

1. 100 을 나누어 몫이 5 이고 나머지가 5 인 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

나누는 수를 a 라 하면 $5 \times a + 5 = 100$, $5 \times a = 95$ 이므로 $a = 19$ 이다.

2. 다음 중 12 의 약수가 아닌 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 12

해설

12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이다.

3. 다음 중 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.

47, 53, 65, 97, 117, 153

▶ 답 : 3 개

▷ 정답 : 3 개

해설

47 의 약수 : 1, 47
53 의 약수 : 1, 53
65 의 약수 : 1, 5, 13, 65
97 의 약수 : 1, 97
117 의 약수 : 1, 3, 9, 13, 39, 117
153 의 약수 : 1, 3, 9, 17, 51, 153
이므로 소수는 47, 53, 97 의 3 개이다.

4. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5 ② 7 ③ 15 ④ 21 ⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

5. 288 을 어떤 수 x 로 나누어 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 가장 작은 자연수 x 를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$
가장 작은 자연수 x 는 2이다.

6. 다음에서 $2^4 \times 3^2$ 의 약수가 아닌 것은?

- ① 2^4
- ② $2^2 \times 3^2$
- ③ 2×3^2
- ④ 3^3
- ⑤ 1

해설

2^4 의 약수는1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 이고
 3^2 의 약수는1, 3, 3^2 이므로
 $2^4 \times 3^2$ 의 약수는 다음과 같다.

×	1	2	2^2	2^3	2^4
1	1	1×2	1×2^2	1×2^3	1×2^4
3	3	3×2	3×2^2	3×2^3	3×2^4
3^2	3^2	$3^2 \times 2$	$3^2 \times 2^2$	$3^2 \times 2^3$	$3^2 \times 2^4$

7. 자연수 240 과 $2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로

약수의 개수는 $(4 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 20$

$2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (n + 1) = 20$

$\therefore n = 4$

8. 다음 중 두 수가 서로소인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① 2, 6 ② 3, 11 ③ 8, 10 ④ 12, 15 ⑤ 9, 16

해설

1 이외에 공약수를 갖지 않는 두 자연수를 서로소라고 한다.

9. 석우네 반 남학생 21 명과 여학생 28 명은 운동경기를 하기 위해 조를 짜기로 하였다. 가능한 많은 인원로 조를 편성하려고 한다. 이 때, 몇 조까지 만들어지는지 구하여라.

▶ 답: 조

▶ 정답 : 7조

해설

남학생 수와 여학생 수의 최대 공약수는 7 이다.
따라서 7 조까지 만들어진다.

10. 가로, 세로, 높이가 각각 48 cm, 64 cm, 80 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체의 개수를 가능한 적게 하려고 할 때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▶ 정답 : 16cm

해설

정육면체가 개수가 가능한 적어야 하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다.

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는

$48 = 2^4 \times 3$, $64 = 2^6$, $80 = 2^4 \times 5$ 의 최대공약수 $2^4 = 16(\text{cm})$

11. 다음 수들의 최소공배수를 구하여라.

$$\begin{array}{r} \square) 18 \quad 54 \\ \square) 9 \quad 27 \\ \square) \square \quad 9 \\ \square \quad \square \end{array}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

$$\begin{array}{r} 2) 18 \quad 54 \\ 3) 9 \quad 27 \\ 3) 3 \quad 9 \\ 1 \quad 3 \end{array}$$

최소공배수 : $2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$

12. 두 자연수의 최소공배수가 24 일 때, 두 수의 공배수 중 100 이하인 것을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

▷ 정답 : 48

▷ 정답 : 72

▷ 정답 : 96

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로 최소공배수인 24 의 배수들 중 100 이하인 수를 찾는다.

13. 세 자연수 4, 5, 6 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3인 자연수 중에서 가장 작은 것은?

① 60

② 63

③ 120

④ 123

⑤ 180

해설

구하는 수는 (4, 5, 6의 최소공배수) + 3
4, 5, 6의 최소공배수는 60 이므로
 $60 + 3 = 63$ 이다.

14. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 소수의 거듭제곱을 써서 나타낸 것으로 옳은 것은?

$2^2 \times 3^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5 \times 7$

- ① 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 7$
- ② 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$
- ③ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
- ④ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
- ⑤ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2^2 \times 3^2 \quad \times 7 \\ 2 \times 3 \times 5 \times 7 \\ \hline \end{array}$$

최대공약수 : $2 \times 3 \quad \times 7$

최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

15. 두 분수 $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{18}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

구하는 수는 12 와 18 의 최소공배수이므로 36 이다.

16. 1에서 100까지의 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다.

(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), ..., (98, 99, 100)

이

때, 세 수의 합이 21의 배수인 것은 모두 몇 묶음인지 구하면?

- ① 12
- ② 13
- ③ 14
- ④ 15
- ⑤ 16

해설

연속하는 세 개의 자연수를
 $(a-1, a, a+1)$ ($2 \leq a \leq 99$)라 하면,
 $(a-1) + (a) + (a+1) = (21 \text{의 배수})$
 $\Rightarrow 3a = (21 \text{의 배수})$
 $\Rightarrow a = (7 \text{의 배수})$
 $\therefore 2 \leq a \leq 99$ 일 때, 7의 배수는 14개

17. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠

$2^4 = 8$

㉡

$5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 5^3 \times 7^2$

㉢

$3^2 = 2^3$

㉤

$\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^3}$

㉥

$\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^8}$

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉠, ㉥
- ④ ㉡, ㉢, ㉤
- ⑤ ㉢, ㉥

해설

㉠ $2^4 = 16$

㉢ $3^2 \neq 2^3$

㉥ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^6}$

18. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ㉡ 소수는 약수가 2 개인 수이다.
- ㉢ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
- ㉤ a, b 가 소수이면 $a \times b$ 도 소수이다.

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉢, ㉤
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉤

해설

㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.
㉢ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
㉤ a, b 가 소수일 때, $a \times b$ 의 약수는 1, $a, b, a \times b$ 이므로 $a \times b$ 는 소수가 아니다.
따라서 옳은 것은 ㉡이다.

19. 다음 중 소인수분해한 것으로 옳은 것은?

① $28 = 2^2 \times 7^2$

② $140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $80 = 2^3 \times 10$

④ $63 = 3^2 \times 7$

⑤ $200 = 4 \times 10^2$

해설

① $2^2 \times 7$

② $2^2 \times 5 \times 7$

③ $2^4 \times 5$

⑤ $2^3 \times 5^2$

20. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$216 = 2^3 \times 3^3$
따라서 $a = 3, b = 3, c = 3$
 $a + b + c = 9$

21. 600 을 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)600} \\ 2 \overline{)300} \\ 2 \overline{)150} \\ 3 \overline{)75} \\ 5 \overline{)25} \\ 5 \end{array}$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

22. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면(정답 2개)?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 9 ⑤ 12

해설

$48 = 2^4 \times 3$
곱해야 할 자연수가 x 이고, 어떤 자연수를 y 라 하면 $(2^4 \times 3) \times x = y^2$ 이다.
 $x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \dots$
 $= 3, 12, \dots$

23. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

24. 다음 중 옳은 것은?

- ① 소수는 모두 홀수이다.
- ② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.
- ③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.
- ④ 1 은 합성수이다.
- ⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

- ① 2 는 유일한 짝수이다.
- ② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
- ④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

25. 세 수 250, 360, 960 의 최대공약수는?

① 2^2

② 2×5

③ $2^2 \times 5^2$

④ $2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$250 = 2 \times 5^3$, $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$,
 $960 = 2^6 \times 3 \times 5$ 이므로
최대공약수는 2×5

26. 두 수 $2^3 \times 3^a \times 5$ 와 $2^b \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수가 60 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로, $a = 1, b = 2$

$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$

27. 세 변의 길이가 각각 66 m, 84 m, 78 m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?

- ① 6 그루
- ② 18 그루
- ③ 24 그루
- ④ 38 그루
- ⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로
나무의 수는
 $(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) = 11 + 14 + 13$
 $= 38$ (그루)

28. 두 수 $2^a \times 3^2 \times 5$ 와 $2 \times 3 \times 5^b$ 의 최소공배수가 360 일 때, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로, $a = 3$, $b = 1$ 이다.

$\therefore a \times b = 3 \times 1 = 3$

29. 두 수 18 과 30 의 공배수 중 가장 작은 세 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

18 과 30 의 공배수는 18과 30의 최소공배수의 배수와 같다.

$$18 = 2 \times 3^2, 30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$18 \text{ 과 } 30 \text{ 의 최소공배수는 } 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

따라서 공배수 중 가장 작은 세 자리 수는 180 이다.

30. x 는 16, 32, 80의 공배수 중 500보다 작은 자연수일 때, x 값의 개수를 구하여라.

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

16, 32, 80의 공배수는 160의 배수이다.

500보다 작은 160의 배수는 160, 320, 480으로 3개이다.

31. 톱니의 수가 각각 48 개, 72 개인 두 톱니바퀴 A, B 가 서로 맞물려 돌고 있다. 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도 몇 번 회전한 후인가?

① 1번 ② 2번 ③ 3번 ④ 4번 ⑤ 5번

해설

48 과 72 의 최소공배수는 144

$$144 \div 48 = 3$$

따라서 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도

3번 회전한 후이다.

32. 세계문화유산인 경주 유적지 탐방에 참가한 남학생 수와 여학생 수의 최대공약수는 12, 최소공배수는 36 이라고 한다. 남학생이 여학생보다 24 명 많다고 할 때, 탐방에 참가한 전체 학생 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

여학생을 x 명, 남학생을 $x + 24$ 명이라고 하면
(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $12 \times 36 = x \times (x + 24)$, $x = 12$ 이다.
따라서 $12 + 36 = 48$ 이다.

- 33.** 1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 47

해설

1부터 100까지의 자연수 중에서
3의 배수는 3, 6, 9, *cdots*, 96, 99의 33개이고,
5의 배수는 5, 10, 15, *cdots*, 95, 100의 20개이다.
이 중 3과 5의 공배수인 15의 배수의 개수는 6개이므로
 $33 + 20 - 6 = 47$ 개다.

34. 두 분수 $\frac{81}{n}$, $\frac{72}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 의 값을 모두 더하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

n 은 81, 72 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
81 와 72 의 최대공약수는 9 이다.
9의 약수는 1, 3, 9 이다.
따라서 13 이다.

35. 두 분수 $\frac{15}{16}$, $\frac{5}{12}$ 의 어느 것에 곱해도 그 결과가 자연수가 되는 분수 중에서 가장 작은 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{48}{5}$

해설

$$\frac{(16, 12 \text{의 최소공배수})}{(15, 5 \text{의 최대공약수})} = \frac{48}{5}$$

36. 567^{2009} 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

567^{2009} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$7^1 = 7,$$

$$7^2 = 49,$$

$$7^3 = 343,$$

$$7^4 = 2401,$$

$$7^5 = 16807,$$

$$7^6 = 117649,$$

...

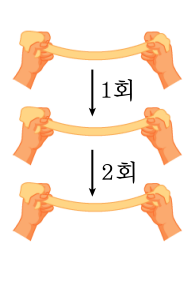
7 을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자가 7, 9, 3, 1 의 네 개의 숫자가 반복된다.

567^{2009} 의 지수인 2009 를 4 로 나누면

$$2009 \div 4 = 502 \cdots 1 \text{ 이므로}$$

567^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 첫 번째 숫자인 7 이다.

37. 손으로 국수를 만들 때, 반죽을 늘어 1 회 접으면 두 가닥이 되고, 2 회 접으면 네 가닥이 된다. 국수가 100 가닥 이상 필요 할 때, 최소 몇 회를 접어야 하는가?
- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회
- ④ 7 회 ⑤ 8 회



해설

반죽을 1 회 접으면 2 가닥, 2 회 접으면 (2×2) 가닥, 3 회 접으면 $(2 \times 2 \times 2)$ 가닥이 된다. 접는 횟수에 따른 국수의 가닥 수를 표로 정리하면 다음과 같다.

접는 횟수	국수의 가닥 수(가닥)	국수의 가닥수를 거듭제곱으로 표현
1회	2	2^1
2회	$2 \times 2 = 4$	2^2
3회	$2 \times 2 \times 2 = 8$	2^3
4회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$	2^4
5회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$	2^5
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$2^5 = 32$, $2^6 = 64$, $2^7 = 128$, ... 이므로 국수 100 가닥을 만들려면 7 회 이상 접어야 한다.

38. 432를 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 3 ② 6 ③ 12 ④ 27 ⑤ 48

해설

$$\frac{432}{x} = \square^2$$

$$432 = 2^4 \times 3^3$$

나뉘야 할 가장 작은 자연수는 3이다. 그러므로 3 또는 $3 \times$ (지수가 짝수인 수)의 꼴이 아닌 것을 찾는다.

- ① 3
② 2×3
③ $2^2 \times 3$
④ 3^3
⑤ $2^4 \times 3$

39. 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 자연수를 구하면?

① 12

② 18

③ 24

④ 36

⑤ 60

해설

$12 = 2 \times 2 \times 3$ 이므로

$(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1)$ 에서 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

40. a, b 의 최대공약수가 36 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 16은 a, b 의 공약수이다.
- ㉡ 1, 2, 36은 a, b 의 공약수이다.
- ㉢ a, b 의 공약수는 모두 10개이다.
- ㉣ a, b 의 공약수는 모두 72의 약수이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣
- ④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

a, b 의 공약수는 36의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36이다.
㉠. 16은 a, b 의 공약수가 아니다.
㉢. a, b 의 공약수는 9개이다.

41. 두 자연수 a, b 에 대하여 a 와 b 의 최대공약수를 $[a, b]$ 라 정의한다.
 x 는 1000 이하의 자연수라 할 때, $[x, 24] = 8$ 를 만족하지 않는 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 916 개

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $[x, 24] = 8$ 이므로
 x 는 2^3 을 인수로 가지고 3 을 인수로 가지지 않는 수이다.
따라서 x 는 8 의 배수이면서 3 의 배수가 아닌 수이다.
1000 이하의 8 의 배수는 125 개, 24 의 배수가 41 개이므로,
8 의 배수이면서 3 의 배수가 아닌 수는 $125 - 41 = 84$ 이다.
 $\therefore$ 구하는 값은 $1000 - 84 = 916$ 이다.

42. 우유 48 개, 빵 62 개, 사과 33 개를 가능한 한 많은 사람에게 같은 개수로 나누어 주려고 한다. 우유는 개수가 맞았고, 빵은 2 개, 사과는 3 개가 남았을 때, 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과의 합을 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 23개

해설

48, 60, 30 의 최대공약수는 6 이다.

→ 한 사람당 우유 8 개, 빵 10 개, 사과 5 개씩 받는다.

따라서 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과와 합은 23개이다.

43. 세 수 $12, 18, a$ 의 최소공배수가 396 일 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$, $396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$ 이므로,
 a 값이 될 수 있는 수는 $2^x \times 3^y \times 11$ (x, y 는 0 또는 1 또는 2)
이며,
최솟값을 가질 때는 x, y 가 0 일 때이므로 a 의 최솟값은 11 이다.

44. 가로와 세로의 길이가 각각 4cm, 12cm, 8cm인 직육면체 모양의 나무토막이 여러 개 있다. 이것을 빈틈없이 쌓아서 될 수 있는 대로 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 할 때, 필요한 나무토막의 개수는?

① 24개 ② 36개 ③ 48개 ④ 60개 ⑤ 72개

해설

4, 12, 8의 최소공배수는 24이므로
(필요한 나무토막의 개수)
 $= (24 \div 4) \times (24 \div 12) \times (24 \div 8)$
 $= 6 \times 2 \times 3 = 36(\text{개})$

45. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 5이고, $\frac{A}{B} = \frac{7}{8}$ 일 때, 두 자연수 A, B 의 최소공배수는?

① 280 ② 350 ③ 420 ④ 490 ⑤ 560

해설

A 와 B 의 최대공약수가 5이고 $\frac{A}{B} = \frac{7}{8}$ 이므로, $A = 35 = 5 \times 7$,
 $B = 40 = 2^3 \times 5$ 이다.
따라서 A 와 B 의 최소공배수는 $2^3 \times 5 \times 7 = 280$ 이다.

46. $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 10$ 을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을 a , 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times 2 \times 5$$

$$= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$$

$$a = 2 + 3 + 5 + 7 = 17$$

$$b = 8 + 4 + 2 + 1 = 15$$

$$\therefore a + b = 17 + 15 = 32$$

47. $a \times 3^2 \times 5^3$ 과 360 의 약수의 개수가 같을 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \rightarrow 360$ 의 약수의 개수 $= 4 \times 3 \times 2 = 24$

$a = x^n$ 이라 두면,

$a \times 3^2 \times 5^3$ 의 약수의 개수 $= (n + 1) \times 3 \times 4 \rightarrow n = 1$

$\therefore a$ 의 최솟값 $= 2$

48. 두 자연수 $21 \times x$ 와 $15 \times x$ 의 공약수가 4 개일 때 x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$21 \times x = 3 \times 7 \times x, 15 \times x = 3 \times 5 \times x$$

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로

최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^3 풀이어야 한다.

따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

49. 600을 자연수 a 로 나누면 b^2 이 된다고 할 때, 가능한 $\frac{a}{b}$ 의 값 중 두 번째로 큰 값은? (단, b 는 자연수)

- ① $\frac{1}{2}$ ② 600 ③ 300 ④ 150 ⑤ 75

해설

$$\frac{600}{a} = \frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{a}$$

가 제곱수이어야 하므로

$$a = 2 \times 3 \times p^2 (p \text{는 자연수})$$

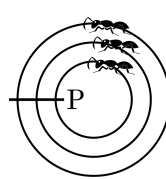
꼴의 600의 약수이다.

$$a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6 \text{ 일 때,}$$
$$\frac{600}{6} = 100 = 10^2 \quad \therefore b = 10$$
$$a = 2 \times 3 \times 2^2 = 24 \text{ 일 때,}$$
$$\frac{600}{24} = 25 = 5^2 \quad \therefore b = 5$$
$$a = 2 \times 3 \times 5^2 = 150 \text{ 일 때,}$$
$$\frac{600}{150} = 4 = 2^2 \quad \therefore b = 2$$
$$a = 2^3 \times 3 \times 5^2 = 600 \text{ 일 때,}$$
$$\frac{600}{600} = 1^2 \quad \therefore b = 1$$
$$\frac{6}{10} < \frac{24}{5} < \frac{150}{2} < 600$$

이므로

$$\frac{a}{b} \text{의 값 중 두 번째로 큰 값은 } \frac{150}{2} = 75$$

50. 개미 3 마리가 볼펜으로 그어 놓은 원을 따라 각각의 원주 위를 일정한 속력으로 돌고 있다. 12분 동안 A 개미는 20바퀴를 돌고, B 개미는 30바퀴, C 개미는 36바퀴를 돈다. 세 개미가 동시에 P 지점에서 출발하여 50분 동안 일정한 속도로 돌았다면 동시에 P 지점을 몇 번 통과하는지 구하여라.

▶ 답: 번

▶ 정답 : 8번

해설

A, B, C 세 개미가 한 바퀴를 도는 데 걸리는 시간은 $\frac{12}{20}$ 분, $\frac{12}{30}$ 분, $\frac{12}{24}$ 분이다.

36

$$\frac{12}{20}\text{분} = 36\text{초}, \frac{12}{30}\text{분} = 24\text{초}, \frac{12}{36}\text{분} = 20\text{초} \text{이다.}$$

36, 24, 20 의 최소공배수는 360 이므로

360초 = 6분 마다 한 번씩 P 지점을 통과한다.

따라서 $50 \div 6 = 8 \cdots 2$ 이므로 8번 통과한다.