 합은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$a < 0, 0 < b < 1$ 이므로

$a - b < 0, 1 - b > 0$

$\therefore \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$

$= |-2a| - |a-b| + |1-b|$

$= -2a + a - b + 1 - b$

$= -a - 2b + 1$

따라서 구하는 값은 $-1 - 2 + 1 = -2$ 이다.

7. a 의 값의 범위가 $-2 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+2)^2}$ 의 식을 간단히 하면?

① 0

② $-2a - 4$

③ -4

④ $-2a$

⑤ $2a$

해설

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a \geq 0 \text{ 일 때,} & a \\ a < 0 \text{ 일 때,} & -a \end{cases} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+2)^2} = -a + 2 - a - 2 = -2a$$

8. 다음 식을 간단히 하여라.

$$\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(1+\sqrt{3})^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

$$\sqrt{3} > 1 \text{ 이므로 } \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(1+\sqrt{3})^2} = -1 + \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

9. $X = \sqrt{144} \times \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} - \sqrt{\frac{25}{4}} \div \left(-\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2$ 일 때, $10X$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$\begin{aligned} X &= \sqrt{144} \times \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} - \sqrt{\frac{25}{4}} \div \left(-\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2 \\ &= 12 \times \frac{2}{3} - \frac{5}{2} \times \frac{4}{5} = 8 - 2 = 6 \end{aligned}$$

따라서 $10X = 60$ 이다.

10. $\frac{10^8}{20^4} = \sqrt{25^a}$, $\sqrt{\frac{6^{10}}{6^4}} = 6^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 7$

해설

$$\frac{10^8}{20^4} = \frac{10^8}{2^4 \times 10^4} = \frac{10^4}{2^4} = 5^4 = \sqrt{25^4}, a = 4$$

$$\sqrt{\frac{6^{10}}{6^4}} = \sqrt{6^6} = 6^3, b = 3$$

$$\therefore a + b = 4 + 3 = 7$$

11. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- | | |
|---|---|
| ㉠ $\sqrt{90} < 10$ | ㉡ $0.4 > \sqrt{0.4}$ |
| ㉢ $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$ | ㉣ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$ |
| ㉤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{5}}$ | ㉥ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$ |

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

- ㉡ $\sqrt{0.16} < \sqrt{0.4}$ 이므로 $0.4 < \sqrt{0.4}$ 이다.
㉣ $\sqrt{6} > \sqrt{5}$ 이므로 $-\sqrt{6} < -\sqrt{5}$ 이다.

12. 다음 중 3에 가장 가까운 수는?

- ① $2\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 3.5

해설

① $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$

② 2

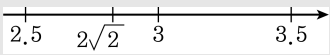
③ $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$

④ $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$

⑤ $3.5 = \frac{7}{2} = \sqrt{\frac{49}{4}}$

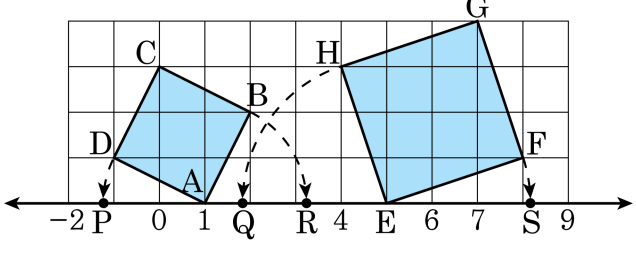
이고 $3 = \sqrt{9}$ 이고 $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$, $3.5 = \frac{7}{2} = \sqrt{\frac{49}{4}}$ 이다.

여기서 세 수를 수직선 상에 나타내면 다음과 같다.



따라서 3과 가장 가까운 수는 $2\sqrt{2}$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 가 정사각형이고 $\overline{AD} = \overline{AP} = \overline{AR}$, $\overline{EH} = \overline{EQ} = \overline{ES}$ 일 때, 점 P, Q, R, S에 대응하는 수를 바르게 짝지은 것을 모두 고르면?



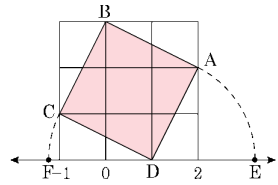
- | | |
|---|---|
| $\textcircled{\tiny \Gamma}$ P($-\sqrt{2}$) | $\textcircled{\tiny \Delta}$ Q($5 - \sqrt{3}$) |
| $\textcircled{\tiny \ominus}$ R($1 + \sqrt{5}$) | $\textcircled{\tiny \oplus}$ S($5 + \sqrt{10}$) |

- ① $\textcircled{\tiny \Gamma}$, $\textcircled{\tiny \Delta}$ ② $\textcircled{\tiny \Delta}$, $\textcircled{\tiny \ominus}$ ③ $\textcircled{\tiny \ominus}$, $\textcircled{\tiny \oplus}$ ④ $\textcircled{\tiny \Gamma}$, $\textcircled{\tiny \oplus}$ ⑤ $\textcircled{\tiny \Gamma}$, $\textcircled{\tiny \ominus}$

해설

$\square ABCD$ 의 넓이가 5이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$, $\square EFGH$ 의 넓이는 10이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$
따라서 $\textcircled{\tiny \Gamma}$ P($1 - \sqrt{5}$) $\textcircled{\tiny \Delta}$ Q($5 - \sqrt{10}$)

14. 다음 수직선에서 정사각형 ABCD 의 넓이는 5 이다. 점 D 의 좌표는 1 , $AD = DE$, $CD = DF$ 일 때, 점 E 와 점 F 의 좌표를 각각 a , b 라고 한다. 이때, $a - b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{5}$

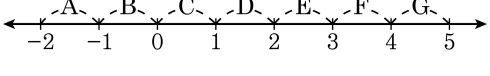
해설

$$E(1 + \sqrt{5}) = a$$

$$F(1 - \sqrt{5}) = b$$

$$\therefore a - b = (1 + \sqrt{5}) - (1 - \sqrt{5}) = 2\sqrt{5}$$

15. 다음 수들이 위치하는 구간과 바르게 연결된 것은?

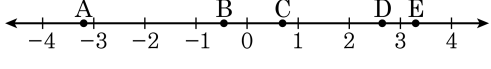


- ① $2 + \sqrt{3} : G$
- ② $5 - \sqrt{2} : F$
- ③ $2\sqrt{3} + 1 : E$
- ④ $\sqrt{6} - 3 : A$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3} + 4}{2} : B$

해설

- ① $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ 에서 $3 < 2 + \sqrt{3} < 4$: 점 F
- ② $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$ 에서 $3 < 5 - \sqrt{2} < 4$: 점 F
- ③ $\sqrt{9} < 2\sqrt{3} < \sqrt{16}$ 에서 $4 < 2\sqrt{3} + 1 < 5$: 점 G
- ④ $\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$ 에서 $-1 < \sqrt{6} - 3 < 0$: 점 B
- ⑤ $5 < \sqrt{3} + 4 < 6$ 에서 $\frac{5}{2} < \frac{\sqrt{3} + 4}{2} < 3$: 점 E

16. 아래 수직선 위의 점 A,B,C,D,E 와 보기의 수가 잘못 연결된 것을 모두 고르면?



보기

$-\sqrt{9}, 1-\sqrt{2}, \sqrt{7}, \frac{2}{3}, -\sqrt{3}+5$

- ① A : $-\sqrt{9}$ ② B : $-\sqrt{3}+5$ ③ C : $\frac{2}{3}$
④ D : $\sqrt{7}$ ⑤ E : $1-\sqrt{2}$

해설

$-\sqrt{9} = -3$
 $-2 < -2\sqrt{2} < -1$ 이므로 $-1 < 1-\sqrt{2} < 0$
 $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ 이므로 $2 < \sqrt{7} < 3$
 $-2 < -\sqrt{3} < -1$ 이므로 $3 < -\sqrt{3}+5 < 4$

17. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6 ② 4 ③ -4 ④ -6 ⑤ -10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + \frac{\sqrt{16} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}}{2} \\&= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + 2 + 2\sqrt{6} \\&= -\frac{k}{3}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + k + 2 \\&= \left(-\frac{k}{3} + 2\right)\sqrt{6} + k + 2\end{aligned}$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3} + 2 = 0$$

$$\therefore k = 6$$

18. $a + \sqrt{2}, 3 + b\sqrt{2}$ 의 합과 곱이 모두 유리수가 되도록 하는 유리수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = -1$

해설

$$\text{합 : } (a + \sqrt{2}) + (3 + b\sqrt{2}) = 3 + a + \sqrt{2} + b\sqrt{2}$$

$$\text{곱 : } (a + \sqrt{2})(3 + b\sqrt{2}) = 3a + ab\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2b$$

합과 곱이 모두 유리수가 되기 위해서 근호가 없어져야 하므로

$$\text{합 : } \sqrt{2} + b\sqrt{2} = 0 \quad \therefore b = -1$$

$$\text{곱 : } ab\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 0 \quad \therefore a = 3$$

19. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(80)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{f(a)} &= \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} \\&= \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})(\sqrt{a+1} - \sqrt{a})} \\&= \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{a+1-a} \\&= \sqrt{a+1} - \sqrt{a} \text{ 이므로} \\(\text{준식}) &= (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \cdots + (\sqrt{81} - \sqrt{80}) \\&= \sqrt{81} - \sqrt{1} = 9 - 1 = 8\end{aligned}$$

20. $x = \sqrt{2} + 1$ 일 때, $\frac{[x]}{x - [x]} + \frac{2x + [x]}{[x]}$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2} + 4$

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{2} + 1, 1 < \sqrt{2} < 2, 2 < \sqrt{2} + 1 < 3 \text{ 이므로 } \therefore [x] = 2 \\ (\text{준식}) &= \frac{2}{\sqrt{2} + 1 - 2} + \frac{2\sqrt{2} + 2 + 2}{2} = \frac{2}{\sqrt{2} - 1} + \sqrt{2} + 2 = \\ &= \frac{2(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} + \sqrt{2} + 2 \\ &= 2(\sqrt{2} + 1) + \sqrt{2} + 2 = 3\sqrt{2} + 4 \end{aligned}$$

21. 다음 중 무리수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은? (단, $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$)

① $\sqrt{2} + 0.1$

② $\sqrt{3} - 0.1$

③ $\sqrt{2} + 0.2$

④ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

해설

① $\sqrt{2} + 0.1 = 1.514$

② $\sqrt{3} - 0.1 = 1.632$

③ $\sqrt{2} + 0.2 = 1.614$

④ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 의 중점이므로 두 수 사이에 있는 수이다.

⑤ $0.2 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0.4$ 이므로 $0.1 < \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} < 0.2$, 따라서 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있지 않다.

22. 제곱근표에서 $\sqrt{2.41} = 1.552$, $\sqrt{24.1} = 4.909$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{241} = 15.52$

② $\sqrt{0.241} = 0.4909$

③ $\sqrt{2410} = 49.09$

④ $\sqrt{24100} = 155.2$

⑤ $\sqrt{0.0241} = 0.01552$

해설

$$\begin{aligned}\textcircled{5} \quad \sqrt{0.0241} &= \sqrt{2.41 \times 0.01} \\ &= 0.1 \sqrt{2.41} = 0.1 \times 1.552 \\ &= 0.1552\end{aligned}$$

23. $\sqrt{48} + \frac{2\sqrt{3}-9}{\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{48} + \frac{2\sqrt{3}-9}{\sqrt{3}} &= 4\sqrt{3} + \frac{(2\sqrt{3}-9) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ &= 4\sqrt{3} + \frac{6-9\sqrt{3}}{3} \\ &= 4\sqrt{3} + 2 - 3\sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서, $1 < \sqrt{3} < 2$ 이고 $3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로 구하는 정수부분은 3 이다.

24. $\sqrt{17}+1$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① $-7 + \sqrt{17}$

② $-7 + 2\sqrt{17}$

③ $-7 + 3\sqrt{17}$

④ $-7 + 4\sqrt{17}$

⑤ $-7 + 5\sqrt{17}$

해설

$4 < \sqrt{17} < 5$ 이고 $5 < \sqrt{17} + 1 < 6$ 이므로

$a = 5, b = \sqrt{17} + 1 - 5 = \sqrt{17} - 4$

$\therefore a + 3b = 5 + 3(\sqrt{17} - 4) = -7 + 3\sqrt{17}$

25. $\sqrt{35}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{140}$ 의 소수 부분을 a 를 사용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2a - 1$

해설

$$a = \sqrt{35} - 5$$

$$11 < \sqrt{140} < 12 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{140} \text{의 소수 부분은 } \sqrt{140} - 11 \text{ 이다.}$$

$$\sqrt{140} - 11 = 2\sqrt{35} - 11 = 2(\sqrt{35} - 5) - 1 = 2a - 1$$

26. 다음 조건을 보고, $a - b$ 의 값을 구하여라.

- (1) a 는 $4 - \sqrt{3}$ 의 정수부분이다.
(2) b 는 $2x + 7y = 15x - 8y$ 일 때, $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$ 의 값을 넘지 않는 최대의 정수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = -1$

해설

(1) $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $2 < 4 - \sqrt{3} < 3 \therefore a = 2$

(2) $2x + 7y = 15x - 8y$ 에서 $y = \frac{13}{15}x$ 이므로

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \sqrt{\frac{x + \frac{13}{15}x}{x - \frac{13}{15}x}} = \sqrt{\frac{28x}{\frac{2x}{15}}} = \sqrt{14}$$

$3 < \sqrt{14} < 4$ 이므로 $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \sqrt{14}$ 를 넘지 않는 최대 정수는 3 이다.

$\therefore b = 3$

따라서 $a - b = 2 - 3 = -1$ 이다.