

1. 이차방정식 $3x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 근을 A, B (단, $A < B$)라 할 때, $3A + B$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - 2x - 1 &= 0 \\ (3x + 1)(x - 1) &= 0 \\ x &= -\frac{1}{3} \text{ 또는 } x = 1 \\ \therefore 3A + B &= 0 \end{aligned}$$

2. 다항식 $x^3 - 3x - 3$ 을 다항식 $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이 $ax + b$ 이고, 나머지가 $cx + d$ 이었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$$

에서 계수를 비교하면

$$a = 1, -b + d = -3, -a - 2b + c = -3, b - 2a = 0$$

$$\text{에서 } a = 1, b = 2, d = -1, c = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$$

3. 다음 중 다항식의 전개가 잘못된 것은?

① $(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1$

② $(a+2b-3c)^2 = a^2+4b^2+9c^2+4ab-12bc-6ac$

③ $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3+8$

④ $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) = x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $(x-1)^2(x+1)^2 = x^4-2x^2+1$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & (x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) \\ &= (x^2+y^2)^2-(xy)^2 \\ &= x^4+x^2y^2+y^4 \end{aligned}$$

4. $\frac{2-i}{2+i} + \frac{2+i}{2-i}$ 를 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① $\frac{6}{5}$ ② 2 ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\frac{2-i}{2+i} + \frac{2+i}{2-i} &= \frac{(2-i)^2 + (2+i)^2}{(2+i)(2-i)} \\ &= \frac{3+3}{5} = \frac{6}{5}\end{aligned}$$

5. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 2

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 13

해설

$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$$

$$\therefore (a+2)^2 + 2(b-1)^2 = 0$$

이 때, a, b 가 실수이므로 $a+2=0, b-1=0$

따라서 $a=-2, b=1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 5$$

6. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + k$ 의 최댓값이 $\frac{5}{2}$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$y = -3x^2 - 6x + k = -3(x^2 + 2x + 1) + k + 3 = -3(x + 1)^2 + k + 3$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, k + 3)$ 이다.

주어진 함수는 위로 볼록한 함수이므로 꼭짓점의 y 의 값이 최댓값이 된다.

$$\therefore k + 3 = \frac{5}{2} \quad \therefore k = -\frac{1}{2}$$

7. $-1 \leq x \leq 4$ 의 범위에서 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

주어진 식을 완전제곱으로 고치면

$$f(x) = (x^2 - 2x + 1) + 1 = (x - 1)^2 + 1$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 점 $(1, 1)$ 을 꼭지점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

그러므로 $-1 \leq x \leq 4$ 의 범위에서

최솟값은 $x = 1$ 일 때 1 이고,

최댓값은 $x = 4$ 일 때, 10 이다.

따라서 최댓값과 최솟값의 합은 $10 + 1 = 11$

8. 두 점 $A(-1, 4)$, $B(6, 3)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 $P(a, b)$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$P = (a, 0)$ 이므로 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서
 $(a + 1)^2 + 4^2 = (a - 6)^2 + 9$, $a = 2$
 $\therefore P = (2, 0)$
 $a + b = 2$

9. 네 점 A(1, 4), B(-2, -3), C(x, y), D(6, 7)를 네 꼭짓점으로 하는 사각형이 평행사변형이 되도록 하는 점 C의 좌표는?

- ① C(-1, 2) ② C(3, 0) ③ C(3, 4)
④ C(1, -1) ⑤ C(0, 0)

해설

평행사변형의 대각선의 성질에 의해 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 중점이 일치하므로

$$\left(\frac{6-2}{2}, \frac{7-3}{2}\right) = \left(\frac{x+1}{2}, \frac{y+4}{2}\right)$$

$$(2, 2) = \left(\frac{x+1}{2}, \frac{y+4}{2}\right)$$

$$\therefore x = 3, y = 0$$

$$\therefore C(3, 0)$$

10. 모든 모서리의 합이 36, 겹넓이가 56인 직육면체의 대각선의 길이는?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 a , b , c 라 하자.

$$4(a+b+c) = 36, \quad 2(ab+bc+ca) = 56$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 81 - 56 = 25$$

$$\therefore (\text{대각선의 길이}) = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ = \sqrt{25} = 5$$

11. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 5$ 에 대하여 $f(x-1) = x^3 + Ax^2 + Bx + C$ 일 때, 상수 $A \times B \times C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

$$\begin{aligned} f(x-1) &= (x-1)^3 - 3(x-1)^2 + 2(x-1) + 5 \\ &= x^3 + Ax^2 + Bx + C \cdots \text{㉠} \end{aligned}$$

㉠은 x 에 대한 항등식이므로
양변에 $x = 0, 1, 2$ 를 차례로 대입하면,
 $x = 0$ 일 때, $-1 = C$
 $x = 1$ 일 때, $5 = 1 + A + B + C$
 $x = 2$ 일 때, $5 = 8 + 4A + 2B + C$
위의 세 식을 연립하여 풀면
 $A = -6, B = 11, C = -1$

12. $x^3 - x^2 + 2 = (x + 1)^3 + a(x + 1)^2 + b(x + 1) + c$ 가 항등식일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

해설

조립제법에 의한 방법으로 풀면

-1	1	-1	0	2
		-1	2	-2
-1	1	-2	2	0
		-1	3	
-1	1	-3	5	
		-1		
	1	-4		

$\therefore a = -4, b = 5, c = 0$

$\therefore a + b + c = 1$

해설

주어진 식의 양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$2 = 1 + a + b + c$

$\therefore a + b + c = 1$

13. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눌 때의 나머지는 3이고, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 1이다. 이 다항식을 $(x-1)(x-2)$ 로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $-2x+1$

② $-2x-1$

③ $-2x+3$

④ $-2x+5$

⑤ $-2x+7$

해설

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$ 라 하면,

$f(1) = 3, f(2) = 1$ 이므로

$f(1) = a + b = 3, f(2) = 2a + b = 1$ 연립하면

$a = -2, b = 5$

$\therefore$ 나머지는 $-2x + 5$ 이다.

14. $3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3$ 을 인수분해 하면?

① $(x + y + 1)(3x + y - 3)$

② $(x - y + 1)(3x - y - 3)$

③ $(3x + y + 1)(x - y - 3)$

④ $(x + y + 1)(3x - y - 3)$

⑤ $(x - y - 1)(3x - y - 3)$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3 \\ &= (3x - (y + 3))(x + y + 1) \\ &= (x + y + 1)(3x - y - 3) \end{aligned}$$

15. 다음 □안에 들어갈 식이 바르게 연결되지 않은 것은?

$$\begin{aligned} & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\ &= (b-c)a^2 - \boxed{\text{가}} a + \boxed{\text{나}}(b-c) \\ &= \boxed{\text{다}} \{a^2 - \boxed{\text{라}} a + \boxed{\text{나}}\} \\ &= (b-c)(a-b)\boxed{\text{마}} \end{aligned}$$

- ① (가) $(b^2 - c^2)$ ② (나) bc ③ (다) $(b - c)$
- ④ (라) $(b + c)$ ⑤ (마) $(c - a)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\ &= (b-c)a^2 + b^2c - ab^2 + c^2a - bc^2 \\ &= (b-c)a^2 - \boxed{(b^2 - c^2)} a + \boxed{bc}(b-c) \\ &= \boxed{(b-c)} \{a^2 - \boxed{(b+c)} a + \boxed{bc}\} \\ &= (b-c)(a-b)\boxed{(a-c)} \end{aligned}$$

16. $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

- ① 75 ② 125 ③ 900 ④ 1000 ⑤ 1225

해설

$$\begin{aligned} 125^2 - 75^2 &= (125 + 75)(125 - 75) \\ &= 200 \times 50 = 10000 \\ 5 + (30 - 50) \div (-4) &= 5 + 5 = 10 \text{ 이므로} \\ (\text{준 식}) &= 10000 \div 10 = 1000 \end{aligned}$$

17. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=5$, $a^3+b^3+c^3=2$ 일 때, abc 의 값은?

- ① $-\frac{5}{3}$ ② 0 ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 \\ &= (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \text{ 이므로} \\ & 5 = 1 - 2(ab+bc+ca) \\ & \therefore ab+bc+ca = -2 \\ & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \text{ 이므로} \\ & 2 - 3abc = 1 \cdot (5+2) \\ & \therefore abc = -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

18. 다음을 계산하여라.

$1+i+i^2+\cdots+i^{2006}$

▶ 답 :

▷ 정답 : i

해설

$$\begin{aligned} &1+i+i^2+\cdots+i^{2006} \\ &=1+(i+i^2+i^3+i^4)+(i^5+i^6+i^7+i^8)+\cdots \\ &\quad \cdots+(i^{2001}+i^{2002}+i^{2003}+i^{2004})+(i^{2005}+i^{2006}) \\ &=1+(i-1-i+1)+(i-1-i+1) \\ &\quad +\cdots+(i-1-i+1)+(i-1) \\ &=i \end{aligned}$$

19. 다음을 계산하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

$$\sqrt{3}\sqrt{-3} + \sqrt{-3}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{-18}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-2}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3 + 3i$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{3}\sqrt{-3} + \sqrt{-3}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{-18}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-2}} \\ &= \sqrt{3 \cdot (-3)} - \sqrt{(-3) \cdot (-3)} + \sqrt{\frac{-18}{2}} - \sqrt{\frac{18}{-2}} \\ &= \sqrt{-9} - \sqrt{9} + \sqrt{-9} - \sqrt{-9} \\ &= -\sqrt{9} + \sqrt{-9} \\ &= -3 + 3i \end{aligned}$$

20. 이차방정식 $x^2 + mx + m - 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

1이 $x^2 + mx + m - 1 = 0$ 의 근이므로
 $x = 1$ 을 대입하면 $1 + m + m - 1 = 0 \quad \therefore m = 0$
주어진 방정식은 $x^2 - 1 = 0 \quad \therefore x = \pm 1$
따라서 다른 한 근은 $x = -1$

21. 0이 아닌 두 실수 a, b 가 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 를 만족할 때, 다음 [보기]의 x 에 대한 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $ax^2 - bx + 1 = 0$
- ㉡ $x^2 - ax - b = 0$
- ㉢ $x^2 + 2(a+b)x + (a^2 + b^2) = 0$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이므로 $a < 0, b < 0$
㉠ $ax^2 - bx + 1 = 0$ 에서
 $D = b^2 - 4a > 0$
㉡ $x^2 - ax - b = 0$ 에서
 $D = a^2 + 4b$ 는 음수, 양수를 판별할 수 없다.
㉢ $x^2 + 2(a+b)x + (a^2 + b^2) = 0$ 에서
 $\frac{D}{4} = (a+b)^2 - (a^2 + b^2) = 2ab > 0$

22. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (2m + a + b)x + m^2 + ab = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2 + (2m + a + b)x + m^2 + ab = 0$
항상 중근을 가질 조건 : 판별식 $D = 0$
 $D = (2m + a + b)^2 - 4(m^2 + ab) = 0$
 $4m^2 + a^2 + b^2 + 4ma + 2ab + 4mb - 4m^2 - 4ab = 0$
 m 에 관해 식을 정리하면
 $(4a + 4b)m + (a^2 - 2ab + b^2) = 0$
 $4a + 4b = 0, \quad a^2 - 2ab + b^2 = 0$
 $\therefore a + b = 0$

23. 이차방정식 $x^2 - (k-1)x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3일 때, 실수 k 값의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

두 근의 비가 2 : 3이므로 두 근을 2α , 3α 라 하면

$$2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = k - 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

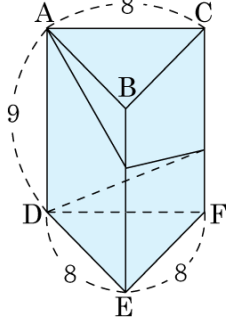
$$(2\alpha)(3\alpha) = 6\alpha^2 = k \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } \alpha = \frac{k-1}{5},$$

$$\text{이것을 } \textcircled{㉡} \text{에 대입하면 } 6k^2 - 37k + 6 = 0$$

$$\therefore k = 6, \frac{1}{6}$$

24. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 꼭짓점 A 에서 출발하여 모서리 BE, CF 를 순서대로 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

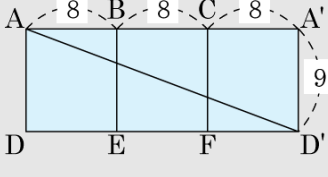


▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{73}$

해설

$$\overline{AD'} = \frac{\sqrt{24^2 + 9^2}}{\sqrt{576 + 81}} = \frac{\sqrt{657}}{\sqrt{657}} = 3\sqrt{73}$$



25. 두 점 A, B 에 대하여 선분 AB를 1 : 2 로 내분하는 점이 P(2, 3), 1 : 2 로 외분하는 점이 Q(-2, 7) 일때, 선분 AB 의 길이는?

① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

A(a, b), B(c, d) 라고 하면
선분 AB 를 1 : 2 로 내분하는 점은
 $P\left(\frac{c+2a}{1+2}, \frac{d+2b}{1+2}\right) = P(2, 3)$
 $\therefore 2a+c=6, 2b+d=9$
1 : 2 로 외분하는 점은
 $Q\left(\frac{c-2a}{1-2}, \frac{d-2b}{1-2}\right) = Q(-2, 7)$
 $\therefore 2a-c=-2, 2b-d=7$
따라서 $a=1, b=4, c=4, d=1$
 $\therefore A=(1, 4), B(4, 1)$
 $\therefore AB = \sqrt{(1-4)^2 + (4-1)^2} = 3\sqrt{2}$

26. $a(a+1)=1$ 일 때, $\frac{a^6-1}{a^4-a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^6-1}{a^4-a^2} &= \frac{(a^3+1)(a^3-1)}{a^2(a^2-1)} \\ &= \frac{(a+1)(a^2-a+1)(a-1)(a^2+a+1)}{a^2(a+1)(a-1)} \\ &= \frac{(a^2-a+1)(a^2+a+1)}{a^2} \leftarrow a^2=1-a \text{ 대입} \\ &= \frac{2(1-a) \times 2}{1-a} = 4\end{aligned}$$

27. 세 점 $A(-4, 0)$, $B(4, 0)$, $C(0, 3)$ 과 점 $P(x, y)$ 가 있다. $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 최솟값과 그 때의 점 P 의 좌표는?

- ① 30, $P(0, 1)$ ② 30, $P(0, 2)$ ③ 38, $P(0, 1)$
④ 34, $P(0, 2)$ ⑤ 38, $P(0, 2)$

해설

$$\begin{aligned} & \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \\ &= (x+4)^2 + y^2 + (x-4)^2 + y^2 + x^2 + (y-3)^2 \\ &= 3x^2 + 3y^2 - 6y + 41 \\ &= 3x^2 + 3(y-1)^2 + 38 \\ & \text{따라서 최솟값 } 38, \quad P(0, 1) \end{aligned}$$