

1. 다음 조건을 각각 만족하는 자연수의 개수의 합을 구하여라.

- ㉠ 최대공약수가 24인 두 수  $a, b$ 의 공약수
- ㉡ 50보다 크지 않은 4와 6의 공배수

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

- ㉠ 최대공약수가 24인 두 수  $a, b$ 의 공약수는 24의 공약수이므로  
 $24 = 2^3 \times 3^1$ 에서 약수의 개수는  
 $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$
- ㉡ 4와 6의 최소공배수는 12이므로  
50보다 작은 12의 배수는 12, 24, 36, 48의 4개  
 $\therefore 8 + 4 = 12$

2. 자연수  $n$ 에 대하여  $n+3$ 은 5의 배수이고  $n+5$ 는 3의 배수일 때,  $n+8$ 을 15로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$n+3$ 은 5의 배수이므로  
값은 2, 7, 12, 17, 22, ... 이고,  
 $n+5$ 는 3의 배수이므로  
값은 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... 이다.  
그러므로 자연수  $n$ 이 될 수 있는 수는  
위 두 값의 공통부분이므로 7, 22, 37, 52, ... 이다.  
 $\therefore (n+8$ 을 15로 나눈 나머지) $= 0$

3. 600을 자연수  $a$ 로 나누면  $b^2$ 이 된다고 할 때, 가능한  $\frac{a}{b}$ 의 값 중 두 번째로 큰 값은? (단,  $b$ 는 자연수)

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 600      ③ 300      ④ 150      ⑤ 75

해설

$$\frac{600}{a} = \frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{a}$$

가 제곱수이어야 하므로

$$a = 2 \times 3 \times p^2 (p \text{는 자연수})$$

꼴의 600의 약수이다.

$$a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6 \text{ 일 때,}$$
$$\frac{600}{6} = 100 = 10^2 \quad \therefore b = 10$$
$$a = 2 \times 3 \times 2^2 = 24 \text{ 일 때,}$$
$$\frac{600}{24} = 25 = 5^2 \quad \therefore b = 5$$
$$a = 2 \times 3 \times 5^2 = 150 \text{ 일 때,}$$
$$\frac{600}{150} = 4 = 2^2 \quad \therefore b = 2$$
$$a = 2^3 \times 3 \times 5^2 = 600 \text{ 일 때,}$$
$$\frac{600}{600} = 1^2 \quad \therefore b = 1$$
$$\frac{6}{10} < \frac{24}{5} < \frac{150}{2} < 600 \text{ 이므로}$$
$$\frac{a}{b} \text{의 값 중 두 번째로 큰 값은 } \frac{150}{2} = 75$$

4. 합이 32 이고 최소공배수가 60 인 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 20

해설

두 자연수를  $a, b$  라 두면,  
 $a + b = 32$  이고  $a, b$  는 60 의 약수이다.  
60 의 약수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 이므로  
더해서 32 가 되는 두 수는 (2, 30), (12, 20) 이다.  
하지만 2, 30 의 최소공배수는 30 이므로  
두 자연수는 12, 20 이다.



5. 1부터 100까지의 자연수 중에서 2, 3, 4 로 나누었을 때 그 나머지가 각각 1, 2, 3 이 되는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 8개

## 해설

2, 3, 4 로 나누었을 때 그 나머지가 1, 2, 3 이 되는 수는  
(2, 3, 4로 나누어 떨어지는 수) - 1 이므로  
(2, 3, 4의 최소공배수인 12의 배수) - 1 을 1 부터 100 까지의 자  
연수 중에서 구하면  $12-1=11$ ,  $24-1=23$ ,  $\dots$ ,  $12 \times 8 - 1 = 95$   
까지 8개이다.

6. 두 자연수 12와 15 어느 것으로 나누어도 3이 남는 자연수 중에서 가장 작은 수는?

① 48      ② 52      ③ 63      ④ 70      ⑤ 74

해설

어떤 수는 12와 15의 공배수 중에서 가장 작은 수이므로

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 12 \ 15} \\ \underline{4 \quad 5} \end{array}$$

(최소공배수) :  $3 \times 4 \times 5 = 60$

따라서 구하는 수는  $60 + 3 = 63$

7. 두 자연수  $A, B$  에서  $A \times B$  의 값이 1440 이고, 최대공약수가 12 일 때, 차가 가장 작은 두 자연수의 합은?

- ① 11      ② 36      ③ 72      ④ 84      ⑤ 108

해설

최소공배수를  $L$  이라 하면  $1440 = 12 \times L$  이므로  $L = 120$

$$12 \overline{) \begin{array}{cc} A & B \\ a & b \end{array}}$$

$12 \times a \times b = 120$   
 $a \times b = 10$  (단,  $a, b$  는 서로소)  
 $A = 12 \times a, B = 12 \times b$  이고  $A > B$  라 하면  
 $a = 10, b = 1$  또는  $a = 5, b = 2$   
( i )  $a = 10, b = 1$  일 때  
 $A - B = 10 \times 12 - 1 \times 12 = 108$   
( ii )  $a = 5, b = 2$  일 때  
 $A - B = 5 \times 12 - 2 \times 12 = 36$   
따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 60, 24 이다.

8. 어떤 수와 32의 최대공약수는 8이고, 최소공배수는 96이다. 어떤 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$(\text{어떤 수}) \times 32 = 8 \times 96$$

$$(\text{어떤 수}) = 24$$



9. 자연수  $a$ 의 약수의 개수를  $A(a)$ 로 나타낼 때,  $A(24) \times A(x) = 32$ 에서 가장 작은  $x$ 의 값은?

① 9

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 4

해설

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로

$$A(24) = (3+1) \times (1+1) \\ = 4 \times 2 = 8$$

$$8 \times A(x) = 32$$

$$A(x) = 4$$

약수의 개수가 4개인 수 중에서 가장 작은 수는  $2 \times 3 = 6$ 이다.

10. 1 에서 200 까지의 자연수 중에서 약수의 갯수가 3 개인 수는 모두 몇 개인가?

① 6개      ② 8개      ③ 9개      ④ 12개      ⑤ 14개

해설

약수가 3 개인 수는  $p$  를 소수라 할 때  $p^2$  인 수,  
 $13^2 = 169$  ,  $17^2 = 289$  이므로  
 $p$  가 될 수 있는 수는 2, 3, 5, 7, 11, 13 의 6 개

11. 세 수  $\frac{16}{75}$ ,  $\frac{28}{45}$ ,  $\frac{24}{25}$  에 어떤 수를 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연 수가 되었다. 어떤 수가 될 수 있는 가장 작은 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{225}{4}$

해설

어떤 수가 될 수 있는 가장 작은 기약분수를

$\frac{b}{a}$  라 하면

$a$ 는 16, 28, 24의 최대공약수 4이고,

$b$ 는 75, 45, 25의 최소공배수 225이다.

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{225}{4}$$

12. 두 분수  $\frac{420}{121}$ ,  $\frac{126}{143}$  에 같은 수를 곱하여 자연수가 되게 하려고 한다.

가장 작은 수를 곱하여 만들어진 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 130

▷ 정답 : 33

해설

두 수에 각각  $\frac{11 \times 11 \times 13}{2 \times 3 \times 7}$  을 곱한다.