

1. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -\sqrt{2}$

② $x = \sqrt{2}$

③ $x = 0$

④ $x = 4 - \sqrt{2}i$

⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}$$

2. 이차방정식 $x^2 - px + 2p + 1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 p 의 값을 모두 곱하면?

① -8 ② -4 ③ 1 ④ 4 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} D &= p^2 - 4(2p + 1) \\ &= p^2 - 8p - 4 = 0 \end{aligned}$$

판별식으로부터 나온 p 에 대한 방정식의 근들이 주어진 식이 중근을 갖게 하므로

실수 p 값들의 곱은 근과 계수의 관계에서 -4 이다.

3. x 에 대한 이차방정식 $(k-1)x^2 + 2kx + k-1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 자연수 k 의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(i) 이차방정식이므로 x^2 의 계수는 $k-1 \neq 0$ 이어야 한다.
따라서 $k \neq 1$

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야
하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - (k-1)^2 > 0, \quad 2k-1 > 0$$

$$\therefore k > \frac{1}{2}$$

따라서 자연수 k 의 최솟값은 2이다.

4. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2+2(a-m-1)x+a^2-b+m^2=0$ 의 근이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 a, b 값의 합은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$$\frac{D}{4} = (a - m - 1)^2 - (a^2 - b + m^2) = 0$$

m 의 값에 관계없이

$$2(-a + 1)m + (-2a + b + 1) = 0$$

이어야 하므로

$$2(-a + 1) = 0, \quad -2a + b + 1 = 0$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

5. 다음 방정식을 풀면?

$(\sqrt{3}-1)x^2-(\sqrt{3}+1)x+2=0$

- ① $x=-1$ 또는 $x=-\sqrt{3}$

② $x=-1$ 또는 $x=-\sqrt{3}-1$

③ $x=-1$ 또는 $x=\sqrt{3}+1$

④ $x=1$ 또는 $x=-\sqrt{3}+1$

⑤ $x=1$ 또는 $x=\sqrt{3}+1$

해설

x^2 의 계수를 유리수로 만들기 위해 양변에 $\sqrt{3}+1$ 을 곱하면
 $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)x^2-(\sqrt{3}+1)^2x+2(\sqrt{3}+1)=0$
 $2x^2-2(2+\sqrt{3})x+2(\sqrt{3}+1)=0$
 $x^2-(2+\sqrt{3})x+(\sqrt{3}+1)=0$
 $(x-1)\{x-(\sqrt{3}+1)\}=0$
 $\therefore x=1$ 또는 $x=\sqrt{3}+1$

6. 0 이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 가 성립할 때, <보기>의 방정식 중 항상 실근이 존재하는 것을 모두 고른 것은?

보 기

㉠ $x^2 + ax + b = 0$

㉡ $x^2 + bx + a = 0$

㉢ $ax^2 + x + b = 0$

㉣ $bx^2 + ax + b = 0$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 이 만족하려면 $b > 0, a < 0$

㉠ $x^2 + ax + b = 0, D = a^2 - 4b$

$b \leq \frac{a^2}{4}$ 일 때만 실근 존재

㉡ $x^2 + bx + a = 0$

$D = b^2 - 4a > 0$ 항상 실근 존재 (○)

㉢ $ax^2 + x + b = 0$

$D = 1 - 4ab > 0$ 항상 실근 존재 (○)

㉣ $bx^2 + ax + b = 0$

$D = a^2 - 4b^2, a^2 \geq 4b^2$ 일 때만 실근 존재

7. x 에 대한 이차방정식 $x^2k - \left(x - \frac{1}{4}\right)k + \frac{1}{4} = 0$ 이 허근을 가질 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $k < 0$

② $k > 0$

③ $0 < k < \frac{1}{4}$

④ $k \leq 0$

⑤ $k \geq 0$

해설

$$x^2k - \left(x - \frac{1}{4}\right)k + \frac{1}{4} = 0 \text{ 이}$$

허근을 가져야 하므로

x 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$kx^2 - kx + \frac{1}{4}(k+1) = 0$$

$$D = (-k)^2 - 4k \cdot \frac{1}{4}(k+1) < 0$$

$$= k^2 - k^2 - k = -k < 0 \quad \therefore k > 0$$

$$\therefore k > 0$$

8. 0이 아닌 두 실수 a, b 가 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 를 만족할 때, 다음 [보기]의 x 에 대한 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $ax^2 - bx + 1 = 0$
- ㉡ $x^2 - ax - b = 0$
- ㉢ $x^2 + 2(a+b)x + (a^2 + b^2) = 0$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이므로 $a < 0, b < 0$
㉠ $ax^2 - bx + 1 = 0$ 에서
 $D = b^2 - 4a > 0$
㉡ $x^2 - ax - b = 0$ 에서
 $D = a^2 + 4b$ 는 음수, 양수를 판별할 수 없다.
㉢ $x^2 + 2(a+b)x + (a^2 + b^2) = 0$ 에서
 $\frac{D}{4} = (a+b)^2 - (a^2 + b^2) = 2ab > 0$

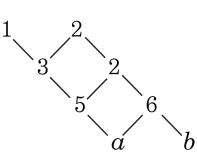
9. 이차방정식 $(\sqrt{2}+1)x^2+x-\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)=0$ 의 두 근의 곱은?

- ① $-\sqrt{2}$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\sqrt{2}$

해설

주어진 식의 양변에 $\sqrt{2}-1$ 을 곱하면
 $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)x^2+(\sqrt{2}-1)x-\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)=0$
 $x^2+(\sqrt{2}-1)x-\sqrt{2}=0$
 $(x+\sqrt{2})(x-1)$
 $\therefore x=-\sqrt{2}$ 또는 $x=1$
따라서 두 근의 곱은 $-\sqrt{2}$

10. 다음 그림은 수의 규칙을 나타낸 것이다. a , b 와 대응하는 수를 두 근으로 하는 이차방정식을 구하면?



- ① $x^2 - 5x + 6 = 0$
- ② $x^2 - 11x + 30 = 0$
- ③ $x^2 - 41x + 330 = 0$
- ④ $x^2 - 7x + 8 = 0$
- ⑤ $x^2 - 15x + 12 = 0$

해설

왼쪽 $1-3-5-a$ 는 잇줄 두 수의 합
오른쪽 $2-2-6-b$ 는 잇줄 두 수의 곱
 $\therefore a = 5 + 6 = 11, b = 5 \times 6 = 30$
11, 30을 두 근으로 하는 이차방정식은
 $\therefore x^2 - 41x + 330 = 0$

11. $x^2 + xy + ay^2 + x + y - 2$ 가 x, y 의 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 상수 a 의 값을 구하면 ?

- ㉠ $\frac{2}{9}$ ㉡ $\frac{1}{3}$ ㉢ $\frac{4}{9}$ ㉣ $\frac{5}{9}$ ㉤ $\frac{2}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + xy + ay^2 + x + y - 2 \\ &= x^2 + (y+1)x + ay^2 + y - 2 \text{가} \\ & x, y \text{의 두 일차식의 곱으로 나타내어지려면} \\ & D = (y+1)^2 - 4(ay^2 + y - 2) \\ &= y^2 + 2y + 1 - 4ay^2 - 4y + 8 \\ &= (1-4a)y^2 - 2y + 9 \text{에서} \\ & \frac{D}{4} = 1 - 9(1-4a) = 0 \\ & \therefore 1 - 9 + 36a = 0 \\ & \therefore a = \frac{8}{36} = \frac{2}{9} \end{aligned}$$

12. x 의 이차방정식 $x^2 - 3px + 4q - 2 = 0$ 의 두 실근의 비가 1 : 2가 되도록 하는 실수 p, q 에 대하여 q 의 값의 범위는? (단, $p \neq 0$)

① $q \geq -\frac{1}{3}$
④ $q > -\frac{1}{2}$

② $q > \frac{1}{2}$
⑤ $q \geq \frac{2}{3}$

③ $q \geq \frac{1}{2}$

해설

두 근을 $\alpha, 2\alpha$ 라 하면

$$\alpha + 2\alpha = 3p \quad \therefore \alpha = p$$

$$\alpha \cdot 2\alpha = 4q - 2 \quad \therefore \alpha^2 = 2q - 1$$

$$\text{따라서 } p^2 = 2q - 1$$

$$\text{한편 } D > 0 \text{에서 } 9p^2 - 4(4q - 2) > 0$$

$$9(2q - 1) - 16q + 8 > 0$$

$$2q - 1 > 0$$

$$\therefore q > \frac{1}{2}$$

13. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - k(k+3)x + k^2 - 1 = 0$ 의 두 근 중 단 하나만이 양이 되기 위한 실수 k 의 조건은?

- ① $-1 < k \leq 1$ ② $-1 < k < 1$ ③ $0 < k \leq 2$
④ $-1 \leq k \leq 0$ ⑤ $-1 \leq k \leq 1$

해설

이차방정식의 두 근을 α, β 라 하자.
(i) 한 근은 양, 다른 근은 음일 때,
 $\alpha\beta = k^2 - 1 < 0, (k+1)(k-1) < 0$
 $\therefore -1 < k < 1$
(ii) 한 근은 양, 다른 근은 0일 때,
 $\alpha + \beta = k(k+3) > 0 \quad \therefore k > 0, k < -3$
 $\alpha\beta = k^2 - 1 = 0 \quad \therefore k = \pm 1$
따라서, $k = 1$
그러므로, (i)과 (ii)에서 $-1 < k \leq 1$

14. 양수 x 에 대하여 $[x] = n$ 이라 할 때, $x^2 + (x - n)^2 = 20$ 이다. 이 때, $2x - n$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수)

① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{10}$

해설

$x - n = \alpha$ 라 하면 $0 \leq \alpha < 1$
 $x^2 = 20 - \alpha^2$ 에서 $19 < x^2 \leq 20$
즉, $\sqrt{19} < x \leq \sqrt{20}$ 이므로 $[x] = n = 4$ 이다.
따라서, 주어진 식은 $x^2 + (x - 4)^2 = 20$ 이 되고,
식을 정리하면 $x^2 - 4x - 2 = 0$
 $\therefore x = 2 + \sqrt{6} (\because x > 0)$
 $\therefore 2x - n = 4 + 2\sqrt{6} - 4 = 2\sqrt{6}$

15. x 의 방정식 $(x-a)(x-b)-cx=0$ 의 해가 α, β 일 때, x 의 방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+cx=0$ 의 해를 a, b 로 나타내면?

① $-a, -b$

② a, b

③ $-2a, -2b$

④ $2a, 2b$

⑤ $a, -b$

해설

$x^2 - (a+b+c)x + ab = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$\alpha + \beta = a + b + c, \alpha\beta = ab$ 이것을

$x^2 - (\alpha + \beta - c)x + \alpha\beta = 0$ 에 대입하면

$x^2 - (a+b)x + ab = 0$

$\therefore (x-a)(x-b) = 0$ 따라서 $x = a, b$