1. 다음 중 제곱근을 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것은 모두 몇 개인가?

$12, 0.4, \dfrac{1}{16}, 0.\dot{4}, \dfrac{4}{25}$

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

12 의 제곱근 $\pm\sqrt{12}$

0.4 의 제곱근 $\pm\sqrt{0.4}$

$\dfrac{1}{16}$ 의 제곱근 $\pm\dfrac{1}{4}$

$0.\dot{4}$ 의 제곱근 $\pm\dfrac{2}{3}$

$\dfrac{4}{25}$ 의 제곱근 $\pm\dfrac{2}{5}$

2. 다음 중 반드시 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것은?

① $\sqrt{0.49}$ ② $\sqrt{121}$ ③ $\sqrt{1}$

④ $\sqrt{\dfrac{1}{16}}$ ⑤ $\sqrt{0.4}$

해설

① $\sqrt{0.49} = \sqrt{0.7^2} = 0.7$

② $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$

③ $\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1$

④ $\sqrt{\dfrac{1}{16}} = \sqrt{\left(\dfrac{1}{4}\right)^2} = \dfrac{1}{4}$

⑤ 0.4 는 제곱수가 아니므로 $\sqrt{0.4}$ 는 반드시 근호를 사용하여 나타낸다.

3. 다음 중에서 옳은 설명을 모두 고른 것은?

> 모든 무리수 x, y 에 대하여
> ㄱ. $x+y$ 는 항상 무리수이다.
> ㄴ. $x-y$ 는 항상 무리수이다.
> ㄷ. $x\times y$ 는 항상 무리수이다.
> ㄹ. $x\div y$ 는 항상 무리수이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ ⑤ 없다

해설

ㄱ.의 반례 : $x=\sqrt{2}$, $y=-\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$
ㄴ.의 반례 : $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$
ㄷ.의 반례 : $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2}\times\sqrt{2}=(\sqrt{2})^2=2$
ㄹ.의 반례 : $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2}\div\sqrt{2}=1$
따라서, 옳은 것은 ⑤ 없다.

4. 다음 중 옳은 것은?

① 어떤 수의 제곱근은 모두 무리수이다.

② 두 무리수의 합은 항상 무리수이다.

③ 유리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.

④ 유리수와 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

⑤ 무리수에 무리수를 곱하면 항상 무리수이다.

해설

① 제곱수의 제곱근은 유리수

② $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$

④ $0\times\sqrt{2}=0$

⑤ $\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\sqrt{4}=2$

5. $b < 0 < a < 2$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{(a-2)^2} = a-2$

② $\sqrt{(2-a)^2} = a-2$

③ $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = 0$

④ $\sqrt{b^2} + |b| = -2b$

⑤ $\sqrt{(b-2)^2} = b-2$

해설

① $a < 2$ 이므로

$$\sqrt{(a-2)^2} = -(a-2) = -a+2$$

② $a < 2$ 이므로

$$\sqrt{(2-a)^2} = 2-a$$

③ $b < a$ 이므로

$$\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = a-b-(b-a) = 2a-2b$$

⑤ $b < 2$ 이므로

$$\sqrt{(b-2)^2} = -(b-2) = -b+2$$

6. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0$, $0 < b < 1$ 이다. $\sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$ 을 간단히 하였을 때 a, b 의 계수와 상수항의 합은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$a < 0, 0 < b < 1$ 이므로

$a - b < 0,\ 1 - b > 0$

$\therefore\ \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$

$= |-2a| - |a-b| + |1-b|$

$= -2a + a - b + 1 - b$

$= -a - 2b + 1$

따라서 구하는 값은 $-1 - 2 + 1 = -2$ 이다.

7. a의 값의 범위가 $-2 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+2)^2}$ 의 식을 간단히 하면?

① 0 ② $-2a-4$ ③ -4

④ $-2a$ ⑤ $2a$

해설

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a \geq 0\text{일 때,} & a \\ a < 0\text{일 때,} & -a \end{cases} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+2)^2} = -a + 2 - a - 2 = -2a$$

8. 다음 식을 간단히 하여라.

$$\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}+\sqrt{(1+\sqrt{3})^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

$\sqrt{3}>1$ 이므로 $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}+\sqrt{(1+\sqrt{3})^2}=-1+\sqrt{3}+1+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

9. $X = \sqrt{144} \times \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} - \sqrt{\frac{25}{4}} \div \left(-\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2$ 일 때, $10X$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$X = \sqrt{144} \times \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} - \sqrt{\frac{25}{4}} \div \left(-\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2$$

$$= 12 \times \frac{2}{3} - \frac{5}{2} \times \frac{4}{5} = 8 - 2 = 6$$

따라서 $10X = 60$ 이다.

10. $\frac{10^8}{20^4} = \sqrt{25^a}$, $\sqrt{\frac{6^{10}}{6^4}} = 6^b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=7$

해설

$$\frac{10^8}{20^4} = \frac{10^8}{2^4 \times 10^4} = \frac{10^4}{2^4} = 5^4 = \sqrt{25^4},\ a = 4$$

$$\sqrt{\frac{6^{10}}{6^4}} = \sqrt{6^6} = 6^3,\ b = 3$$

$$\therefore a + b = 4 + 3 = 7$$

11. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\sqrt{90} < 10$

㉡ $0.4 > \sqrt{0.4}$

㉢ $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$

㉣ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

㉤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{5}}$

㉥ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\sqrt{0.16} < \sqrt{0.4}$ 이므로 $0.4 < \sqrt{0.4}$ 이다.

㉣ $\sqrt{6} > \sqrt{5}$ 이므로 $-\sqrt{6} < -\sqrt{5}$ 이다.

12. 다음 중 3 에 가장 가까운 수는?

① $2\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 3.5

해설

① $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$

② 2

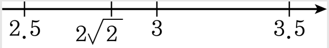
③ $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$

④ $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$

⑤ $3.5 = \dfrac{7}{2} = \sqrt{\dfrac{49}{4}}$

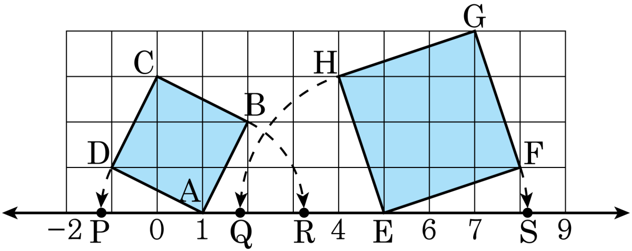
이고 $3 = \sqrt{9}$ 이고 $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$, $3.5 = \dfrac{7}{2} = \sqrt{\dfrac{49}{4}}$ 이다.

여기서 세 수를 수직선 상에 나타내면 다음과 같다.



따라서 3 과 가장 가까운 수는 $2\sqrt{2}$ 이다.

13. 다음 그림에서 □ABCD 와 □EFGH 가 정사각형이고 $\overline{AD}=\overline{AP}=\overline{AR}$, $\overline{EH}=\overline{EQ}=\overline{ES}$ 일 때, 점 P, Q, R, S 에 대응하는 수를 바르게 짝지은 것을 모두 고르면?



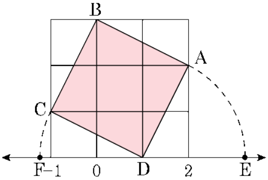
㉠ $P(-\sqrt{2})$	㉡ $Q(5-\sqrt{3})$
㉢ $R(1+\sqrt{5})$	㉣ $S(5+\sqrt{10})$

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉢, ㉣　④ ㉠, ㉣　⑤ ㉠, ㉢

해설

□ABCD 의 넓이가 5 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$, □EFGH 의 넓이는 10 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$
따라서 ㉠ $P(1-\sqrt{5})$ ㉡ $Q(5-\sqrt{10})$

14. 다음 수직선에서 정사각형 ABCD 의 넓이는 5 이다. 점 D 의 좌표는 1 , $\overline{AD} = \overline{DE}$, $\overline{CD} = \overline{DF}$ 일 때, 점 E 와 점 F 의 좌표를 각각 a, b 라고 한다. 이때, $a - b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{5}$

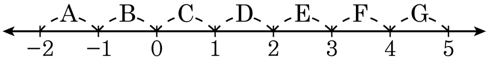
해설

$E(1+\sqrt{5}) = a$

$F(1-\sqrt{5}) = b$

$\therefore a - b = (1+\sqrt{5}) - (1-\sqrt{5}) = 2\sqrt{5}$

15. 다음 수들이 위치하는 구간과 바르게 연결된 것은?



① $2+\sqrt{3}$: G　　② $5-\sqrt{2}$: F　　③ $2\sqrt{3}+1$: E

④ $\sqrt{6}-3$: A　　⑤ $\dfrac{\sqrt{3}+4}{2}$: B

해설

① $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$ 에서 $3<2+\sqrt{3}<4$: 점 F

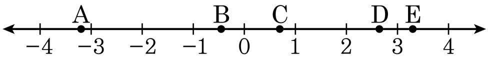
② $-\sqrt{4}<-\sqrt{2}<-\sqrt{1}$ 에서 $3<5-\sqrt{2}<4$: 점 F

③ $\sqrt{9}<2\sqrt{3}<\sqrt{16}$ 에서 $4<2\sqrt{3}+1<5$: 점 G

④ $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$ 에서 $-1<\sqrt{6}-3<0$: 점 B

⑤ $5<\sqrt{3}+4<6$ 에서 $\dfrac{5}{2}<\dfrac{\sqrt{3}+4}{2}<3$: 점 E

16. 아래 수직선 위의 점 $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}, \mathrm{D}, \mathrm{E}$ 와 보기의 수가 잘못 연결된 것을 <u>모두</u> 고르면?



보기

$$-\sqrt{9},\ 1-\sqrt{2},\ \sqrt{7},\ \frac{2}{3},\ -\sqrt{3}+5$$

① A : $-\sqrt{9}$
② B : $-\sqrt{3}+5$
③ C : $\frac{2}{3}$
④ D : $\sqrt{7}$
⑤ E : $1-\sqrt{2}$

해설

$-\sqrt{9}=-3$

$-2<-2\sqrt{2}<-1$ 이므로 $-1<1-\sqrt{2}<0$

$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$ 이므로 $2<\sqrt{7}<3$

$-2<-\sqrt{3}<-1$ 이므로 $3<-\sqrt{3}+5<4$

17. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}+6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6 ② 4 ③ -4 ④ -6 ⑤ -10

해설

$$(\text{준식})=k-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k+\frac{\sqrt{16}-2\sqrt{6}+6\sqrt{6}}{2}$$
$$=k-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k+2+2\sqrt{6}$$
$$=-\frac{k}{3}\sqrt{6}+2\sqrt{6}+k+2$$
$$=\left(-\frac{k}{3}+2\right)\sqrt{6}+k+2$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3}+2=0$$

$\therefore k=6$

18. $a+\sqrt{2}, 3+b\sqrt{2}$ 의 합과 곱이 모두 유리수가 되도록 하는 유리수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=3$

▷ 정답 : $b=-1$

해설

합 : $(a+\sqrt{2})+(3+b\sqrt{2})=3+a+\sqrt{2}+b\sqrt{2}$

곱 : $(a+\sqrt{2})(3+b\sqrt{2})=3a+ab\sqrt{2}+3\sqrt{2}+2b$

합과 곱이 모두 유리수가 되기 위해서 근호가 없어져야 하므로

합 : $\sqrt{2}+b\sqrt{2}=0 \quad \therefore\ b=-1$

곱 : $ab\sqrt{2}+3\sqrt{2}=0 \quad \therefore\ a=3$

19. $f(a)=\sqrt{a+1}+\sqrt{a}$일 때, $\dfrac{1}{f(1)}+\dfrac{1}{f(2)}+\dfrac{1}{f(3)}+\cdots+\dfrac{1}{f(80)}$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 8

해설

$$\frac{1}{f(a)}=\frac{1}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a}}$$
$$=\frac{\sqrt{a+1}-\sqrt{a}}{(\sqrt{a+1}+\sqrt{a})(\sqrt{a+1}-\sqrt{a})}$$
$$=\frac{\sqrt{a+1}-\sqrt{a}}{a+1-a}$$
$=\sqrt{a+1}-\sqrt{a}$ 이므로

(준식) $=(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\cdots+(\sqrt{81}-\sqrt{80})$

$=\sqrt{81}-\sqrt{1}=9-1=8$

20. $x = \sqrt{2}+1$ 일 때, $\dfrac{[x]}{x-[x]} + \dfrac{2x+[x]}{[x]}$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $3\sqrt{2}+4$

해설

$x = \sqrt{2}+1$, $1 < \sqrt{2} < 2$, $2 < \sqrt{2}+1 < 3$ 이므로 $\therefore [x] = 2$

$$(\text{준식}) = \frac{2}{\sqrt{2}+1-2} + \frac{2\sqrt{2}+2+2}{2} = \frac{2}{\sqrt{2}-1} + \sqrt{2}+2 =$$

$$\frac{2(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} + \sqrt{2}+2$$

$$= 2(\sqrt{2}+1) + \sqrt{2}+2 = 3\sqrt{2}+4$$

21. 다음 중 무리수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은? (단, $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$)

① $\sqrt{2} + 0.1$　② $\sqrt{3} - 0.1$　③ $\sqrt{2} + 0.2$

④ $\dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$　⑤ $\dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

해설

① $\sqrt{2} + 0.1 = 1.514$

② $\sqrt{3} - 0.1 = 1.632$

③ $\sqrt{2} + 0.2 = 1.614$

④ $\dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ 는 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 의 중점이므로 두 수 사이에 있는 수이다.

⑤ $0.2 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0.4$ 이므로 $0.1 < \dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} < 0.2$, 따라서 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에 있지 않다.

22. 제곱근표에서 $\sqrt{2.41} = 1.552$, $\sqrt{24.1} = 4.909$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sqrt{241} = 15.52$

② $\sqrt{0.241} = 0.4909$

③ $\sqrt{2410} = 49.09$

④ $\sqrt{24100} = 155.2$

⑤ $\sqrt{0.0241} = 0.01552$

해설

⑤ $\sqrt{0.0241} = \sqrt{2.41 \times 0.01}$
$= 0.1\sqrt{2.41} = 0.1 \times 1.552$
$= 0.1552$

23. $\sqrt{48}+\dfrac{2\sqrt{3}-9}{\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{48}+\frac{2\sqrt{3}-9}{\sqrt{3}} &= 4\sqrt{3}+\frac{\left(2\sqrt{3}-9\right)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} \\ &= 4\sqrt{3}+\frac{6-9\sqrt{3}}{3} \\ &= 4\sqrt{3}+2-3\sqrt{3}=2+\sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서, $1<\sqrt{3}<2$ 이고 $3<2+\sqrt{3}<4$ 이므로 구하는 정수부분은 3 이다.

24. $\sqrt{17}+1$ 의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b 라고 할 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① $-7+\sqrt{17}$
② $-7+2\sqrt{17}$
③ $-7+3\sqrt{17}$
④ $-7+4\sqrt{17}$
⑤ $-7+5\sqrt{17}$

해설

$4<\sqrt{17}<5$ 이고 $5<\sqrt{17}+1<6$ 이므로

$a=5,\ b=\sqrt{17}+1-5=\sqrt{17}-4$

$\therefore a+3b=5+3(\sqrt{17}-4)=-7+3\sqrt{17}$

25. $\sqrt{35}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{140}$ 의 소수 부분을 a 를 사용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2a-1$

해설

$a = \sqrt{35} - 5$

$11 < \sqrt{140} < 12$ 이므로

$\sqrt{140}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{140} - 11$ 이다.

$\sqrt{140} - 11 = 2\sqrt{35} - 11 = 2\left(\sqrt{35} - 5\right) - 1 = 2a - 1$

26. 다음 조건을 보고, $a-b$ 의 값을 구하여라.

(1) a 는 $4-\sqrt{3}$ 의 정수부분이다.
(2) b 는 $2x+7y=15x-8y$ 일 때, $\sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}}$ 의 값을 넘지 않는 최대의 정수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a-b=-1$

해설

(1) $1<\sqrt{3}<2$ 이므로 $2<4-\sqrt{3}<3$ $\therefore$ $a=2$

(2) $2x+7y=15x-8y$ 에서 $y=\dfrac{13}{15}x$ 이므로

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}=\sqrt{\frac{x+\frac{13}{15}x}{x-\frac{13}{15}x}}=\sqrt{\frac{\frac{28x}{15}}{\frac{2x}{15}}}=\sqrt{14}$$

$3<\sqrt{14}<4$ 이므로 $\sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}}=\sqrt{14}$ 를 넘지 않는 최대 정수는 3 이다.

$\therefore b=3$

따라서 $a-b=2-3=-1$ 이다.