

1. $(4 + 3x + 2x^2 + x^3)^2$ 을 전개하였을 때, 상수항을 제외한 각 항의 계수들의 총합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 84

해설

$x = 1$ 을 대입하면 (계수들의 총합) + (상수항)

$x = 1$ 일 때, $(4 + 3 + 2 + 1)^2 = 10^2 = 100$

전개한 식의 상수항은 $4^2 = 16$

따라서 상수항을 제외한 각 항의 계수들의 총합은 $100 - 16 = 84$

이다.

2. 다음 중 옳은 것은?

① $5^2 \times 5^3 = 25^5$ ② $(3^3)^3 = 27^9$ ③ $(-2)^{10} = -2^{10}$

④ $(2x)^3 = 6x^3$ ⑤ $(x^{\frac{2}{3}})^2 = x^{\frac{4}{3}}$

해설

① $5^2 \times 5^3 = 5^5$

② $(3^3)^3 = 3^9$

③ $(-2)^{10} = 2^{10}$

④ $(2x)^3 = 8x^3$

3. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 무한소수 중에는 분수로 나타낼 수 없는 것도 있다.
- ② 분모의 소인수가 2나 5 뿐인 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ③ a, b 가 정수일 때, 분수 $\frac{a}{b}$ 로 나타내어지는 수를 유리수라 한다.
- ④ 순환소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
- ⑤ 유리수는 유한소수와 순환하는 무한소수로 나뉘어진다.

해설

- ③ 단, $b \neq 0$ 이라는 조건이 필요하다.
- ④ 순환소수는 모두 유리수이다.

4. $f(x) = 3^x$ 이라고 할 때, 안에 알맞은 수를 구하여라.

$$f(2) \times f(-3) \div f(5) = f(\square)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{aligned} f(2) \times f(-3) \div f(5) &= 3^2 \times 3^{-3} \div 3^5 \\ &= 3^{-6} = f(-6) \end{aligned}$$

5. $X = 2^a$ 일 때, $K(X) = a$ 로 정한다. 이때, $K(2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6} = 2^a$$

$$2^{4m-8} \div 2^{2(2m-6)} = 2^{4m-8-4m+12} = 2^4$$

$$\therefore a = 4$$

6. $58^{2009} \times 35^{2009}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

58 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 8 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자와 같으므로, 8, 4, 2, 6 이 반복된다.

따라서 58^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 8

35 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 5 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자와 같으므로

35^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 5

$\therefore 58^{2009} \times 35^{2009}$ 의 일의 자리의 숫자는 8×5 의 일의 자리의 숫자인 0이다.

7. 등식 $\left(\frac{1}{3}\right)^{2-14x} = 81^{3x+1}$ 이 성립하도록 x 값을 정할 때, 다음에서 x 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

양변의 밑이 3이 되도록 바꾸면,

$$(3^{-1})^{2-14x} = (3^4)^{3x+1}$$

$$3^{-2+14x} = 3^{12x+4}$$

이므로 $-2 + 14x = 12x + 4$ 이다.

따라서 $x = 3$ 이다.

8. 다음 수를 크기가 작은 것부터 차례대로 나열할 때 네 번째에 해당하는 것은?

① 0.453

② 0.45 $\bar{3}$

③ 0.45 $\bar{3}$

④ 0.45 $\bar{3}$

⑤ 0.4530

해설

① 0.453

② 0.45353...

③ 0.4533...

④ 0.453453...

⑤ 0.4530530...

이므로 ② > ④ > ③ > ⑤ > ① 이다.

9. 7 이하의 자연수 a, b 에 대하여 $a \leq b$ 일 때, $[a, b] = a, < a, b > = b$ 라 하고, $a \diamond b = \frac{< a, b >}{[a, b]}$ 라고 정의할 때, $a \diamond b$ 의 값 중 무한소수가 되는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 12개

해설

$a \diamond b = \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{6}{7}, \frac{7}{7}$ 이다. 이들 중 무한소수가 되는 수는

분모가 3 인 경우는 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$

분모가 6 인 경우는 $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}$

분모가 7 인 경우는 $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$

따라서 $2 + 4 + 6 = 12$ (개)

10. $(x-1)^2 - (2x+1)(x-4) = Ax^2 + Bx + C$ 일 때, 상수 A, B, C 의 합 $A+B+C$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)^2 - (2x+1)(x-4) \\ &= (x^2 - 2x + 1) - (2x^2 - 7x - 4) \\ &= x^2 - 2x + 1 - 2x^2 + 7x + 4 \\ &= -x^2 + 5x + 5 \\ &A = -1, B = 5, C = 5 \\ &\therefore A + B + C = -1 + 5 + 5 = 9 \end{aligned}$$

11. 다음 식이 성립하는 x, y 에 대하여 $2xy$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{25^{(2x+y)}}{5^{(3x-2y)}} = \frac{1}{25} \cdot \frac{3^{(x+y)}}{81^{(x+y)}} = \frac{1}{27}$$

- ① 0 ② -2 ③ -4 ④ -6 ⑤ -8

해설

$$\frac{25^{(2x+y)}}{5^{(3x-2y)}} = \frac{5^{(4x+2y)}}{5^{(3x-2y)}} = 5^{4x+2y-(3x-2y)} = 5^{x+4y}$$

$$\therefore x + 4y = -2 \cdots \text{㉠}$$

$$\frac{3^{(x+y)}}{81^{(x+y)}} = \frac{3^{(x+y)}}{3^{(4x+4y)}} = 3^{-3x-3y}$$

$$\therefore -3x - 3y = -3, \quad x + y = 1 \cdots \text{㉡}$$

이제 ㉠과 ㉡을 연립하면 $x = 2, y = -1$ 이므로
따라서 $2xy = -4$ 이다.

12. $x = -\frac{1}{3}$, $y = 3$ 일 때 $3xy(x-y) - (4x^2y^3 - 4x^3y^2) \div 2xy$ 의 값은?

- ① $\frac{50}{3}$ ② $-\frac{50}{3}$ ③ $\frac{40}{3}$ ④ $-\frac{40}{3}$ ⑤ $\frac{35}{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3x^2y - 3xy^2 - 2xy^2 + 2x^2y \\ &= 5x^2y - 5xy^2\end{aligned}$$

$x = -\frac{1}{3}$, $y = 3$ 을 대입하면

$$5 \times \left(\frac{1}{9}\right) \times 3 - 5 \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times 9 = \frac{5}{3} + \frac{45}{3} = \frac{50}{3}$$

13. $9^x = 4$ 일 때, $\frac{3^{2x}}{3^{4x} + 3^x}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

해설

$$9^x = (3^2)^x = 3^{2x} = 4$$

따라서 $3^x = 2$ 이고, $3^{4x} = (3^x)^4 = 2^4 = 16$ 이다.

$$\therefore \frac{3^{2x}}{3^{4x} + 3^x} = \frac{4}{16 + 2} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

14. $x + \frac{1}{5x} = 6$ 일 때, $\left(x - \frac{1}{5x}\right)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{176}{5}$

해설

$$\left(x - \frac{1}{5x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{5x}\right)^2 - \frac{4}{5} = 6^2 - \frac{4}{5} = \frac{176}{5}$$