

1. $\frac{1}{6}$ 과 $\frac{3}{4}$ 사이의 분수 중에서 분모가 24이고 유한소수로 나타낼 수 있는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

$\frac{1}{6}$ 과 $\frac{3}{4}$ 의 분모를 24로 통분하면 $\frac{4}{24}$, $\frac{18}{24}$

$$\frac{4}{24} < \frac{x}{24} < \frac{18}{24}$$

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로 유한소수로 나타내려면 x 는 3의 배수이어야 한다. 즉, 6, 9, 12, 15로 4개이다.

2. 분수 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{100}$ 중에서 무한소수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 85 개

해설

분모가 $2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되면 유한소수이므로

① 2^x 꼴인 경우 : 6가지

② 5^y 꼴인 경우 : 2가지

③ $2^x \times 5^y$ 에서

㉠ $y = 1$ 일 때 $x = 1, 2, 3, 4$ 의 4가지

㉡ $y = 2$ 일 때 $x = 1, 2$ 의 2가지

따라서 무한소수가 아닌 수는 1을 포함하여 15개

$\therefore$ 85개

3. 어떤 기약분수를 소수로 나타내는데 A 는 분모를 잘못 보아 $2.\dot{3}$ 으로 나타내고, B 는 분자를 잘못 보아 $0.5\dot{9}$ 로 나타내었다. 처음의 분수를 소수로 나타내면?

① 0.6

② 0.8

③ 1.2

④ 1.4

⑤ 1.6

해설

$$2.\dot{3} = \frac{23 - 2}{9} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3} \therefore \text{분자} : 7$$

$$0.5\dot{9} = \frac{59 - 5}{90} = \frac{54}{90} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \therefore \text{분모} : 5$$

따라서 처음 분수를 소수로 나타내면 $\frac{7}{5} = 1.4$ 이다.

4. 기약분수 $\frac{x}{12}$ 를 소수로 나타내면 $0.41\overline{666}$ 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$0.41\overline{666} = 0.41\dot{6} = \frac{375}{900}$$

$$\frac{375}{900} = \frac{x}{12}$$

$$\therefore x = 5$$

5. $\frac{35}{111}$ 를 순환소수로 고쳤을 때의 순환마디와 소수점 아래 50 번째 자리의 숫자를 차례로 짝지은 것은?

① 35, 3

② 35, 5

③ 315, 3

④ 315, 1

⑤ 315, 5

해설

$$\frac{35}{111} = \frac{35 \times 9}{111 \times 9} = \frac{315}{999} = 0.\dot{3}1\dot{5} \text{ 이므로 순환마디는 } 315,$$

$50 \div 3 = 16 \cdots 2$ 이므로 50 번째 숫자는 1 이다.

6. $3 - 2.\dot{3}\dot{4}\dot{5}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$3 = 2.\dot{9}$ 이므로

$$3 - 2.\dot{3}\dot{4}\dot{5} = 0.654545454\cdots = 0.6\dot{5}4$$

즉, $3 - 2.\dot{3}\dot{4}\dot{5}$ 는 소수점 아래 첫 번째 자리의 숫자 6 과 순환마디 2 개로 이루어져 있다.

따라서 순환마디가 아닌 첫 번째를 제외하면 100 번째 자리의 숫자는 순환되는 부분의 99 번째 숫자와 같다.

이때, $99 = 2 \times 49 + 1$ 이므로 구하는 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자 5 이다.

7. 소수 $1.012222\cdots = \frac{b}{a}$ 로 나타낼 때, 상수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은? (단, a, b 는 서로소 이다.)

- ① 11 ② 101 ③ 900 ④ 999 ⑤ 1012

해설

$$1.012222\cdots = 1.01\dot{2} = \frac{1012 - 101}{900} = \frac{911}{900} \text{ 이므로}$$

$$b - a = 911 - 900 = 11$$

8. $0.\dot{3}20\dot{5} = \square \times 3205$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 0.0001

② $0.\dot{0}0\dot{1}$

③ $0.0\dot{0}0\dot{1}$

④ $0.000\dot{1}$

⑤ $0.100\dot{1}$

해설

$$0.\dot{3}20\dot{5} = \frac{1}{9999} \times 3205$$

$$\frac{1}{9999} = 0.000\dot{1}$$

9. $\frac{1}{4} \leq 0.\dot{a} < \frac{4}{5}$ 를 만족하는 자연수 a 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$\frac{1}{4} \leq \frac{a}{9} < \frac{4}{5}$$

$$\frac{9}{4} \leq a < \frac{36}{5}$$

$$2.25 \leq a < 7.2$$

자연수 a 는 3, 4, 5, 6, 7

$$\therefore 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25$$

10. 다음 부등식을 만족하는 한 자리의 자연수 a 의 값을 구하여라.

$$\frac{2}{3} < (0.\dot{a})^2 < \frac{5}{6}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\frac{2}{3} < \left(\frac{a}{9}\right)^2 < \frac{5}{6}$$

$$\frac{108}{162} < \frac{2a^2}{162} < \frac{135}{162}$$

따라서 $108 < 2a^2 < 135$,

$$54 < a^2 < \frac{135}{2} \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = 8$$

11. $0.\dot{6} + 2.\dot{7}$ 을 계산하여 순환소수로 나타내면?

① $3.\dot{3}$

② $3.3\dot{4}$

③ $3.\dot{4}$

④ $3.4\dot{3}$

⑤ $3.\dot{5}$

해설

$$0.\dot{6} + 2.\dot{7} = \frac{6}{9} + \frac{25}{9} = \frac{31}{9} = 3.\dot{4}$$

12. $0.\dot{4}\dot{3} - 0.\dot{1}\dot{5}$ 를 계산하면?

① $0.\dot{2}$

② $0.\dot{2}\dot{8}$

③ $0.2\dot{8}$

④ $0.3\dot{8}$

⑤ $0.\dot{2}0\dot{8}$

해설

$$0.\dot{4}\dot{3} - 0.\dot{1}\dot{5} = \frac{43}{99} - \frac{15}{99} = \frac{28}{99} = 0.\dot{2}\dot{8}$$

13. $2.\dot{9} + 0.\dot{3}$ 을 계산하여 기약분수로 나타내면 $\frac{b}{a}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, a, b 는 자연수)

① 3

② 13

③ 23

④ 27

⑤ 33

해설

$$\frac{27}{9} + \frac{3}{9} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3}$$

$$a = 3, b = 10$$

$$\therefore a + b = 13$$

14. 다음 $1.5\dot{8} - 0.2\dot{5}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

$$1.5\dot{8} - 0.2\dot{5} = \frac{143}{90} - \frac{23}{90} = \frac{120}{90} = \frac{4}{3}$$

15. x 에 관한 일차방정식 $0.\dot{1} - 0.\dot{0}\dot{7} = 0.\dot{0}\dot{3}x$ 의 해를 구하면?

① $\frac{4}{9}$

② $\frac{4}{3}$

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\frac{1}{9} - \frac{7}{99} = \frac{3}{99}x$$

$$\frac{11 - 7}{99} = \frac{3}{99}x$$

$$\therefore x = \frac{4}{3}$$

16. x 에 대한 일차방정식 $1.\dot{7}x + 2.\dot{4} = 2.\dot{1}x + 0.\dot{7}$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 5$

해설

$$1.\dot{7}x + 2.\dot{4} = 2.\dot{1}x + 0.\dot{7}$$

$$\frac{16}{9}x + \frac{22}{9} = \frac{19}{9}x + \frac{7}{9}$$

$$16x + 22 = 19x + 7$$

$$\therefore x = 5$$

17. 어떤 수에 $4.\dot{2}$ 를 곱해야 할 것을 잘못 보고 4.2를 곱하였더니 계산 결과가 정답보다 0.6 이 작게 나왔다. 바른 답은?

① 108

② 112

③ 114

④ 118

⑤ 123

해설

어떤 수 : x

$$4.\dot{2}x - 4.2x = 0.6$$

$$\frac{2}{90}x = \frac{54}{90} \quad \therefore x = 27$$

$$\text{바른 계산 : } 4.\dot{2} \times 27 = 114$$

18. $x = 0.3\dot{8}$, $y = 0.2\dot{1}$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값을 순환소수로 나타려고 한다.
순환마디는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$x = 0.3\dot{8} = \frac{38 - 3}{90} = \frac{7}{18}$$

$$y = 0.2\dot{1} = \frac{21}{99} = \frac{7}{33}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{\frac{7}{18}}{\frac{7}{33}} = \frac{33}{18} = \frac{11}{6} = 1.8\dot{3}$$

따라서 순환마디는 3이다

19. 순환소수 $0.4\dot{6}$ 에 a 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 3

② 5

③ 15

④ 40

⑤ 99

해설

$$0.4\dot{6} = \frac{46 - 4}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

따라서 A 는 15의 배수이어야 하므로 A 의 값이 될 수 있는 것은 15이다.

20. 순환소수 $0.3\dot{8}$ 에 a 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 3

② 9

③ 18

④ 90

⑤ 99

해설

$$0.3\dot{8} = \frac{38 - 3}{90} = \frac{35}{90} = \frac{7}{18}$$