

1. 다음은 순환소수 $2.3\dot{2}$ 를 분수로 나타내는 과정이다. () 안에 알맞지 않은 것은?

$2.3\dot{2}$ 를 x 라고 하면

$$x = 2.3222\ldots \quad \dots \textcircled{1}$$

$$(\textcircled{7}) = 232.222\ldots \quad \dots \textcircled{2}$$

$$10x = (\textcircled{L}) \quad \dots \textcircled{3}$$

②에서 ③을 뺀끼리 빼면

$$(\textcircled{E})x = (\textcircled{\ominus})$$

$$\therefore x = (\textcircled{\omin�})$$

- ① $100x$ **② 23.22** ③ 90 ④ 209 ⑤ $\frac{209}{90}$

해설

① $100x$

② $23.2222\ldots$

③ 90

④ 209

⑤ $\frac{209}{90}$

2. 다음 중에서 안에 들어갈 알맞은 식이 같은 것끼리 짝지은 것을 모두 골라라. (정답 2 개)

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad 6x^2 \times \square = 24x^3$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad (2x)^2 \times \square = 8x^3$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \quad 16x^9 \div \square = 4x^8$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \quad 2x^9 \div x^7 \div \square = x$$

$$\textcircled{1} \quad \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{2} \quad \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}$$

$$\textcircled{3} \quad \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$$

$$\textcircled{4} \quad \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉣}}$$

$$\textcircled{5} \quad \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}$$

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad \square = 24x^3 \div 6x^2 = 4x$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad \square = 8x^3 \div (2x)^2 = 8x^3 \div 4x^2 = 2x$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \quad \square = 16x^9 \div 4x^8 = \frac{16x^9}{4x^8} = 4x$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \quad 2x^9 \div x^7 \div \square = x \quad \text{이므로} \quad 2x^2 \div \square = x$$

$$\therefore \square = 2x^2 \div x = 2x$$

따라서, 안의 식이 같은 것은 $\textcircled{\text{㉠}}$ 과 $\textcircled{\text{㉢}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$ 과 $\textcircled{\text{㉣}}$ 이다.

3. $(3x - 5)(2x + 3) = Ax^2 + Bx + C$ 에서 상수 A, B, C 의 합 $A + B + C$ 의 값은?

① -12

② -11

③ -10

④ -9

⑤ -8

해설

$$(3x - 5)(2x + 3)$$

$$= 6x^2 + 9x + (-10x) + (-15)$$

$$= 6x^2 - x - 15$$

$$\therefore A + B + C = 6 + (-1) + (-15) = -10$$

4. $x = 2, 4, 6, 8, 10, 12$ 일때, 분수 $\frac{1}{x}$ 이 유한소수가 되지 않는 x 의 개수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$6 = 2 \times 3$, $12 = 2^2 \times 3$ 이므로 2개이다.

5. 교내 수학 퀴즈 대회에서 마지막 남은 5 명의 학생에게 다음과 같은 문제가 주어졌다.

문제) 다음 식을 간단히 하여라.

$$a - \{3b + 6a - (a - 2b - 5) + 7\}$$

각각 다음과 같이 답을 썼을 때, 정답을 바르게 쓴 학생은 누구인지 기호로 써라.

㉠ 은서 : $4a + 5b + 12$

㉡ 준서 : $-4a - 5b - 12$

㉢ 성수 : $3a - b + 3$

㉣ 윤호 : $5a + 5b + 12$

㉤ 대성 : $-4a + 5b - 12$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

해설

$$\begin{aligned} & a - \{3b + 6a - (a - 2b - 5) + 7\} \\ &= a - (3b + 6a - a + 2b + 5 + 7) \\ &= a - (5a + 5b + 12) \\ &= a - 5a - 5b - 12 \\ &= -4a - 5b - 12 \end{aligned}$$

6. $-3(x+3)(x-2) + \frac{1}{2}(x-3)(x+5)$ 의 전개식에서 x 의 계수는?

- ① -3 ② -2 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ 5 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} & -3(x+3)(x-2) + \frac{1}{2}(x-3)(x+5) \\ &= -3(x^2 + x - 6) + \frac{1}{2}(x^2 + 2x - 15) \\ &= -3x^2 - 3x + 18 + \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{15}{2} \\ &= -\frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{21}{2} \end{aligned}$$

따라서 x 의 계수는 -2 이다.

7. $12a^3 - 24a^2b$ 을 어떤 식으로 나눈 값이 $6a^2$ 이라 할 때, 어떤 식은?

① $a - 2b$

② $a - 4b$

③ $2a - 2b$

④ $2a - 4b$

⑤ $2a - 24b$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$6a^2 \times A = 12a^3 - 24a^2b$$

$$A = \frac{12a^3 - 24a^2b}{6a^2} = 2a - 4b$$

8. 순환소수 $0.3\dot{8}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 유한소수가 된다. 곱하는 두 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 99

해설

$0.3\dot{8} = \frac{38 - 3}{90} = \frac{35}{90}$ 에서 $\frac{7}{2 \times 3^2} \times x$ 가 유한소수가 되기 위해서는 x 가 9의 배수이므로 9의 배수 중 가장 큰 두 자리 자연수는 99

9. 다음 등식을 만족하는 a , b 에 대하여 $2a - 3b$ 의 값은? (단, n 은 자연수)

$$2^a \times 4^2 \div 8 = 2^5$$

$$(-1)^{n+2} \times (-1)^{n+3} = b$$

- ① 11 ② -11 ③ -5 ④ 5 ⑤ 8

해설

첫 번째 식

$$\because 2^a \times 2^4 \div 2^3 = 2^{a+4-3} = 2^5 \therefore a = 4$$

두 번째 식

$$\because (-1)^{n+2+n+3} = (-1)^{2n+5} = b \therefore b = -1$$

$$\therefore 2a - 3b = 8 + 3 = 11$$

10. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 자리의 수를 구하면?

① 10 자리

② 12 자리

③ 17 자리

④ 20 자리

⑤ 26 자리

해설

$$3^x = 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 625 \times 5^{3y} = 5^4 \times 5^{3y} = 5^{3y+4}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 4$$

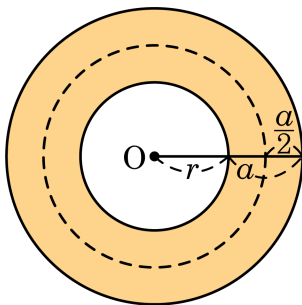
두 식을 연립하면

$$x = 5, y = 6$$

$$\begin{aligned} 64^x \times 625^y &= (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24} \\ &= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24} \end{aligned}$$

따라서 26 자리의 수이다.

11. 다음 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a , b 를 써서 나타내면? (단, b 는 점선의 원주의 길이)



① ab

② $2ab$

③ πab

④ $2\pi ab$

⑤ $\pi a^2 b^2$

해설

$$b = 2\pi \left(r + \frac{a}{2} \right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a)$$

어두운 부분의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \pi(a + r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\ &= \pi a(a + 2r) \\ &= a \{ \pi(a + 2r) \} \\ &= ab \end{aligned}$$

12. 다음 식의 값을 곱셈공식을 활용하여 구하려고 한다. () 에 알맞은 수는?

$$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})+2^{63} = 2^{(\quad)}$$

① 126

② 127

③ 128

④ 129

⑤ 130

해설

$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$ 에 $\frac{1}{2} \times (4-2)$ 를 곱한다.

$(\frac{1}{2} \times (4-2) = 1$ 이므로 식의 값은 변하지 않는다.)

$$\frac{1}{2}(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^8-2^8)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^{16}-2^{16})(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^{32}-2^{32})(4^{32}+2^{32}) = \frac{1}{2}(4^{64}-2^{64})$$

$$= \frac{1}{2}(2^{128}-2^{64})$$

$$= 2^{127}-2^{63}$$

따라서 주어진 식은 $(2^{127}-2^{63})+2^{63}=2^{(\quad)}$ 이므로

$$\therefore 2^{(\quad)}=2^{127} \quad \therefore (\quad)=127$$

13. 100 이하의 자연수 x 에 대하여 $\frac{x}{90}$ 은 유한소수이고, $\frac{x}{90} - \left[\frac{x}{90}\right] \neq 0$ 이다. 이것을 만족하는 x 의 개수를 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

$\frac{x}{90} - \left[\frac{x}{90}\right] = 0$ 가 되는 x 의 값은 90 이므로

$\frac{x}{90}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되려면 x 는 90 이 아닌 9 의 배수이어야 한다.

따라서 x 는 90 을 제외한 100 이하의 9 의 배수, 따라서 10 개 이다.

14. $\frac{x}{120}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 나타내면 $\frac{1}{y}$ 이다.

x 가 $10 < x < 60$ 인 자연수일 때, $x - y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 19

▷ 정답 : 26

해설

$\frac{x}{120} = \frac{x}{2^3 \times 3 \times 5}$ 를 유한소수로 나타내기 위해서는 분모의 소인수인 3 이 약분되어야 하므로 x 는 3 의 배수이다.

한편 $\frac{x}{120}$ 를 약분하여 기약분수로 나타내면 $\frac{1}{y}$ 이므로 x 는 120 의 약수이다.

따라서 x 는 $10 < x < 60$ 인 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 의 약수이면서 3 의 배수이므로 $x = 12, 15, 24, 30$

$x = 12$ 일 때, $y = 10$

$x = 15$ 일 때, $y = 8$

$x = 24$ 일 때, $y = 5$

$x = 30$ 일 때, $y = 4$

$x - y = 2, 7, 19, 26$

15. $f(x) = 2^x$ 을 나타낸다고 할 때, 다음을 만족하는 x, y, z 의 합을 구하여라.

- $f(4) = x$
- $f(y) = \frac{1}{8}$
- $f(2) + f(z) \times f(-3) = 6$

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$f(4) = 2^4 = 16 \quad \therefore x = 16$$

$$f(y) = 2^y = \frac{1}{8} \quad \therefore y = -3$$

$$f(2) + f(z) \times f(-3) = 6$$

$$2^2 + 2^z \times 2^{-3} = 6$$

$$4 + 2^z \times \frac{1}{8} = 6$$

$$2^z \times \frac{1}{8} = 2, \quad 2^z = 16 \quad \therefore z = 4$$

$$\therefore x + y + z = 16 - 3 + 4 = 17$$