1. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 5^3$ ② $2^3 \times 3^2$ ③ $3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 7$ ⑤ $3^3 \times 7^3$

해설

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 에서
최대공약수 : $2^2 \times 7$ (지수가 작은 쪽)

2. 다음 중 두 수 A , B 의 공약수가 아닌 수는?

$A = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$, $B = 2 \times 3^3 \times 5^3 \times 11$

① 6 ② 18 ③ 21 ④ 30 ⑤ 45

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고
최대공약수$= 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로
③ $21 = 3 \times 7$ 은 공약수가 아니다.

3. 두 자연수 $2^2 \times 3^2 \times 5,\ 2 \times 3^3 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로
두 수의 최대공약수는 2×3^2
$\therefore$ 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개)

4. 가로의 길이가 72cm, 세로의 길이가 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm ② 12 cm ③ 18 cm ④ 24 cm ⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

5. 가로의 길이가 450 m , 세로의 길이가 240 m 인 직사각형 모양의 목장이 있다. 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다고 한다. 나무를 가능한 한 적게 심으려면 나무의 간격은 얼마이어야 되는가?

① 30 m ② 15 m ③ 10 m ④ 3 m ⑤ 2 m

해설

나무를 가능한 한 적게 심으려면 심는 간격이 넓어야 하므로 450 과 240 의 최대공약수인 30 m 이다.

6. 우리 반 수학 선생님은 18일에 한 번씩 노트 검사를 하고, 27일에 한 번씩 쪽지 시험을 친다. 오늘 쪽지 시험과 노트 검사를 동시에 했다면, 며칠 후 다시 쪽지 시험과 노트 검사를 동시에 하게 되는가?

① 9일 후 ② 45일 후 ③ 54일 후

④ 124일 후 ⑤ 162일 후

해설

18일마다 한 번씩 노트 검사를 하고, 27일마다 한 번씩 쪽지시험을 친다고 하였으므로 18과 27의 최소공배수인 54일 후 다시 동시에 검사를 하게 된다.

7. 공책 36 권, 볼펜 108 개, 지우 개54 개를 하나도 빠짐없이 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 나누어 주는 지우개의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

학생 수는 36, 108, 54 의 최대공약수 18 명이고,
나누어 주는 지우 개의 개수는
$54 \div 18 = 3$ (개)

8. 두 자연수 27, 39를 각각 어떤 자연수로 나누면 나머지가 모두 3이 된다.
이러한 자연수 중 가장 큰 수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 12

해설

27, 39, 51을 각각 어떤 자연수로 나누면 나머지가 3이 된다면, (27 – 3), (39 – 3)을 어떤 수로 나누면 나누어 떨어진다. 이러한 수 중 가장 큰 수는 24와 36의 최대공약수인 12이다.

9. 청소년을 위한 마라톤이 이번 일요일에 개최된다. 마라톤을 하는 중간에 물은 6km 지점마다, 수건은 8km 지점마다 준비된다고 한다. 마라톤이 시작되고 3km 지점에 물과 수건이 처음으로 준비된 후, 다음에 처음으로 물과 수건이 함께 준비된 것은 몇 km 후인지 나눗셈을 이용하여 구하여라.

▶ 답: km

▷ 정답: 27 km

해설

6 과 8 의 최소공배수를 나눗셈을 이용하여 구하면 된다. 최소공배수는 24 이므로 물과 수건이 함께 준비된 것은 $3 + 24 = 27$(km) 이다.

$$\begin{array}{r|cc} 2 & 6 & 8 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

10. 300 이하의 자연수 중에서 2^3, 2×3^2, 24 의 공배수가 아닌 것은?

① 72 ② 144 ③ 180 ④ 216 ⑤ 288

해설

2^3, 2×3^2, 24 의 최소공배수는 72 이므로 보기 중에서 300 이하의 72 의 배수가 아닌 것은 180 이다.

11. 톱니의 수가 각각 48 개, 72 개인 두 톱니바퀴 A, B 가 서로 맞물려 돌고 있다. 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도 몇 번 회전한 후인가?

① 1번 ② 2번 ③ 3번 ④ 4번 ⑤ 5번

해설

48 과 72 의 최소공배수는 144
$144 \div 48 = 3$
따라서 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A가 적어도
3번 회전한 후이다.

12. 가로의 길이가 4cm , 세로의 길이가 6cm , 높이가 3cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 각각 쌓아 정육면체를 만들었다. 직육면체 모양의 벽돌을 최소로 사용하여 정육면체 모양의 벽돌을 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는?

① 14 개 ② 16 개 ③ 20 개 ④ 24 개 ⑤ 28 개

해설

정육면체의 한 변의 길이는 4, 6, 3 의 최소공배수 12cm 이다.
필요한 벽돌의 수는 $(12 \div 4) \times (12 \div 6) \times (12 \div 3) = 24$(개) 이다.

13. 최대공약수와 최소공배수가 각각 6, 126 인 조건을 만족시키는 두 자연수로 옳은 것끼리 짝지어진 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 12, 126　② 14, 42　③ 6, 126

④ 18, 42　⑤ 28, 84

해설

두 수를 A, B (단, $A < B$)라 하면

$$6\overline{)\,A \quad B}$$
$$\quad\;\; a \quad b$$

최소공배수 $126 = 6 \times 21 = 6 \times a \times b$

$a \times b = 21$ ($a < b$, a, b 는 서로소)

$\therefore\ (a,\ b) = (1,\ 21),\ (3,\ 7)$

따라서 $A = 6$, $B = 126$ 또는 $A = 18$, $b = 42$

14. 두 분수 $\frac{1}{8}$ 과 $\frac{1}{12}$ 의 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 100 미만의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

두 분수가 자연수가 되려면, n 은 8 과 12 의 공배수이어야 한다.
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이어야 한다.
n 의 값 중 가장 작은 수는 24 이다.
따라서 100 미만의 자연수이므로 $24, 48, 72, 96$ 이고 4 개이다.

15. 합이 32 이고 최소공배수가 60 인 두 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 12

▷ 정답: 20

해설

두 자연수를 a, b 라 두면,
$a + b = 32$ 이고 a, b 는 60 의 약수이다.
60 의 약수는 $1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60$ 이므로
더해서 32 가 되는 두 수는 $(2, 30), (12, 20)$ 이다.
하지만 $2, 30$ 의 최소공배수는 30 이므로
두 자연수는 $12, 20$ 이다.

16. 9 로 나누면 나머지가 8, 8 로 나누면 나머지가 7, 7 로 나누면 나머지가 6, 6 으로 나누면 나머지가 5, 5 로 나누면 나머지가 4 인 자연수 중에서 최소의 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2519

해설

조건을 만족하는 수는
(9, 8, 7, 6, 5 의 공배수)−1 의 꼴이고
9, 8, 7, 6, 5 의 최소공배수는 2520 이다.
따라서 최소의 자연수는 2520 − 1 = 2519 이다.

17. a, b 의 최대공약수는 4 , 두 수의 곱이 96 일 때, (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

a, b 의 최대공약수가 4 이므로
$a = 4x$, $b = 4y$ (x , y 는 서로소, $x < y$)라 하면
$4x \times 4y = 96$ 이다. 따라서 $x \times y = 6$
즉, (x , y)는 $(1, 6), (2, 3)$ 이므로 $(a, b$)는
$(4, 24), (8, 12)$ 이다.
따라서 2 개이다.

18. 1 부터 50 까지의 자연수를 다음과 같이 연속하는 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), ⋯ , (48, 49, 50) 일 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 묶음의 수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

묶음의 합은 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, ⋯ , 147 이다.
이 중 12 의 배수는 12, 24, 36, ⋯ , 144 이므로
가운데 수가 4 의 배수가 되면 묶음의 합은 12 의 배수가 된다.
따라서, $49 = 4 \times 12 + 1$ 에서 12 개이다.

19. 다음 중에서 옳은 것을 골라라.

> ㉠ 육십만$= 6 \times 10^5$
>
> ㉡ 50 이하의 소수는 15 개다.
>
> ㉢ 소수는 모두 홀수이다.
>
> ㉣ 약수의 개수는 모두 짝수이다.
>
> ㉤ 51 과 105 는 서로소이다.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

해설

㉠ (육십만) $= 600000 = 6 \times 100000 = 6 \times 10^5$

㉡ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47 의 15 개이다.

㉢ 2 는 짝수인 소수이다.

㉣ 4 의 약수는 1, 2, 4 로 3 개이다.

㉤ 51 과 105 의 최대공약수는 3 이다.

20. 두 자연수 $a,\ b$ 는 곱이 4200 이고 합이 145 이다. $a-b$ 를 각각 구하여라.(단, $a>b$)

▶ 답:

▷ 정답: 65

해설

두 자연수 $a,\ b$ 를 각각 $a=GA, b=GB$ 라 하면,
$ab=G^2AB=4200,\ a+b=G(A+B)=145$ 이므로
$G=5, AB=168, A+B=29$ 이다.
따라서 $A=21, B=8$ 이므로 $a=5\times 21=105, b=5\times 8=40$ 이고, $a-b=65$ 이다.