1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 음수의 제곱근은 음수이다.

② 양수의 제곱근은 양수이다.

③ 양수 a 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.

④ $\sqrt{a}$ 는 a 의 양의 제곱근이다. (a는 양수)

⑤ 0 을 제외한 모든 양수의 제곱근은 2 개씩 있다.

해설

① 음수의 제곱근은 없다.
② 양수의 제곱근은 양의 제곱근과 음의 제곱근이 있다.
③ 양수 a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.
⑤ 0 을 제외한 모든 양수의 제곱근은 2 개씩 있다.

2. 다음 중 무리수에 대한 설명이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 순환하지 않는 무한소수 ② 분수로 나타낼 수 없는 수

③ 유한소수 ④ 순환소수

⑤ 유리수가 아닌 수

해설

③ ④ 유한소수, 순환소수는 유리수이다.

3. 다음 중 $\sqrt{2} = 1.414$ 를 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 <u>없는</u> 것은?

① $\sqrt{0.02}$　② $\sqrt{0.5}$　③ $\sqrt{12}$

④ $\sqrt{32}$　⑤ $\sqrt{200}$

해설

① $\sqrt{0.02} = \dfrac{\sqrt{2}}{10}$

② $\sqrt{0.5} = \sqrt{\dfrac{1}{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

③ $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

④ $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{200} = 10\sqrt{2}$

4. 다음 식을 인수분해하면?

$4a^2 - 9b^2$

① $(2a + 3b)(2a - b)$
② $(2a + b)(2a - 3b)$
③ $(2a + 3b)(2a - 3b)$
④ $(4a + 3b)(a - 3b)$
⑤ $(2a + 9b)(2a - b)$

해설

$4a^2 - 9b^2 = (2a)^2 - (3b)^2 = (2a + 3b)(2a - 3b)$

5. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $(b-2a)^2=(2a-b)^2$

㉡ $a^2-b^2=(a+b)(-a+b)$

㉢ $(a+b)^2-4ab=(a-b)^2$

㉣ $4ab-1=(2a+1)(2b-1)$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

㉡ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

㉣ $4ab-2a-2b+1=(2a-1)(2b-1)$

6. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{8}\,\mathrm{cm}$, $\sqrt{11}\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이는?

① $-\sqrt{19}\,\mathrm{cm}$ ② $\sqrt{19}\,\mathrm{cm}$ ③ $\pm\sqrt{19}\,\mathrm{cm}$

④ $-19\,\mathrm{cm}$ ⑤ $19\,\mathrm{cm}$

해설

$(\sqrt{8})^2+(\sqrt{11})^2=19$ 이다.
따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 19 의 양의 제곱근인 $\sqrt{19}(\mathrm{cm})$ 이다.

7. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은 무엇인가?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{9a^2} = 3a$

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{4a^2} = 2a$

③ $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-5a)^2} = -5a$

④ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{2a^2} = \sqrt{2}a$

⑤ $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{25a^2} = -5a$

해설

③ $a < 0$ 일 때,

$-\sqrt{(-5a)^2} = -\sqrt{25a^2} = -|5a| = 5a$

8. $a > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(-a)^2} + \sqrt{4a^2} - \sqrt{(-5a)^2}$$

① $-3a$ ② $-2a$ ③ $-a$ ④ a ⑤ $2a$

해설

$a > 0$ 일 때

$\sqrt{(-a)^2} + \sqrt{4a^2} - \sqrt{(-5a)^2}$

$= -(-a) + 2a - (5a)$

$= a + 2a - 5a$

$= -2a$

9. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{a^2} - \sqrt{(a-1)^2}$ 을 간단히 하면?

① 1　② -1　③ $1-2a$

④ $2a-1$　⑤ 3

해설

$0 < a < 1$ 에서 $a > 0,\ a-1 < 0$

$\sqrt{a^2} - \sqrt{(a-1)^2} = a - \{-(a-1)\} = 2a-1$

10. $\sqrt{\frac{32}{3}x}$ 가 자연수가 되기 위한 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 96

해설

$\sqrt{\frac{32}{3}x} = \sqrt{\frac{2^4 \times 2}{3}x}$ 이므로 $x = \frac{3}{2} \times k^2$

$k = 1$ 일 때, $x = \frac{3}{2}$

$k = 2$ 일 때, $x = 6$

$k = 3$ 일 때, $x = \frac{27}{2}$

$k = 4$ 일 때, $x = 24$

$k = 5$ 일 때, $x = \frac{75}{2}$

$k = 6$ 일 때, $x = 54$

$k = 7$ 일 때, $x = \frac{147}{2}$

$k = 8$ 일 때, $x = 96$

$k = 9$ 일 때, $x = \frac{243}{2}$

x 는 가장 큰 두 자리의 자연수이므로 96 이다.

11. 다음 보기에서 유리수는 몇 개인지 구하여라.

보기

$$-\sqrt{3},\ 2.3683\cdots,\ 0.\dot{1},\ \frac{3}{5},\ \sqrt{4},\ \sqrt{\frac{1}{5}}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$0.\dot{1} = \frac{1}{9}$, $\frac{3}{5}$, $\sqrt{4} = 2$ 는 유리수이다.

$-\sqrt{3}$, $2.3683\cdots$, $\sqrt{\frac{1}{5}}$ 는 무리수이다.

따라서 유리수는 3 개이다.

12. $\sqrt{54} = a\sqrt{6}$, $\sqrt{108} = 6\sqrt{b}$, $\sqrt{c} = 2\sqrt{3}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$\sqrt{54} = \sqrt{9\times 6} = 3\sqrt{6}$, $\sqrt{108} = \sqrt{6^2\times 3} = 6\sqrt{3}$
$2\sqrt{3} = \sqrt{2^2\times 3} = \sqrt{12}$
$a=3$, $b=3, c=12$ 이므로 $a+b+c=18$

13. $x=\dfrac{2\sqrt{5}+4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$, $y=\dfrac{2\sqrt{5}-4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ 일 때, $\dfrac{x-y}{x+y}$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

④ $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$

해설

$x=\dfrac{2\sqrt{5}+4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{10}+8}{2}=\sqrt{10}+4$

$y=\dfrac{2\sqrt{5}-4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{10}-8}{2}=\sqrt{10}-4$

$x+y=2\sqrt{10}$

$x-y=8$

$\therefore \dfrac{x-y}{x+y}=\dfrac{8}{2\sqrt{10}}=\dfrac{4}{\sqrt{10}}=\dfrac{4\sqrt{10}}{10}=\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$

14. $1+\sqrt{2}$의 정수 부분을 x, 소수 부분을 y라고 할 때, $(2+\sqrt{x})^2-\frac{2}{y}$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $4+2\sqrt{2}$

해설

$1+\sqrt{2}=2.\times\times$이므로 $x=2$, $y=\sqrt{2}-1$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left(2+\sqrt{2}\right)^2-\frac{2\left(\sqrt{2}+1\right)}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)} \\ &= 4+4\sqrt{2}+2-2\sqrt{2}-2 \\ &= 4+2\sqrt{2}\end{aligned}$$

15. $\sqrt{125}-\dfrac{3\sqrt{5}-5}{\sqrt{5}}$ 의 정수 부분의 값을 구하여라. (단, $\sqrt{5}=2.236$ 로 계산한다.)

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$\sqrt{5^3}-\frac{3\sqrt{5}-5}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=5\sqrt{5}-\frac{15-5\sqrt{5}}{5}$$
$$=5\sqrt{5}-3+\sqrt{5}$$
$$=6\sqrt{5}-3$$

따라서 $\sqrt{5}=2.236$ 이므로 대입하여 계산하면 정수부분은 10 이다.

16. $(3x-2y)(4x-3y)=ax^2+bxy+cy^2$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$(3x-2y)(4x-3y)=12x^2-17xy+6y^2$

$\therefore\ a+b+c=12-17+6=1$

17. $(x+1)^2-5(x+1)+6$ 을 인수분해하면?

① $(x-1)(x-2)$ ② $(x+1)(x+2)$

③ $(x-1)(x+2)$ ④ $(x+1)(x-2)$

⑤ $-(x-1)(x+2)$

해설

$x+1=t$로 치환하면

$t^2-5t+6=(t-2)(t-3)$

$=(x+1-2)(x+1-3)$

$=(x-1)(x-2)$

18. $(2a-3b+1)^2-(2a+3b-1)^2=8a\,(\mathrm{A}a+\mathrm{B}b+\mathrm{C})$ 일 때, $\mathrm{A}+\mathrm{B}-\mathrm{C}$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A+B-C=-4$

해설

$2a-3b+1=X,\ 2a+3b-1=Y$ 로 치환하면

$(2a-3b+1)^2-(2a+3b-1)^2$

$=X^2-Y^2=(X+Y)(X-Y)$

$=4a\,(-6b+2)$

$=8a\,(-3b+1)$

$\therefore\ A+B-C=0+(-3)-1=-4$

19. 곱셈 공식을 이용하여 $(x+2)(x+3)(x-4)(x-6)$ 을 전개하면?

① $x^4-5x^3-20x^2+60x+144$

② $x^4+5x^3-20x^2-60x+144$

③ $x^4+5x^3+20x^2-60x-144$

④ $x^4-5x^3+20x^2-60x+144$

⑤ $x^4+5x^3-20x^2+60x-144$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+2)(x-6)(x+3)(x-4)\\ &= (x^2-12-4x)(x^2-12-x)\end{aligned}$$

$x^2-12=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A-4x)(A-x)\\ &= A^2-5xA+4x^2\\ &= (x^2-12)^2-5x(x^2-12)+4x^2\\ &= x^4-5x^3-20x^2+60x+144\end{aligned}$$

20. $a=\sqrt{3}+\sqrt{2},\ b=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ 일 때, a^2+b^2의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$$
$$=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$$
$$-2\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$$
$$=\left(2\sqrt{3}\right)^2-2\times(3-2)$$
$$=12-2$$
$$=10$$

21. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라고 할 때, $f(150) - f(99)$ 의 값은?

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$f(150) - f(99)$ 는 $\sqrt{99}$ 초과 $\sqrt{150}$ 이하의 자연수의 개수이다.
$\sqrt{99} < 10, 11, 12 \leq \sqrt{150}$
$\therefore$ 3개

22. $\sqrt{20}+\sqrt{0.2}+\dfrac{4}{\sqrt{5}}=a\sqrt{5}$, $\sqrt{2.5}\times\sqrt{\dfrac{6}{5}}\times\sqrt{18}=b\sqrt{6}$ 일 때, $a\times b$ 의 값은?

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

해설

$2\sqrt{5}+\dfrac{\sqrt{5}}{5}+\dfrac{4\sqrt{5}}{5}=\dfrac{10\sqrt{5}+\sqrt{5}+4\sqrt{5}}{5}=\dfrac{15\sqrt{5}}{5}=3\sqrt{5}$

$\therefore a=3$

$\sqrt{2.5}\times\sqrt{\dfrac{6}{5}}\times\sqrt{18}=\sqrt{\dfrac{25}{10}\times\dfrac{6}{5}\times18}=3\sqrt{6}$

$\therefore b=3$

$\therefore a\times b=9$

23. $0 < x < 1$, $-2 < y < -1$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(xy)^2} + \sqrt{(x+y)^2 - 4xy} - \sqrt{(x-y)^2 + 4xy}$$

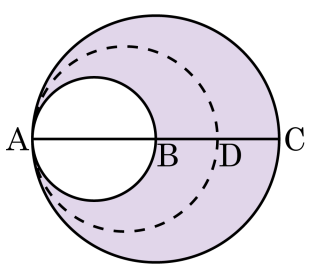
① $-xy$ ② $2x - xy$ ③ $2x + xy$

④ $2y - xy$ ⑤ $x - xy$

해설

$$\begin{aligned}
\sqrt{(x+y)^2 - 4xy} &= \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} \\
&= \sqrt{(x-y)^2} \\
\sqrt{(x-y)^2 + 4xy} &= \sqrt{x^2 + 2xy + y^2} \\
&= \sqrt{(x+y)^2} \text{ 이므로} \\
(\text{준식}) &= |xy| + |x-y| - |x+y| \\
&= -xy + x - y + x + y \\
&= 2x - xy
\end{aligned}$$

24. 다음 그림의 두 원은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원이고, D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = y$, $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x 라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 x, y 에 대한 문자로 나타내면?



① $2\pi xy$ ② πxy ③ $2\pi x^2 y$

④ πxy^2 ⑤ $\pi\left(2x^2 + y\right)$

해설

$\overline{AC} = 2x + y$, $\overline{AB} = 2x - y$

따라서 어두운 부분의 넓이는 $\pi\left(\frac{2x+y}{2}\right)^2 - \pi\left(\frac{2x-y}{2}\right)^2 = 2\pi xy$

25. 자연수 $2^{160}-1$ 은 30 과 40 사이의 두 자연수에 의하여 나누어떨어진다. 이 두 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$2^{160}-1$

$=(2^{80}+1)(2^{40}+1)(2^{20}+1)(2^{10}+1)(2^5+1)(2^5-1)$

$2^{160}-1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수 중 30 과 40 사이의 수는

$2^5+1=33$ 과 $2^5-1=31$ 이다.

$\therefore\ 33+31=64$