**1.** 두 집합 $A=\{1,\ 2,\ a\}$, $B=\{2,\ 3,\ a+1\}$ 에 대하여 $A\cap B=\{2,\ 3\}$ 일 때, 집합 $A\cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$A\cap B=\{2,\ 3\}$ 이므로 $A=\{1,\ 2,\ 3\}$ $\therefore\ a=3$
$B=\{2,\ 3,\ 4\}$
$\therefore\ A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$이므로 원소의 합은 10 이다.

**2.** 두 집합 $A = \{1, a-3, 4\}$, $B = \{1, 4, a\}$ 에 대하여 $B - A = \{6\}$ 일 때, $a$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$(B - A) \subset B$ 이므로 $a = 6$ 이다.

**3.** $\log_3 2 = a,\ \log_3 5 = b$라고 할 때, $\log_8 125$를 $a,\ b$로 나타내면?

① $1-2b$ ② $2b-a$ ③ $a-b$
④ $\dfrac{b}{a}$ ⑤ $\dfrac{a}{b}$

**해설**

$\log_3 2 = a \quad \log_3 5 = b$

$\log_8 125 = \log_{2^3} 5^3 = \log_2 5$

$= \dfrac{\log_3 5}{\log_3 2} = \dfrac{b}{a}$

**4.** 두 집합 $A = \{x \mid x$는 $2x^2 - 3x - 2 = 0\}$, $B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ 에 대하여 집합 $B$ 의 부분집합 중 $A$ 와 서로소인 집합 $X$ 의 개수는?

① 7 개　② 8 개　③ 9 개　④ 15 개　⑤ 16 개

해설

$2x^2 - 3x - 2 = (x-2)(2x+1)$ , $A = \left\{ -\frac{1}{2},\ 2 \right\}$

($A$ 와 서로소인 집합 $X$ ) = (2를 원소로 갖지않는 $A$ 의 부분집합)

$2^{4-1} = 2^3 = 8$

**5.** 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$의 부분집합 중 1, 2는 반드시 포함하고, 3은 포함하지 않는 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 4개

해설
주어진 조건을 만족하는 집합의 개수는 $\{4, 5\}$의 부분집합의 개수와 같다. 따라서, 구하는 부분집합은 $2^{5-2-1} = 2^2 = 4$(개)이다.

**6.** 집합 $A = \{1, 2, \cdots, n\}$ 에서 1 을 포함하지 않는 부분집합의 개수가 8 개라고 할 때, 자연수 $n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$2^{(1\text{을 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-1} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 4$

**7.** 다음 중 명제의 역이 참인 것을 모두 고르면?

① $x$ 가 소수이면 $x$ 는 홀수이다.

② $x$ 가 3의 배수이면 $x+1$ 은 짝수이다.

③ 4 의 배수는 2 의 배수이다.

④ $2x > x+3$ 이면 $x > 3$ 이다.

⑤ $x+y \leq 5$ 이면 $x \leq 2, y \leq 3$ 이다.

해설

'역'의 대우인 '이'가 참인지 확인 한다.
① $x$ 가 소수가 아니면 $x$ 는 짝수이다 (거짓) 반례 : $x=2$
② $x$ 가 3 의 배수가 아니면 $x+1$ 은 홀수이다. (거짓) 반례 : $x=5$
③ 4 의 배수가 아니면 2 의 배수가 아니다 (거짓) 반례 : 6
④ $2x \leq x+3 \rightarrow x \leq 3$ (참)
⑤ $x+y > 5 \rightarrow x > 2$ 또는 $y \geq 3$ (참)

**8.** 전체집합 $U$ 의 세 부분집합 $P$, $Q$, $R$ 는 각각 세 조건 $p$, $q$, $r$ 를 만족하는 집합이다. 두 명제 $\sim p \rightarrow q$ , $r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $P \subset Q$ ② $Q \subset R$ ③ $P^c \subset R^c$

④ $P \subset Q^c$ ⑤ $R^c \subset P$

해설

$\sim p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P^c \subset Q$

$r \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 $R \subset Q^c$

또, $\sim p \rightarrow q$ 와 $r \rightarrow \sim q$ 의 대우인 $q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 $\sim p \rightarrow \sim r$ 가 참이다.

$\therefore$ $P^c \subset R^c$

따라서, 항상 옳은 것은 ③이다.

**9.** 함수 $f : A \rightarrow B$ 에서 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \left\{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}\right\}$ 이고, $f(1)+f(2)+f(3)+f(4) = 1+\sqrt{2}+2\sqrt{3}$ 일 때, $\left\{f(1)\right\}^2+\left\{f(2)\right\}^2+\left\{f(3)\right\}^2+\left\{f(4)\right\}^2$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$f(1)+f(2)+f(3)+f(4) = 1+\sqrt{2}+2\sqrt{3}$ 이므로
$B = \left\{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}\right\}$ 에서 $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}$ 을 사용하여 $1+\sqrt{2}+2\sqrt{3}$ 을 만들 수 있는 경우는 더하는 순서에 상관없이 $1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{3}$ 으로 표현된다.
이 때, 정의역 중에서 $1$, $\sqrt{2}$ 에 대응하는 것은 $1$개이고 $\sqrt{3}$ 에 대응하는 것은 $2$개이어야 한다.
따라서 $\left\{f(1)\right\}^2+\left\{f(2)\right\}^2+\left\{f(3)\right\}^2+\left\{f(4)\right\}^2$
$= 1^2+(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2+(\sqrt{3})^2 = 9$

**10.** 0 이 아닌 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

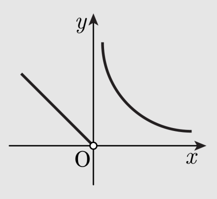
$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}(x>0)\\ -x(x<0)\end{cases}$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

| |
|---|
| Ⅰ. $f(f(3))+f(f(-3))=\frac{10}{3}$<br>Ⅱ. $f(-x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$<br>Ⅲ. $x_1>x_2$ 이면 $f(x_1)<f(x_2)$ 이다. |

① Ⅰ  ② Ⅲ  ③ Ⅰ, Ⅱ  ④ Ⅱ, Ⅲ  ⑤ Ⅰ, Ⅲ

해설

$y=f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.




Ⅰ. $f(f(3))+f(f(-3))=f\left(\frac{1}{3}\right)+f(3)$

$=3+\frac{1}{3}=\frac{10}{3}$ -<참>

Ⅱ.

ⅰ) $x>0$ 일 때, $-x<0$, $\frac{1}{x}>0$ 이므로

$f(-x)=-(-x)=x$,

$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{\frac{1}{x}}=x$

ⅱ) $x<0$ 일 때, $-x>0$, $\frac{1}{x}<0$ 이므로

$f(-x)=\frac{1}{-x}=-\frac{1}{x}$, $f\left(\frac{1}{x}\right)=-\frac{1}{x}$

ⅰ), ⅱ) 에서 $f(-x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$ -<참>

Ⅲ. 반례) $\frac{1}{3}>-2$ 일 때,

$f\left(\frac{1}{3}\right)=3>2=f(-2)$ -<거짓>

따라서 옳은 것은 Ⅰ, Ⅱ 이다.

**11.** 두 함수 $f(x) = x^3 + x^2 + x$, $g(x) = mx + n$ 에 대해 $(f \circ g)(x) = 8x^3 - 8x^2 + 4x - 1$ 이라 할 때, $m^3 + n^3$ 의 값은 얼마인가? (단, $m, n$ 은 실수)

① 7　　② 8　　③ 9　　④ 10　　⑤ 11

**해설**

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$ 임을 활용한다.
합성함수의 정의에 의하여,
$(f \circ g)(x) = f(g(x))$
$= (mx+n)^3 + (mx+n)^2 + mx + n$
$= m^3x^3 + 3m^2nx^2 + 3mn^2x + n^3 + m^2x^2$
$+2mnx + n^2 + mx + n$
$= m^3x^3 + (3m^2n + m^2)x^2$
$+(3mn^2 + 2mn + m)x + n^3 + n^2 + n$
$= 8x^3 - 8x^2 + 4x - 1$
주어진 식은 $x$ 에 대한 항등식이므로
$m^3 = 8, (m-2)(m^2+2m+4) = 0$
$\therefore m = 2(\because m$ 은 실수)
$3m^2n + m^2 = -8$ 에 $m = 2$ 를 대입하면
$3 \cdot 2^2 \cdot n + 2^2 = -8, 12n + 4 = -8$
$\therefore n = -1$
$m = 2, n = -1$ 일 때,
$x$ 의 계수와 상수항도 일치하므로
$\therefore m = 2, n = -1$
$\therefore m^3 + n^3 = 2^3 + (-1)^3 = 7$

**12.** 함수 $f(x)$ 가 $f(2x-1) = x^2 + 2x - 1$ 을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은 얼마인가?

① $-1$ ② $2$ ③ $4$ ④ $7$ ⑤ $14$

해설

$f(3) = f(2 \cdot 2 - 1) = 2^2 + 2 \cdot 2 - 1 = 7$

**13.** 실수 전체 집합에서 정의된 함수 $f$에 대하여 $f(3x+2)=6x-3$이다. 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g(3)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$f(3x+2)=6x-3$에서 $3x+2=t$라 하면

$f(t)=2t-7$이므로 $f(x)=2x-7$

$\therefore g(x)=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}$

$\therefore g(3)=\frac{3}{2}+\frac{7}{2}=5$

**14.** $x^2 - 7x + 1 = 0$일 때 $x^2 + \frac{1}{x^2}$의 값은?

① 45　② 46　③ 47　④ 48　⑤ 49

해설

$x$로 나누면, $x - 7 + \frac{1}{x} = 0$

$x + \frac{1}{x} = 7$

$x^2 + \frac{1}{x}^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 7^2 - 2 = 47$

**15.** 직각삼각형 $ABC$의 세 변의 길이가 작은 것부터 순서대로 $4,\ a,\ b$이고 이 순서로 등차수열을 이룬다고 한다. 이때, 직각삼각형의 넓이는?

① $\frac{8}{3}$　　② $\frac{16}{3}$　　③ $\frac{32}{3}$　　④ $\frac{40}{3}$　　⑤ $\frac{64}{3}$

해설

$4 < a < b$이고, $4,\ a,\ b$가 직각삼각형의 세 변의 길이이므로

$4^2 + a^2 = b^2 \cdots$ ㉠

또, $4,\ a,\ b$가 이 순서로 등차수열을 이루므로

$2a = 4 + b,\ b = 2a - 4 \cdots$ ㉡

㉡를 ㉠에 대입하면

$4^2 + a^2 = (2a-4)^2,\ 16 + a^2 = 4a^2 - 16a + 16$

$3a^2 - 16a = 0,\ a(3a-16) = 0$

$\therefore\ a = \frac{16}{3}$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$

**16.** 수열 $\{a_n\}$은 공차가 0이 아닌 등차수열이고, $a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=20$일 때, $a_2+a_8$의 값은?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$a_3,\ a_4,\ a_5,\ a_6,\ a_7$을 차례로 $a-2d,\ a-d,\ a,\ a+d,\ a+2d$로 놓으면

$a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=5a=20$

$\therefore\ a=4$

이때, $a_2=a-3d,\ a_8=a+3d$이므로

$a_2+a_8=2a=8$

**17.** 첫째항이 3이고, 첫째항부터 제 $n$항까지의 합이 $S_n = n^2 + pn$인 등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 $d$라고 할 때, $p+d$의 값은? ( 단, $p$는 상수)

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$S_n = n^2 + pn$

$S_{n-1} = (n-1)^2 + p(n-1)$

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} (n \geq 2) \\ &= n^2 + pn - (n^2 - 2n + 1 + pn - p) \\ &= 2n - 1 + p \ \rightarrow d = 2 \end{aligned}$$

$a_1 = 1^2 + p = 3$

$p = 2$

$\therefore p + d = 2 + 2 = 4$

**18.** 수직선 위에 서로 다른 두 점 $A(1)$, $B(x)$가 있다. 선분 $AB$를 $1:2$로 내분하는 점을 $P$라 하면 $A$, $P$, $B$의 좌표는 이 순서로 등비수열을 이룬다.

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 6　　⑤ 8

해설

$P$의 $x$좌표$= \dfrac{1\cdot x + 2\cdot 1}{1+2} = \dfrac{x+2}{3}$

$1\cdot x = \left(\dfrac{x+2}{3}\right)^2$

$x = \dfrac{x^2+4x+4}{9}$

$9x = x^2+4x+4$

$x^2-5x+4=0$

$x=1,\ 4$

$x\neq 1$이므로 $x=4$

**19.** 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에서 $a_1+a_2=96$, $a_1+a_2+a_3+a_4=120$ 일 때, 첫째항부터 제 7항까지의 합은?

① 127　② 136　③ 148　④ 156　⑤ 164

해설

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 $a$, 공비를 $r$이라 하면

$a_1+a_2=96$에서 $a+ar=96 \cdots$ ㉠

$a_1+a_2+a_3+a_4=120$에서 $96+a_3+a_4=120$

즉, $a_3+a_4=24$이므로

$a_3+a_4=ar^2+ar^3=r^2(a+ar)$

$=96r^2=24$

$r^2=\frac{1}{4} \quad \therefore\ r=\frac{1}{2}(\because r>0)$

이것을 ㉠에 대입하면

$\frac{3}{2}a=96 \quad \therefore\ a=64$

따라서 첫째항부터 제7항까지의 합은

$$\frac{64\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^7\right\}}{1-\frac{1}{2}}=128\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^7\right\}=128-1=127$$

**20.** $\sum_{k=1}^{n}(k^2+1)-\sum_{k=1}^{n-1}(k^2-1)$을 $n$에 대한 식으로 나타내면 $an^2+bn+c$일 때, 상수 $a,\ b,\ c$의 곱 $abc$의 값은?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$\sum_{k=1}^{n}(k^2+1)-\sum_{k=1}^{n-1}(k^2-1)$
$=\sum_{k=1}^{n-1}(k^2+1)+(n^2+1)-\sum_{k=1}^{n-1}(k^2-1)$
$=\sum_{k=1}^{n-1}\{k^2+1-(k^2-1)\}+(n^2+1)$
$=\sum_{k=1}^{n-1}2+(n^2+1)$
$=2(n-1)+(n^2+1)=n^2+2n-1$
$\therefore a=1,\ b=2,\ c=-1$
$\therefore abc=-2$

**21.** $\sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}}$ 의 값은?

① $\sqrt{n-1}-1$　　② $\sqrt{n+1}-1$　　③ $\sqrt{n+1}$

④ $\sqrt{n+1}+1$　　⑤ $\sqrt{2n+1}+1$

해설

$$\frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}} = \frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{(\sqrt{k+1}+\sqrt{k})(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})}$$

$$= \frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{(k+1)-k} = \sqrt{k+1}-\sqrt{k}$$

따라서

(주어진 식)$=\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})$

$=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$

$=\sqrt{n+1}-1$

**22.** $2^x = 3$일 때, $\dfrac{2^x - 2^{-x}}{4^x - 4^{-x}}$의 값은?

① $\dfrac{1}{8}$ ② $\dfrac{3}{13}$ ③ $\dfrac{3}{10}$ ④ $\dfrac{3}{8}$ ⑤ $\dfrac{3}{7}$

해설

$$\frac{2^x - 2^{-x}}{4^x - 4^{-x}} = \frac{2^x - \frac{1}{2^x}}{(2^x)^2 - \frac{1}{(2^x)^2}}$$

$$= \frac{3 - \frac{1}{3}}{3^2 - \frac{1}{3^2}} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{80}{9}} = \frac{3}{10}$$

**23.** 방정식 $2x^2-8x-1=0$의 두 근이 $\log_{10} a,\ \log_{10} b$일 때, $\log_a b+\log_b a$의 값은?

① $-2$ ② $-8$ ③ $-12$ ④ $-26$ ⑤ $34$

해설

이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의하여

$\log_{10} a + \log_{10} b = 4,$

$\log_{10} a \cdot \log_{10} b = -\frac{1}{2}$

$\therefore \log_a b + \log_b a = \frac{\log_{10} b}{\log_{10} a} + \frac{\log_{10} a}{\log_{10} b}$

$= \frac{(\log_{10} a + \log_{10} b)^2 - 2\log_{10} a \cdot \log_{10} b}{\log_{10} a \cdot \log_{10} b}$

$= \frac{16+1}{-\frac{1}{2}} = -34$

**24.** $100^{0.3}$ 의 정수 부분은?
(단, $\log 2 = 0.3010,\ \log 3 = 0.4771$)

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

**해설**

$\log 100^{0.3} = 0.3 \log 100 = 0.3 \times 2 = 0.6$
이때 $\log 3 = 0.4771,\ \log 4 = \log 2^2 = 2 \log 2 = 0.6020$ 이므로
$\log 3 < \log 100^{0.3} < \log 4$
$\therefore\ 3 < 100^{0.3} < 4$
따라서 $100^{0.3}$ 의 정수 부분은 3이다.

**25.** $\sum_{k=1}^{100} [\log_3 n]$의 값을 구하여라. (단, $[x]$는 $x$를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 284

해설

(i) $n = 1,\ 2$ 일 때, $0 \le \log_3 n < 1$이므로 $[\log_3 n] = 0$
(ii) $3 \le n < 9$ 일 때, $1 \le \log_3 n < 2$이므로 $[\log_3 n] = 1$
(iii) $9 \le n < 27$ 일 때, $2 \le \log_3 n < 3$이므로 $[\log_3 n] = 2$
(iv) $27 \le n < 81$ 일 때, $3 \le \log_3 n < 4$이므로 $[\log_3 n] = 3$
(v) $81 \le n < 100$ 일 때, $4 \le \log_3 n < 5$이므로 $[\log_3 n] = 4$
(i) ~ (v)로부터
$\sum_{k=1}^{100} [\log_3 n] = 0 \cdot 2 + 1 \cdot 6 + 2 \cdot 18 + 3 \cdot 54 + 4 \cdot 20 = 284$

**26.** 전체집합 $U = \{x \mid |x| \le 2\text{인 정수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid |x| \le 1\text{인 정수}\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 3\text{인 정수}\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 을 원소나열법으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{-2\}$

해설

$U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{1, 2\}$

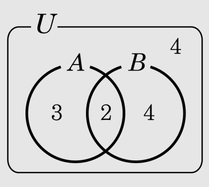
$A^c = \{-2, 2\}$, $B^c = \{-2, -1, 0\}$

$A^c \cap B^c = \{-2\}$

**27.** 전체집합 $U = \{x | x\text{는 } 41 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 두 부분집합 $A,\ B$ 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 4,\ n(B^c) = 7,\ n(A^c \cap B^c) = 4$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설




$n(U) = 13$ 이므로
$n(B) = n(U) - n(B^c) = 6$
$A^c \cap B = B - A$ 이므로
$n(B - A) = n(A^c \cap B) = 4$
$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 4$
벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서
$n(A - B) = 13 - (6 + 4) = 3$ 이다.

**28.** $a>0,\ b>0,\ c>0$일 때
$\left(1+\dfrac{b}{a}\right)\left(1+\dfrac{c}{b}\right)\left(1+\dfrac{a}{c}\right)$의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$a>0,\ b>0,\ c>0$이므로

$\dfrac{b}{a}>0,\ \dfrac{c}{b}>0,\ \dfrac{a}{c}>0$

$1+\dfrac{b}{a}\ge 2\sqrt{1\times\dfrac{b}{a}}=2\sqrt{\dfrac{b}{a}}$

$1+\dfrac{c}{b}\ge 2\sqrt{\dfrac{c}{b}},\ \ 1+\dfrac{a}{c}\ge 2\sqrt{\dfrac{a}{c}}$

$\therefore\ \left(1+\dfrac{b}{a}\right)\left(1+\dfrac{c}{b}\right)\left(1+\dfrac{a}{c}\right)$

$\quad\ge 8\sqrt{\dfrac{b}{a}}\sqrt{\dfrac{c}{b}}\sqrt{\dfrac{a}{c}}=8$

$\therefore\ \left(1+\dfrac{b}{a}\right)\left(1+\dfrac{c}{b}\right)\left(1+\dfrac{a}{c}\right)\ge 8$

따라서 최솟값은 8

**29.** 두 집합 $X = \{-1,\ 0,\ 1\}$, $Y = \{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$에 대하여 $X$ 에서 $Y$ 로의 함수 중 다음 조건을 모두 만족시키는 함수 $f$ 의 개수는 몇 개인가?

| |
|---|
| $X$ 의 임의의 두 원소 $x_1,\ x_2$ 에 대하여<br>Ⅰ. $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$<br>Ⅱ. $f(x_1) = f(x_2)$ 이면 $x_1 = x_2$ |

① 2 개　② 4 개　③ 6 개　④ 8 개　⑤ 12 개

해설

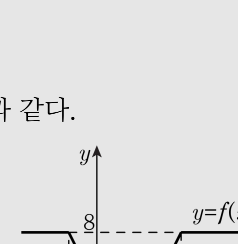
조건 Ⅰ 에서, $x_1 = 0,\ x_2 = 0$ 이면
$f(0) = f(0) + f(0)$ 에서 $f(0) = 0$
$x_1 = 1,\ x_2 = -1$ 이면
$f(0) = f(1) + f(-1)$ 에서, $f(-1) = -f(1)$
이때, 조건 Ⅱ 에 의해
$f(1) \neq 0,\ f(-1) \neq 0$
따라서, 두 조건을 만족시키는
함수 $f$ 의 개수는 0 이 대응 할 수 있는
원소는 0 의 1 가지,
1 이 대응할 수 있는 원소는
$-2,\ -1,\ 1,\ 2$ 의 4 가지,
$-1$ 이 대응할 수 있는 원소는 $-f(1)$ 의 1 가지,
따라서, $1 \times 4 \times 1 = 4$ (개)

**30.** $y=||x+2|-|x-6||$ 의 그래프와 직선 $y=k$가 만나는 점의 개수가 2 이상일 때, 정수 $k$ 의 개수는?

① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

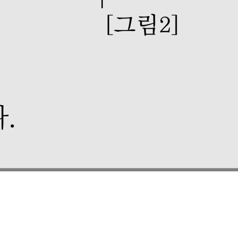
해설

$y=||x+2|-|x-6||=|f(x)|$이라하면
$y=f(x)$에서
절댓값 기호안의 값을 0으로 하는
$x$의 값이 $-2, 6$ 이므로
( i ) $x<-2$ 일 때,
$y=-(x+2)+(x-6)=-8$
( ii ) $-2 \le x < 6$일 때,
$y=x+2+(x-6)=2x-4$
(iii) $x \ge 6$ 일 때,
$y=x+2-(x-6)=8$
이상에서 $y=f(x)$의 그래프는 [그림1]과 같다.



[그림1]

이 때, 함수 $y=|f(x)|$의 그래프는 [그림1]의
그래프에서 $y \ge 0$인 부분은
그대로 두고, $y<0$인 부분을
$x$축에 대하여 대칭이동한 것이므로 [그림2]와 같다. [그림2]에서 $y=|f(x)|$의 그래프와
직선 $y=k$가 만나는 점의 개수가 2이상이기 위한 $k$의 값의 범위는 $0<k \le 8$
따라서 구하는 정수 $k$의 개수는 8개이다.



[그림2]

**31.** 두 이차방정식 $x^2-ax+b=0$과 $x^2-bx+a=0$이 모두 두 개의 양의 근을 갖도록 두 실수 $a,\ b$의 값을 정할 때, $x^2-ax+b=0$의 두 근을 $\alpha,\beta$, $x^2-bx+a=0$의 근을 $\gamma,\ \sigma$라 하자. 이 때, $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{9}{\gamma}+\frac{9}{\sigma}$의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

두 개의 양의 근을 가진다면,
$\alpha+\beta>0, \alpha\beta>0$를 만족한다.
$\alpha+\beta=a,\ \alpha\beta=b,\ \gamma+\sigma=b,$
$\gamma\sigma=a(a,b>0)$

$$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{9}{\gamma}+\frac{9}{\sigma}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}+\frac{9(\gamma+\delta)}{\gamma\delta}$$

$$=\frac{a}{b}+\frac{9b}{a}\geq 2\sqrt{\frac{a}{b}\cdot\frac{9b}{a}}=6$$

$$\therefore\ \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{9}{\gamma}+\frac{9}{\sigma}\geq 6$$

**32.** 자연수에서 정의된 함수 $f$ 가 임의의 자연수 $n$ 에 대하여 관계식 $f(n+2)=f(n+1)+f(n)$ 을 만족할 때, 다음 중 $2f(4)+3f(5)$ 와 함숫값이 같은 것은? (단, $f(1) \neq 0$ )

① $2f(6)$　② $2f(7)$　③ $f(7)$　④ $f(8)$　⑤ $f(9)$

해설

주어진 관계식 $f(n+2)=(n+1)+f(n)$ 을 이용하여 $f(4)+f(5)=f(6)$ 이므로

$$\begin{aligned}2f(4)+3f(5) &= f(4)+f(5)+f(4)+f(5)+f(5)\\ &= f(6)+f(6)+f(5)\end{aligned}$$

또 $f(5)+f(6)=f(7), f(6)+f(7)=f(8)$ 이므로

$2f(4)+3f(5)=f(6)+f(7)=f(8)$ 이다.

**33.** $f(x,\ y,\ z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$ 라 한다. $f(y,\ x,\ z) + f(z,\ x,\ y) = -3$ 이고 $x + y + z \neq 0$ 일 때, $xy + yz + zx$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

(준식)

$= \frac{y}{x} + \frac{x}{z} + \frac{z}{y} + \frac{z}{x} + \frac{x}{y} + \frac{y}{z} = \frac{y+z}{x} + \frac{z+x}{y} + \frac{x+y}{z}$

$= \frac{x+y+z}{x} + \frac{x+y+z}{y} + \frac{x+y+z}{z} - 1 - 1 - 1 = (x + y +$

$z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) - 3$

(준식)$= -3$ 에서 $(x+y+z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = 0$

$\therefore (x+y+z) \times \frac{xy+yz+zx}{xyz} = 0$ 에서

$x + y + z \neq 0$ 이므로 $xy + yz + zx = 0$