

1. 분수 $\frac{6}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수 n 번째 자리의 숫자를 x_n 이라고 한다. x_{103} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$ 이다.

$103 = 6 \times 17 + 1$ 이므로 $x_{103} = 8$

2. $(3x^2y^a)^3 \div (x^cy^3)^4 = \frac{b}{x^2y^6}$ 가 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$$(3x^2y^a)^3 \div (x^cy^3)^4 = \frac{3^3x^6y^{3a}}{x^{4c}y^{12}} = \frac{b}{x^2y^6} \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 27, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 31$$

3. $(x-1)^2 - (2x+1)(x-4) = Ax^2 + Bx + C$ 일 때, 상수 A, B, C 의 합 $A+B+C$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)^2 - (2x+1)(x-4) \\ &= (x^2 - 2x + 1) - (2x^2 - 7x - 4) \\ &= x^2 - 2x + 1 - 2x^2 + 7x + 4 \\ &= -x^2 + 5x + 5 \\ &A = -1, B = 5, C = 5 \\ &\therefore A + B + C = -1 + 5 + 5 = 9 \end{aligned}$$

4. $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3)$ 을 전개했을 때 x 의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+2)(x-2)(x+3) \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-6) \\ & x^2+x=t \text{라 하면} \\ & (x^2+x-2)(x^2+x-6) \\ &= (t-2)(t-6) \\ &= t^2-8t+12 \\ &= (x^2+x)^2-8(x^2+x)+12 \\ &= x^4+2x^3+x^2-8x^2-8x+12 \\ &= x^4+2x^3-7x^2-8x+12 \\ & \Rightarrow x \text{의 계수 : } -8 \end{aligned}$$

5. $(x-4)(x+4)(x^2+\square)=x^4-256$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수는?

- ① -4 ② 4 ③ 8 ④ 12 ⑤ 16

해설

$$(x^2-16)(x^2+16)=x^4-256$$

6. $(-8x^m y^2)^3 = -2^n x^{15} y^6$ 에서 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$(-8x^m y^2)^3 = -2^n x^{15} y^6$
 $(-2^3)^3 = -2^n$
 $\therefore n = 9$
 $x^{3m} = x^{15}$
 $\therefore m = 5$
따라서 $m + n = 14$ 이다.

7. $\frac{1}{3}(2x-y)(3x+2y) - \frac{3}{2}(x-2y)(4x+3y)$ 의 전개식에서 xy 의 계수는?

- ① $\frac{22}{3}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{23}{3}$ ④ $\frac{47}{6}$ ⑤ 8

해설

$\frac{1}{3}(2x-y)(3x+2y)$ 의 (xy 의 계수) $= \frac{1}{3}\{(-1) \times 3 + 2 \times 2\} = \frac{1}{3}$ 이고,
 $-\frac{3}{2}(x-2y)(4x+3y)$ 의 (xy 의 계수) $= -\frac{3}{2}\{(-2) \times 4 + 1 \times 3\} = \frac{15}{2}$
이다.

따라서 주어진 식의 xy 의 계수는 $\frac{1}{3} + \frac{15}{2} = \frac{47}{6}$ 이다.

8. $\frac{a}{140}$ 는 유한소수로 나타낼 수 있고, 기약분수로 나타내면 $\frac{7}{b}$ 과 같을 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, $90 < a < 100$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

$\frac{a}{140} = \frac{1}{2^2 \times 5 \times 7} \times a$ 가 유한소수이므로 a 는 7의 배수이고 기약분수로 고쳤을 때 분자에 7이 있으므로 a 는 $7 \times 7 = 49$ 이다.
조건에서 a 가 $90 < a < 100$ 이므로

$a = 2 \times 7^2 = 98$ 이다.

$$\frac{2 \times 7^2}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{7}{2 \times 5} = \frac{7}{10} \text{ 에서 } b = 10$$

$$\therefore a + b = 98 + 10 = 108$$

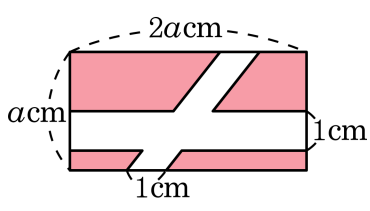
9. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 무한소수 중에는 분수로 나타낼 수 없는 것도 있다.
- ② 분모의 소인수가 2나 5 뿐인 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ③ a, b 가 정수일 때, 분수 $\frac{a}{b}$ 로 나타내어지는 수를 유리수라 한다.
- ④ 순환소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
- ⑤ 유리수는 유한소수와 순환하는 무한소수로 나누어진다.

해설

- ③ 단, $b \neq 0$ 이라는 조건이 필요하다.
- ④ 순환소수는 모두 유리수이다.

10. 다음 그림에서 가로 $2a\text{cm}$, 세로 $a\text{cm}$ 인 직사각형 안에 그림과 같이 1cm 간격의 빈 부분이 있을 때 색칠한 부분의 넓이는 얼마인가?



- ① $a^2 - 3a - 1$ (cm^2) ② $2a^2 - 3a - 1$ (cm^2)
 ③ $2a^2 - 3a + 1$ (cm^2) ④ $a^2 + 3a - 1$ (cm^2)
 ⑤ $2a^2 - 1$ (cm^2)

해설

$$\begin{aligned} S &= (2a - 1)(a - 1) \\ &= 2a^2 - 3a + 1 \end{aligned}$$

11. $(3x + 2y)(2x - y) - (x - 2y)(4x + 3y)$ 를 전개한 것으로 옳은 것은?

① $2x^2 + 18xy - 4y^2$

② $2x^2 + 6xy - 4y^2$

③ $2x^2 + 12xy + 4y^2$

④ $10x^2 - 4xy - 4y^2$

⑤ $2x^2 + 6xy + 4y^2$

해설

$$(3x + 2y)(2x - y) = 6x^2 + xy - 2y^2$$

$$(x - 2y)(4x + 3y) = 4x^2 - 5xy - 6y^2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 주어진 식은 } 6x^2 + xy - 2y^2 - (4x^2 - 5xy - 6y^2) = 2x^2 + 6xy + 4y^2 \text{ 이다.}$$

12. 다음 분수 중 무한소수로 나타내어지는 것은?

① $\frac{1}{2^2 \times 5^3}$

② $\frac{5}{16}$

③ $\frac{6}{6^3}$

④ $\frac{77}{100-30}$

⑤ $\frac{9 \times 11}{2^2 \times 3 \times 12}$

해설

기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 유한소수이고 그 이외의 수가 있으면 무한소수가 된다.

① $\frac{1}{2^2 \times 5^3}$ (유한소수)

② $\frac{5}{16} = \frac{5}{2^4}$ (유한소수)

③ $\frac{6}{6^3} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{2^2 \times 3^2}$ (무한소수)

④ $\frac{77}{100-30} = \frac{77}{70} = \frac{11}{10} = \frac{11}{2 \times 5}$ (유한소수)

⑤ $\frac{9 \times 11}{2^2 \times 3 \times 12} = \frac{11}{2^4}$ (유한소수)

13. 순환소수 $0.4\dot{2}01$ 의 소수점 아래 31번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$0.4\dot{2}01$ 이므로 순환마디의 숫자 3개
 $31 - 1 = 3 \times 10$ 이므로 소수점 아래 31번째 자리의 숫자는 1이다.

14. 유리수 $\frac{n}{42}$ 을 유한소수가 되게 하는 n 의 개수를 구하여라. (단, $1 \leq n \leq 200$ 인 정수)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

$$\frac{n}{42} = \frac{n}{2 \times 3 \times 7}$$

따라서 n 은 $3 \times 7 = 21$ 의 배수이다.
 $200 \div 21 = 9.52 \cdots$ 이므로 n 의 개수는 9 개 이다.

15. $f(x) = 3^x$ 이라고 할 때, 안에 알맞은 수를 구하여라.

$$f(2) \times f(-3) \div f(5) = f(\text{})$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{aligned} f(2) \times f(-3) \div f(5) &= 3^2 \times 3^{-3} \div 3^5 \\ &= 3^{-6} = f(-6) \end{aligned}$$

16. $a = 3$ 일 때, $(a^a)^{(a^a)} = 3^x$ 이다. x 의 값은?

① 3

② 9

③ 27

④ 81

⑤ 243

해설

$a = 3$ 을 대입하면

$$(3^3)^{(3^3)} = (3^3)^{27} = 3^{81}$$

$$\therefore x = 81$$

17. $X = 2^a$ 일 때, $K(X) = a$ 로 정한다. 이때, $K(2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6} = 2^a$$

$$2^{4m-8} \div 2^{2(2m-6)} = 2^{4m-8-4m+12} = 2^4$$

$$\therefore a = 4$$

18. $\frac{x^2 - 4x + 3}{-x + 1} = 0$ 일 때, x 의 값을 구하여라. (단, $x \neq 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{x(x-1)-3x+3}{-x+1}=0$$

$$\frac{-x(-x+1)+3(-x+1)}{-x+1}=0$$

$$-x+3=0$$

$$\therefore x=3$$

19. 네 개의 수 a, b, c, d 에 대하여 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$ 로 정의한다.

$A = x + 1, B = -2x + 3$ 이고, $\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B & pA \\ A & -qB \end{pmatrix}$ 일 때, 상수 p, q 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = -1$

▷ 정답 : $q = 1$

해설

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B & pA \\ A & -qB \end{pmatrix}$$
$$A^2 - B^2 = -qB^2 - pA^2$$
$$(1 + p)A^2 = (1 - q)B^2$$

$A = x + 1, B = -2x + 3$ 이므로

$$(1 + p)(x + 1)^2 = (1 - q)(-2x + 3)^2 \text{ 이다.}$$
$$(1 + p)x^2 + (2 + 2p)x + (p + 1)$$
$$= (4 - 4q)x^2 + (-12 + 12q)x + (9 - 9q)$$
$$1 + p = 4 - 4q \Rightarrow p = 3 - 4q \cdots \textcircled{\tiny 1}$$
$$2 + 2p = -12 + 12q \Rightarrow 2p - 12q = -14$$
$$\Rightarrow p - 6q = -7 \cdots \textcircled{\tiny 2}$$
$$p + 1 = 9 - 9q \Rightarrow p + 9q = 8 \cdots \textcircled{\tiny 3}$$

$\textcircled{\tiny 1}, \textcircled{\tiny 2}, \textcircled{\tiny 3}$ 어떤 식에 대입해도 상관없으므로 $\textcircled{\tiny 1}$ 식을 $\textcircled{\tiny 2}$ 식에 대입하면

$$3 - 4q - 6q = -7, q = 1 \cdots \textcircled{\tiny 4}$$

$\textcircled{\tiny 4}$ 를 $\textcircled{\tiny 1}$ 식에 대입하면

$$p = 3 - 4 \times 1 = -1 \text{ 따라서 } p = -1, q = 1$$

20. $x(3x-2)-4x\times\square=7x^2-14x$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $x+2$

② $-x+3$

③ $2x-3$

④ $x+3$

⑤ $-2x-3$

해설

$$x(3x-2)-4x\times\square=7x^2-14x$$

$$3x^2-2x=7x^2-14x+4x\times\square$$

$$4x\times\square=3x^2-2x-7x^2+14x$$

$$4x\times\square=-4x^2+12x$$

$$\square=\frac{-4x^2+12x}{4x}$$

$$\therefore\square=-x+3$$

21. 분수 $\frac{21}{2^3 \times 5 \times 7 \times a}$ 를 소수로 나타내면 무한소수가 된다. 이때 가장 작은 a 는?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$\frac{3}{2^3 \times 5 \times a}$ 가 무한소수가 되기 위해서는 a 가 2 나 5 가 아닌 수를 소인수로 가져야 한다. a 가 3 이 될 경우에는 약분이 된다.

22. $\left(\frac{3}{2ab}\right)^3 \div \square \times \left(-\frac{2}{5}a^3b^2\right)^2 = \frac{3a}{5b^2}$ 의 $\square$ 안에 알맞은 식을 구하면?

① $\frac{10b}{3a^2}$

② $\frac{3ab}{5}$

③ $\frac{9a^2b^3}{10}$

④ $8ab^2$

⑤ $\frac{15a}{4b^2}$

해설

$$\begin{aligned}\square &= \left(\frac{3}{2ab}\right)^3 \times \left(-\frac{2}{5}a^3b^2\right)^2 \times \frac{5b^2}{3a} \\ &= \frac{27}{8a^3b^3} \times \frac{4a^6b^4}{25} \times \frac{5b^2}{3a} \\ &= \frac{9a^2b^3}{10}\end{aligned}$$

23. 부등식 $-2.\dot{3} \leq x < \frac{31}{15}$ 를 만족시키는 자연수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$-2.\dot{3} \leq x < \frac{31}{15} = 2.0\dot{6}, \quad x = 1, 2$$

24. 다음 보기 중 계산 결과가 옳은 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ $6a^4 \div 3ab = \frac{2a^3}{b}$
- ㉡ $\frac{2}{3}x^2y \div \frac{1}{6}xy^2 = \frac{4x}{y}$
- ㉢ $(2x^2)^5 \div (-2x^3)^2 = 8x^4$
- ㉤ $(-2x^2y)^3 \div \left(-\frac{2}{3}xy\right)^2 = 18x^4y$
- ㉥ $(-2x^3y)^3 \div (4xy^3)^2 = -\frac{x^7}{2y^3}$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 없다

해설

㉤ $(-2x^2y)^3 \div \left(-\frac{2}{3}xy\right)^2 = -18x^4y$

25. $4x - 3y + 2 = 5x - 6y + 3$ 일 때, $2x - 9y + 5$ 를 y 에 관한 식으로 나타내면?

㉠ $-3y + 3$

㉡ $-7x - 4$

㉢ $-3y - 3$

㉣ $7x - 4$

㉤ $7x + 4$

해설

$4x - 3y + 2 = 5x - 6y + 3$ 을 x 로 정리하면

$$x = 3y - 1$$

$2x - 9y + 5$ 에 대입하면

$$2(3y - 1) - 9y + 5 = 6y - 2 - 9y + 5 = -3y + 3$$

26. $625^{x-1} = 5^{2x} \times 125^6 \div 25^3$ 을 만족하는 정수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$625 = 25^2 = (5^2)^2 = 5^4$, $125 = 5^3$ 이므로
주어진 식을 밑이 5 인 거듭제곱꼴의 형태로 바꾸어 주면
 $625^{x-1} = 5^{2x} \times 125^6 \div 25^3$
 $(5^4)^{x-1} = 5^{2x} \times (5^3)^6 \times (5^2)^{-3}$
 $5^{4x-4} = 5^{2x} \times 5^{18} \times 5^{-6}$
 $5^{4x-4} = 5^{2x+12}$
밑이 5 로 같으므로 양변의 지수가 같다.
 $4x - 4 = 2x + 12$
 $\therefore x = 8$

27. $A = 3x^2 - 4$, $B = 2x^2 + 3x - \frac{1}{2}$, $C = x^2 - 7x + \frac{5}{2}$ 일 때, $B - \left(\frac{1}{3}A + C\right) + (2C + B + A)$ 를 x 에 대한 식으로 나타내었다. 이때, 상수항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{6}$

해설

$$\begin{aligned} & B - \left(\frac{1}{3}A + C\right) + (2C + B + A) \\ &= B - \frac{1}{3}A - C + 2C + B + A \\ &= \frac{2}{3}A + 2B + C \\ &\text{이므로 } A, B, C \text{ 의 식을 대입하면} \\ &\frac{2}{3}A + 2B + C \\ &= \frac{2}{3}(3x^2 - 4) + 2\left(2x^2 + 3x - \frac{1}{2}\right) + x^2 - 7x + \frac{5}{2} \\ &= 2x^2 - \frac{8}{3} + 4x^2 + 6x - 1 + x^2 - 7x + \frac{5}{2} \\ &= 7x^2 - x - \frac{7}{6} \\ &\text{따라서 상수항은 } -\frac{7}{6} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

28. $(4 + 3x + 2x^2 + x^3)^2$ 을 전개하였을 때, 상수항을 제외한 각 항의 계수들의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 84

해설

$x = 1$ 을 대입하면 (계수들의 총합) + (상수항)

$x = 1$ 일 때, $(4 + 3 + 2 + 1)^2 = 10^2 = 100$

전개한 식의 상수항은 $4^2 = 16$

따라서 상수항을 제외한 각 항의 계수들의 총합은 $100 - 16 = 84$ 이다.

29. $58^{2009} \times 35^{2009}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

58 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 8 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자와 같으므로, 8, 4, 2, 6 이 반복된다.

따라서 58^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 8

35 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 5 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자와 같으므로

35^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 5

$\therefore 58^{2009} \times 35^{2009}$ 의 일의 자리의 숫자는 8×5 의 일의 자리의 숫자인 0이다.

30. 순환소수 $1.\dot{1}5$ 에 a 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 9 ③ 33 ④ 90 ⑤ 99

해설

$1.\dot{1}5 = \frac{115 - 1}{99} = \frac{38}{33}$ 이므로 가장 작은 자연수 a 는 33이다.

31. $0.\dot{a}\dot{b}, 0.\dot{b}\dot{a}$ 인 두 수의 합이 $0.\dot{2}$ 이다. 두 수의 차를 순환소수로 나타냈을 때 순환마디를 구하면?(단, $a > b \geq 0$)

- ① 14
- ② 15
- ③ 16
- ④ 17
- ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned}\frac{10a+b}{99} + \frac{10b+a}{99} &= \frac{11a+11b}{99} = \frac{11(a+b)}{99} \\ &= \frac{a+b}{9} = 0.\dot{2} = \frac{2}{9}\end{aligned}$$

$$\therefore a+b=2 \therefore a=2, b=0$$

$$\frac{20}{99} - \frac{2}{99} = \frac{18}{99} = 0.\dot{1}\dot{8}$$

따라서 순환마디는 18 이다.

32. $-15xy^2 \div \square = -\frac{5y}{x^2}$ 의 $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $3x^3y$

② $-3x^3y$

③ $3xy^3$

④ $-3xy^3$

⑤ $3xy^2$

해설

$$\square = -15xy^2 \div \left(-\frac{5y}{x^2}\right) = (-15xy^2) \times \left(-\frac{x^2}{5y}\right) = 3x^3y$$

33. 다음 중 옳은 것은?

① $0.\dot{2}\dot{1} = \frac{21}{100}$

③ $\frac{125}{99} = 1.\dot{2}\dot{5}$

⑤ $\frac{231}{999} = 0.\dot{2}3\dot{4}$

② $\frac{1}{60} = 0.0\dot{1}\dot{5}$

④ $1.2\dot{4} = \frac{124 - 12}{90}$

해설

① $0.\dot{2}\dot{1} = \frac{21}{99}$

② $0.0\dot{1}\dot{5} = \frac{15}{990} = \frac{1}{66}$

③ $1.\dot{2}\dot{5} = \frac{124}{99}$

④ $1.2\dot{4} = \frac{124 - 12}{90}$

⑤ $0.23\dot{4} = \frac{234}{999}$

34. 다음 식이 성립하는 x, y 에 대하여 $2xy$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{25^{(2x+y)}}{5^{(3x-2y)}} = \frac{1}{25}, \frac{3^{(x+y)}}{81^{(x+y)}} = \frac{1}{27}$$

- ① 0
- ② -2
- ③ -4
- ④ -6
- ⑤ -8

해설

$$\frac{25^{(2x+y)}}{5^{(3x-2y)}} = \frac{5^{(4x+2y)}}{5^{(3x-2y)}} = 5^{4x+2y-(3x-2y)} = 5^{x+4y}$$

$$\therefore x + 4y = -2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{3^{(x+y)}}{81^{(x+y)}} = \frac{3^{(x+y)}}{3^{(4x+4y)}} = 3^{-3x-3y}$$

$$\therefore -3x - 3y = -3, \ x + y = 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

이제 ㉠과 ㉡을 연립하면 $x = 2, y = -1$ 이므로
따라서 $2xy = -4$ 이다.

35. $x = -\frac{1}{3}$, $y = 3$ 일 때 $3xy(x-y) - (4x^2y^3 - 4x^3y^2) \div 2xy$ 의 값은?

- ① $\frac{50}{3}$ ② $-\frac{50}{3}$ ③ $\frac{40}{3}$ ④ $-\frac{40}{3}$ ⑤ $\frac{35}{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3x^2y - 3xy^2 - 2xy^2 + 2x^2y \\ &= 5x^2y - 5xy^2\end{aligned}$$

$x = -\frac{1}{3}$, $y = 3$ 을 대입하면

$$5 \times \left(\frac{1}{9}\right) \times 3 - 5 \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times 9 = \frac{5}{3} + \frac{45}{3} = \frac{50}{3}$$

36. $a = x + 2y$, $b = 3x - y$ 일 때, $4a - 3b$ 를 x , y 에 관한 식으로 나타내면?

① $-5x + 5y$

② $-5x + 9y$

③ $-5x + 11y$

④ $-5x + 3y$

⑤ $-5x + y$

해설

$$\begin{aligned}4a - 3b &= 4(x + 2y) - 3(3x - y) \\&= 4x + 8y - 9x + 3y \\&= -5x + 11y\end{aligned}$$