

1. $-\sqrt{8^2} \div \left(\sqrt{\frac{8}{5}}\right)^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$(-8) \times \frac{5}{8} = -5$$

2. $\sqrt{135 \times a}$ 가 정수가 되는 가장 작은 자연수 a 의 값은?

- ① 17 ② 15 ③ 7 ④ 5 ⑤ 3

해설

$135 \times a$ 가 제곱수이어야 한다. 135 를 소인수분해하면 $3^3 \times 5$ 이다.

따라서, $135a = 3^3 \times 5 \times a$ 꼴이고 제곱수인 3^2 을 제외한 $15a$ 도 제곱수이다.

$\therefore$ 가장 작은 자연수 a 는 15 이다.

3. 다음 보기에서 무리수는 모두 몇 개인가?

보기

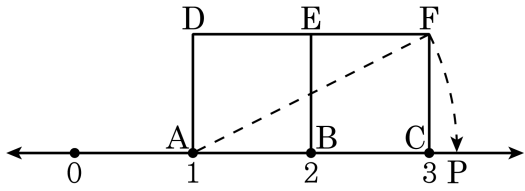
$\sqrt{0}$, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$, 0.29 , $\sqrt{19.6}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{144}$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$\sqrt{0} = 0$ (유리수)
 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$: 순환하지 않는 무한소수 (무리수)
 0.29 (유리수)
 $\sqrt{19.6}$: 순환하지 않는 무한소수 (무리수)
 $\sqrt{8}$: 순환하지 않는 무한소수 (무리수)
 $\sqrt{144} = 12$ (유리수)

4. 다음 그림에서 $\square ABED$, $\square BCFE$ 는 정사각형이고, 점 P 는 A 를 중심으로 하고 AF 를 반지름으로 하는 원이 수직선과 만나는 교점이라 할 때, 점 P 의 좌표를 바르게 나타낸 것은?



- ① $1 + \sqrt{3}$ ② $\sqrt{3} - 1$
 ③ $1 + \sqrt{5}$ ④ $\sqrt{5} - 1$

해설

$$\overline{AF} = \overline{AP} = \sqrt{5}$$

점 P 는 점 A(1) 에서 오른쪽으로 $\sqrt{5}$ 만큼 더해진 점이므로 좌표는 $1 + \sqrt{5}$ 이다.

5. 옳은 것을 모두 고르면?

$\textcircled{\text{㉠}} \sqrt{2} \times \sqrt{32} = 8$

$\textcircled{\text{㉡}} 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{3}$

$\textcircled{\text{㉢}} 7\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -14$

$\textcircled{\text{㉣}} 3\sqrt{10} \times 4\sqrt{\frac{2}{5}} = 24$

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣
- ④ ㉠, ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

$\textcircled{\text{㉡}} 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{3 \times 2} = 2\sqrt{6}$

6. $\sqrt{70} = x\sqrt{0.7}$, $\sqrt{2000} = y\sqrt{0.2}$ 일 때, $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하여라. (단, $x, y > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{y}{x} = 10$

해설

$$\sqrt{70} = \sqrt{\frac{700}{10}} = \sqrt{100 \times \frac{7}{10}} = 10\sqrt{0.7}$$

$$10\sqrt{0.7} = x\sqrt{0.7} \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = 10$$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{10000 \times \frac{2}{10}} = 100\sqrt{0.2}$$

$$100\sqrt{0.2} = y\sqrt{0.2} \text{ 이므로}$$

$$\therefore y = 100$$

$$\therefore \frac{y}{x} = 10$$

7. $4\sqrt{5} + 3\sqrt{20} - \sqrt{45} = A\sqrt{5}$ 일 때, A 의 값은?

① 10

② 9

③ 8

④ 7

⑤ 6

해설

$$4\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 7\sqrt{5} = A\sqrt{5}$$

$$\therefore A = 7$$

8. 다음 중 $27ax^2 - 12ay^2$ 을 바르게 인수분해 한 것은?

① $(3ax - 3y)^2$

② $3^2(3ax - 4ay)^2$

③ $3a(3^2ax - 4ay)^2$

④ $3a(3x + 2y)(3x - 2y)$

⑤ $3(9ax^2 - 4ay^2)$

해설

$$\begin{aligned} 27ax^2 - 12ay^2 &= 3a(9x^2 - 4y^2) \\ &= 3a(3x + 2y)(3x - 2y) \end{aligned}$$

9. $-3 < a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(a+3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2a - 3$

② $-2a + 3$

③ -3

④ $2a - 3$

⑤ $2a + 3$

해설

$-3 < a < 0$ 일 때, $a < 0$ 이고 $a + 3 > 0$ 이다.

$$\begin{aligned}\sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(a+3)^2} &= |-a| - |a+3| \\ &= -a - (a+3) \\ &= -a - a - 3 \\ &= -2a - 3\end{aligned}$$

10. $x^2 - 5x + A$, $4x^2 + Bx + 4$ 가 실수의 범위에서 완전제곱식이 되도록 하는 AB 의 값을 구하여라. (단, $B < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $AB = -50$

해설

$$x^2 - 5x + A = (x + a)(x + a)$$

$$a + a = -5$$

$$a = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore A = a^2 = \frac{25}{4}$$

$$4x^2 + Bx + 4 = (2x + b)(2x + b)$$

$$b^2 = 4, \quad b = \pm 2$$

$$B = 4b$$

$$\therefore B = 4b = -8 \quad (B < 0)$$

$$\therefore AB = \frac{25}{4} \times (-8) = -50$$

11. $a = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, 다음 식의 값을 구하면?

$$\sqrt{a^2 - 2 + \frac{1}{a^2}} + \sqrt{a^2 + 2 + \frac{1}{a^2}}$$

- ① $2(2 - \sqrt{3})$ ② $2(1 + \sqrt{3})$ ③ $2(2 + \sqrt{3})$
④ $4 + \sqrt{3}$ ⑤ $2 + \sqrt{3}$

해설

$a = 2 - \sqrt{3}$ 이면 $0 < a < 1$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} &= -\left(a - \frac{1}{a}\right) + \left(a + \frac{1}{a}\right) \\ &= \frac{2}{a} = \frac{2}{2 - \sqrt{3}} \\ &= 2(2 + \sqrt{3})\end{aligned}$$

12. $(3x - 2y)(4x - 3y) = ax^2 + bxy + cy^2$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(3x - 2y)(4x - 3y) = 12x^2 - 17xy + 6y^2$$

$$\therefore a + b + c = 12 - 17 + 6 = 1$$

13. $2x^2 + (2a - 3)x - 15$ 를 인수분해하면 $(2x - 3)(x + 5)$ 라고 한다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 + (2a - 3)x - 15 &= (2x - 3)(x + 5) \\ &= 2x^2 + 7x - 15 \end{aligned}$$

$$2a - 3 = 7 \quad \therefore a = 5$$

14. 두 다항식 $x^2 + xy - x - y$ 와 $ax + ay + bx + by$ 의 공통인 인수를 구하면?

① $x + 3$ ② $x - 1$ ③ $a + b$ ④ $x + y$ ⑤ $x + b$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + xy - x - y &= x(x + y) - (x + y) \\&= (x + y)(x - 1) \\ax + ay + bx + by &= a(x + y) + b(x + y) \\&= (x + y)(a + b)\end{aligned}$$

15. $x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8$ 을 인수분해하면 $(ax + by + c)(x + y + 4)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 2$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8 \\ &= x^2 + 6x - (y^2 + 2y - 8) \\ &= x^2 + 6x - (y + 4)(y - 2) \\ &= \{x - (y - 2)\}\{x + (y + 4)\} \\ &= (x - y + 2)(x + y + 4) \\ \therefore & a = 1, b = -1, c = 2 \\ \therefore & a + b + c = 2 \end{aligned}$$

16. $x = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - 4x + 5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4x + 5 &= (x^2 - 4x + 4) + 1 \\&= (x - 2)^2 + 1 \\&= (2 - \sqrt{3} - 2)^2 + 1 \\&= (-\sqrt{3})^2 + 1 \\&= 3 + 1 = 4\end{aligned}$$

17. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $5x^2 - 10xy + 5y^2 = 2x - 2y$ 의 관계가 성립할 때, $x - y$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?(단, $x + y \neq 0$)

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

해설

좌변: $5(x^2 - 2xy + y^2) = 5(x - y)^2$,

우변: $2x - 2y = 2(x - y)$

$5(x - y) = 2$ ($\because x \neq y$),

$x - y = \frac{2}{5}$

18. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{7}{9}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{\sqrt{7}}{3}$ 이다.
- ② 1.5의 제곱근은 1개이다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{4}$ 는 $\frac{3}{2}$ 이다.
- ④ 제곱근 25는 5이다.
- ⑤ 자연수가 아닌 수의 제곱근은 없다.

해설

- ② 1.5의 제곱근은 $\pm\sqrt{1.5}$ 로 2개이다.
- ⑤ 0의 제곱근은 0이다.

19. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$

㉡ 25

㉢ $\sqrt{(-3)^2}$

㉣ 1.6

㉤ $\frac{49}{9}$

㉥ $\frac{81}{6}$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.

㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.

㉣ (1.6 의 제곱근) $= \pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)

㉥ $\left(\frac{81}{6}\right)$ 의 제곱근 $= \pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

20. 두 수 a, b 가 $a + b < 0$, $ab < 0$, $|a| < |b|$ 를 만족할 때, $\sqrt{9a^2} + \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a + b$

② $-5a - b$

③ $-5a + b$

④ $5a + b$

⑤ $5a - b$

해설

$a > 0$, $b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |3a| + |-b| + |-2a| - |2b| \\&= 3a - b + 2a + 2b \\&= 5a + b\end{aligned}$$

21. $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$)

① 2

② 4

③ 5

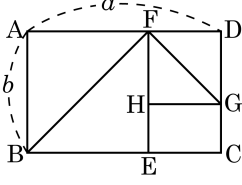
④ 12

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} & a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}} \\ &= a\frac{\sqrt{8b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} + b\frac{\sqrt{32a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} \\ &= \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} \\ & ab = 2 \text{를 대입하면} \\ & \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} = \sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12 \end{aligned}$$

22. 다음 그림에서 $\square ABEF$ 와 $\square FHGD$ 가 정사각형일 때, 사각형 HECG의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 후 인수분해하면 $(a - b)(ta + sb)$ 이다. $t + s$ 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $t + s = 1$

해설

사각형 ABFE, EFGH는 정사각형이므로
 $\overline{HE} = b - (a - b) = 2b - a, \overline{EC} = a - b$
 남은 사각형의 넓이는 $(2b - a)(a - b)$ 이다.
 따라서 $t = -1, s = 2$ 이므로 $t + s = 1$ 이다.

23. 유리수 a, b, c 에 대하여 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 $f(0) = 3$, $f(\sqrt{3}) = 4 - \sqrt{3}$ 을 만족할 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{3}$

해설

$$f(0) = 3 \text{ 이므로 } c = 3$$

$$f(\sqrt{3}) = (3a + c) + b\sqrt{3} = 4 - \sqrt{3}$$

$$3a + c = 4 \therefore a = \frac{1}{3}$$

$$\therefore b = -1$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{1}{3}x^2 - x + 3 \text{ 이므로 } f(1) = \frac{1}{3} - 1 + 3 = \frac{7}{3} \text{ 이다.}$$

24. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② -2

③ $\sqrt{10} - 2$

④ $\sqrt{10} - \sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{10} + \sqrt{5} - 2$

해설

$$f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a} \text{ 에서}$$

$$\frac{1}{f(a)} = \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} = \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$$

$$\text{따라서, } \frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)} = \sqrt{5} - 2 + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \cdots + \sqrt{10} - \sqrt{9} = \sqrt{10} - 2$$

25. $\left(1 - \frac{1}{6^2}\right)\left(1 - \frac{1}{7^2}\right)\left(1 - \frac{1}{8^2}\right)\cdots\left(1 - \frac{1}{14^2}\right)\times\left(1 - \frac{1}{15^2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{9}$

해설

$1 - \frac{1}{a^2} = \left(1 + \frac{1}{a}\right)\left(1 - \frac{1}{a}\right)$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{5}{6} \times \frac{7}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{8}{7} \times \cdots \times \frac{14}{15} \times \frac{16}{15} \\ &= \frac{5}{6} \times \frac{16}{15} = \frac{8}{9}\end{aligned}$$