

1. 다음에서 순환소수를 나타내는 방법이 옳은 것은?

① $0.333\cdots = 0.\dot{3}\dot{3}$

② $1.030303\cdots = 1.\dot{0}\dot{3}$

③ $0.0060606\cdots = 0.0\dot{0}6\dot{0}$

④ $2.020202\cdots = \dot{2}.0$

⑤ $2.3117117\cdots = 2.31\dot{1}\dot{7}$

해설

① $0.333\cdots = 0.\dot{3}$

③ $0.0060606\cdots = 0.0\dot{0}\dot{6}$

④ $2.020202\cdots = 2.\dot{0}\dot{2}$

⑤ $2.3117117\cdots = 2.31\dot{1}\dot{7}$

2. 다음 중 가장 큰 수는?

① 0.72

② $0.7\dot{2}$

③ $0.\dot{7}$

④ 0.7

⑤ $0.\dot{7}\dot{2}$

해설

① 0.72

② $0.7\dot{2} = 0.7222\cdots$

③ $0.\dot{7} = 0.777\cdots$

④ 0.7

⑤ $0.\dot{7}\dot{2} = 0.727272\cdots$

따라서 가장 큰 수는 $0.\dot{7}$ 이다.

3. 순환소수 $0.4\dot{6}$ 에 a 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 3

② 5

③ 15

④ 40

⑤ 99

해설

$$0.4\dot{6} = \frac{46 - 4}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

따라서 A 는 15의 배수이어야 하므로 A 의 값이 될 수 있는 것은 15이다.

4. 높이가 $9a\text{ cm}$ 인 원뿔의 부피가 $27\pi a^3\text{ cm}^3$ 일 때, 밑면의 반지름의 길이는?

① $a\text{ cm}$ ② $2a\text{ cm}$ ③ $3a\text{ cm}$ ④ $4a\text{ cm}$ ⑤ $5a\text{ cm}$

해설

(원뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times (\text{밑면의 넓이}) \times (\text{높이})$ 이므로 밑면의 반지름의 길이를 $r\text{ cm}$, 밑면의 넓이를 $x\text{ cm}^2$ 라고 하면 $x = \pi r^2$

$$27\pi a^3 = \frac{1}{3} \times x \times 9a$$

$$x = 27\pi a^3 \times \frac{1}{3a} = 9a^2\pi$$

$$9a^2\pi = \pi r^2$$

$$\therefore r = 3a$$

5. $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)$ 을 간단히 하면?

① $x^2 - 1$

② $x^4 - 1$

③ $x^8 - 1$

④ $x^{16} - 1$

⑤ $x^{32} - 1$

해설

$$\begin{aligned}(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1) &= (x^4-1)(x^4+1) \\ &= x^8-1\end{aligned}$$

6. $(3x-2)^2 - (2x+2)(2x+5)$ 를 전개하면?

① $5x^2 - 26x - 6$

② $5x^2 - 25x - 12$

③ $12x^2 - 25x + 10$

④ $12x^2 - 20x + 20$

⑤ $12x^2 - 6x - 20$

해설

$$\begin{aligned} & (3x)^2 - 2 \times 6x + (-2)^2 - (4x^2 + 10x + 4x + 10) \\ &= 9x^2 - 12x + 4 - 4x^2 - 14x - 10 \\ &= 5x^2 - 26x - 6 \text{ 이므로 답은 ①번이다.} \end{aligned}$$

7. $(a^2b^4)^3 \times (a^3b^2) \div (ab^3)^2$ 을 간단히 하면?

① a^6b^{10}

② a^7b^8

③ $a^{10}b^{16}$

④ $a^{11}b^5$

⑤ $a^{15}b^8$

해설

$$a^6b^{12} \times a^3b^2 \div a^2b^6 = a^7b^8$$

8. 집합 $A = \{(x, y) \mid 3x + y = 19, x, y \text{는 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A)$ 를 구하면?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

자연수 x, y 에 대하여 $3x + y = 19$ 를 만족하는 순서쌍은
 $(1, 16), (2, 13), (3, 10), (4, 7), (5, 4), (6, 1)$

9. 연립방정식 $x - 3y + 7 = 4x - 2y = 6$ 을 풀면?

① $x = 1, y = 2$ ② $x = -1, y = 2$ ③ $x = 2, y = -1$

④ $x = 2, y = 1$ ⑤ 해가 없다.

해설

$$\begin{cases} x - 3y + 7 = 6 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3y = -1 & \dots \textcircled{1} \\ 2x - y = 3 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

① - ② $\times 3$ 하면, $x = 2, y = 1$

10. 아버지와 아들의 나이의 합은 60 세이고, 차는 30 세이다. 아들의 나이는?

- ① 12 세 ② 13 세 ③ 14 세 ④ 15 세 ⑤ 16 세

해설

아버지의 나이를 x 세, 아들의 나이를 y 세라 하면

$$\begin{cases} x + y = 60 \\ x - y = 30 \end{cases}$$

두 식을 변끼리 더하면 $2x = 90$

$$\therefore x = 45, y = 15$$

11. $\frac{24}{63 \times 5} \times 3 \times a$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. a 가 $20 \leq a \leq 30$ 의 자연수일 때, 이를 만족시키는 모든 a 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

$\frac{24}{63 \times 5} \times 3 \times a = \frac{2^3 \times 3}{3^2 \times 7 \times 5} \times 3 \times a$ 이므로 유한소수가 되기 위해서는 a 는 7의 배수가 되어야 한다.
20 과 30 사이에 7 의 배수는 21, 28이므로 모든 a 값의 합은 $21 + 28 = 49$ 이다.

12. 분수 $\frac{27}{110}$ 의 순환마디를 x , $\frac{14}{3}$ 의 순환마디를 y 라 할 때 $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$$\frac{27}{110} = 0.24\dot{5}$$

$$x = 45$$

$$\frac{14}{3} = 4.\dot{6}$$

$$y = 6$$

$$x - y = 39$$

13. $0.\dot{3}\dot{4} = a \times 0.\dot{0}\dot{1}$, $0.2\dot{9}\dot{1} = b \times 0.0\dot{0}\dot{1}$, $0.63\dot{1} = c \times 0.00\dot{1}$ 일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 313

해설

$$\begin{aligned} 0.\dot{3}\dot{4} &= a \times 0.\dot{0}\dot{1} & \frac{34}{99} &= a \times \frac{1}{99} \\ 0.2\dot{9}\dot{1} &= b \times 0.0\dot{0}\dot{1} & \frac{289}{990} &= b \times \frac{1}{990} \\ 0.63\dot{1} &= c \times 0.00\dot{1} & \frac{568}{900} &= c \times \frac{1}{900} \\ a &= 34, \quad b = 289, \quad c = 568 \\ a - b + c &= 313 \end{aligned}$$

14. $8^{x+4} = 8^x \times 4^y = 64^3$ 을 만족하는 자연수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$8^{x+4} = 64^3 = (8^2)^3 = 8^6$$

$$\therefore x = 2$$

$$8^2 \times 4^y = 64^3$$

$$4^y = 64^2 = (4^3)^2 = 4^6$$

$$\therefore y = 6$$

15. 어떤 다항식 A 에서 $-2x+3y-1$ 을 더하였더니 $5x-2y+3$ 이 되었다. 다항식 A 는?

- ① $5x-2y+4$ ② $5x+3y-1$ ③ $5x-5y+4$
④ $7x+3y+5$ ⑤ $7x-5y+4$

해설

$A + (-2x + 3y - 1) = 5x - 2y + 3$ 이므로

$$\begin{aligned} A &= (5x - 2y + 3) - (-2x + 3y - 1) \\ &= 5x - 2y + 3 + 2x - 3y + 1 \\ &= 7x - 5y + 4 \end{aligned}$$

16. 식 $(-2x^2 - x + 3) - (x^2 + 3x - 4)$ 를 간단히 하였을 때, x 의 계수와 상수항의 합은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & -2x^2 - x + 3 - x^2 - 3x + 4 \\ & = -3x^2 - 4x + 7 \end{aligned}$$

x 의 계수는 -4 , 상수항은 7

$$\therefore (-4) + 7 = 3$$

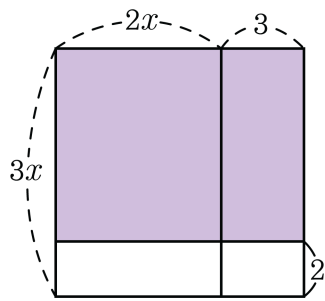
17. $7x - \frac{9}{4} \left[5x - \frac{2}{3} \left\{ 2y - \frac{1}{3} (x - 3y) \right\} \right]$ 를 간단히 했을 때, x 의 계수와 y 의 계수의 합은?

- ① $-\frac{11}{12}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & 7x - \frac{9}{4} \left[5x - \frac{2}{3} \left\{ 2y - \frac{1}{3} (x - 3y) \right\} \right] \\ &= 7x - \frac{9}{4} \left\{ 5x - \frac{2}{3} \left(2y - \frac{1}{3}x + y \right) \right\} \\ &= 7x - \frac{9}{4} \left(5x - \frac{4}{3}y + \frac{2}{9}x - \frac{2}{3}y \right) \\ &= 7x - \frac{45}{4}x + 3y - \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}y \\ &= -\frac{19}{4}x + \frac{9}{2}y \\ \therefore -\frac{19}{4} + \frac{9}{2} &= -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

18. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $6x^2 + 5x - 6$ ② $4x^2 + 12x + 9$ ③ $9x^2 - 12x + 4$
④ $6x^2 - 5x + 6$ ⑤ $4x^2 - 5x + 6$

해설

색칠한 부분의 가로의 길이는 $2x+3$, 세로의 길이는 $3x-2$ 이다.
색칠한 부분의 넓이는
 $(2x+3)(3x-2) = 6x^2 + 5x - 6$ 이다.

19. x, y 에 관한 일차방정식 $3x - ay - 5 = 0$ 의 한 해가 $(5, 2)$ 이다.
 $y = -1$ 일 때, x 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$(5, 2)$ 를 $3x - ay - 5 = 0$ 에 대입하면

$15 - 2a - 5 = 0 \quad \therefore a = 5$

$3x - 5y - 5 = 0$ 에 $y = -1$ 을 대입하면

$3x + 5 - 5 = 0$

$\therefore x = 0$

20. 연립방정식 $\begin{cases} 6x + ay = 2 \\ ax - by = 1 \end{cases}$ 의 해가 $x = 2, y = -2$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{9}{2}$

해설

$6x + ay = 2$ 에 $x = 2, y = -2$ 를 대입하면 $a = 5$ 가 나온다.

$ax - by = 1$ 에 $a = 5, x = 2, y = -2$ 를 대입하면 $b = -\frac{9}{2}$ 가

나온다. 따라서 $a + b = 5 - \frac{9}{2} = \frac{1}{2}$ 이 된다.

21. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$ 의 해가 (m, n) 일 때, $m - n$ 의 값은?

- ① -1 ② 1 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{cases} 2x - y = 4 & \cdots \textcircled{1} \\ 3x - 2y = 5 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{에서 } \textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} \text{을 하면}$$

$$x = 3, y = 2 \text{ 이므로 } (m, n) = (3, 2)$$

$$\therefore m - n = 3 - 2 = 1$$

22. 연립방정식 $\begin{cases} x = -2y + 5 & \cdots \textcircled{A} \\ 2x - 5y = 1 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$ 을 풀기 위해 $\textcircled{A}$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하여

$ay = b$ 의 꼴로 만들었다. 이때 $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x = -2y + 5$ 를 $2x - 5y = 1$ 에 대입하면

$$2(-2y + 5) - 5y = 1$$

$$-9y = -9$$

$$\therefore a = -9, b = -9$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 1$$

23. 일차방정식 $6x - 6y = 1$ 의 해가 $(x + 1) : (x - y) = 6 : 4$ 를 만족할 때, xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{16}$

해설

주어진 비례식을 정리하면 $6(x - y) = 4(x + 1)$ 이므로 $2x - 6y = 4$ 이다. 따라서 연립방정식

$$\begin{cases} 6x - 6y = 1 & \cdots \textcircled{A} \\ 2x - 6y = 4 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

에서 y 를 소거하기 위해 $\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 하면 $x = -\frac{3}{4}$ 이고, $x = -\frac{3}{4}$ 를

대입하면 $y = -\frac{11}{12}$ 이다.

따라서 $xy = \frac{11}{16}$ 이다.

24. 두 개의 미지수 x, y 를 갖는 연립방정식 $\begin{cases} 5x - y = 6 \\ -15x + 3y = k \end{cases}$ 에 대하여

다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① $k = -6$ 일 때, 무수히 많은 해를 가진다.
- ② $k = -6$ 일 때, 해는 없다.
- ③ $k = -18$ 일 때, 무수히 많은 해를 가진다.
- ④ $k = -18$ 일 때, 해는 없다.
- ⑤ k 의 값에 관계없이 $x = 0, y = 0$ 을 해로 갖는다.

해설

$k = -18$ 이면 두 식은 일치하므로 해가 무수히 많다.

25. 가로 길이가 세로 길이보다 2cm 더 짧은 직사각형의 둘레 길이가 52cm 이다. 이 때, 직사각형의 가로 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12cm

해설

가로 : x
세로 : $x + 2$
 $2(x + x + 2) = 52$
 $4x + 4 = 52$
 $4x = 48$
 $x = 12$

26. 수인이가 평지를 거쳐 산을 오르다가 다시 같은 길로 산을 내려와 출발점으로 되돌아 왔다. 평지에서의 속력은 시속 6km 이고, 올라갈 때는 시속 4km, 내려갈 때는 시속 12km 였다고 한다. 이때, 왕복하는데 걸린 시간이 5 시간이었다면 왕복거리를 구하여라.

▶ 답: km

▶ 정답 : 30km

해설

산에 오를 때 평지의 거리를 x km, 오르막 또는 내리막길의 거리를 y km 라 하면

$$\frac{x}{6} + \frac{y}{4} + \frac{y}{12} + \frac{x}{6} = 5$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 5$$

$x + y = 15$ 이므로 왕복거리는 30km

27. 둘레의 길이가 3000m 인 호수 주위를 형과 동생이 같은 지점에서 동시에 출발하여 같은 방향으로 뛰면 30 분 후에 다시 만나고, 반대 방향으로 뛰면 10 분 후에 다시 만난다고 한다. 형이 1 분 동안에 간 거리는? (단, 형이 동생보다 더 빠르게 뛰다고 한다.)

① 100m ② 150m ③ 200m ④ 250m ⑤ 300m

해설

형이 1 분 동안에 가는 거리를 x m , 동생이 1 분 동안에 가는 거리를 y m라 하면

같은 방향을 뛰면 (두 사람이 뛴 거리의 차)=(호수 둘레의 길이),
반대 방향으로 뛰면 (두 사람이 뛴 거리의 합)=(호수 둘레의 길이)이므로

$$\begin{cases} 30x - 30y = 3000 \\ 10x + 10y = 3000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 100 \\ x + y = 300 \end{cases}$$

$$\therefore x = 200(\text{m}) , y = 100(\text{m})$$

28. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = 0.1$$

- ① 0.5 ② 0.6 ③ 0.7 ④ 0.8 ⑤ 0.9

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}} \\ &= \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} \\ &= \frac{1}{\frac{x-1}{x-1} - \frac{x}{x-1}} \\ &= \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} = -x + 1 \\ -x + 1 &= 0.1 \\ \therefore x &= 1 - 0.1 \\ &= 1 - \frac{1}{10} \\ &= \frac{9}{10} \\ &= 0.9 \end{aligned}$$

29. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcde} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{13665}{99900}$$

- ① 15
- ② 16
- ③ 18
- ④ 21
- ⑤ 25

해설

$$0.\overline{abcde} = \frac{13665}{99900}$$
 이므로 $ab = 13$ 이다.

$$\text{따라서 } 13665 = abcde - 13$$

$$abcde = 13665 + 13$$

$$\therefore abcde = 13678$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 25$$

30. x 에 대한 일차방정식 $14x + 1 = a$ 의 해를 소수로 나타내면 1보다 작은 유한소수가 된다고 한다. 이때, 자연수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$14x + 1 = a, \quad x = \frac{a-1}{14} = \frac{a-1}{2 \times 7}$$

유한소수가 되려면 $a-1$ 은 14보다 작은 7의 배수

$$\therefore a = 8$$

31. 등식 $(-x^ay^2) \times 2xy^b \div (-2xy^3)^2 = cx^6y^4$ 일 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -28

해설

$$\begin{aligned} & (-x^ay^2) \times 2xy^b \div (-2xy^3)^2 \\ &= \frac{-2x^ay^2xy^b}{4x^2y^6} \\ &= -\frac{1}{2}x^{a+1-2}y^{2+b-6} \\ &= -\frac{1}{2}x^{a-1}y^{b-4} \\ &= cx^6y^4 \\ \\ &a-1=6, \quad b-4=4, \quad c=-\frac{1}{2} \\ \\ &a=7, \quad b=8, \quad c=-\frac{1}{2} \\ \\ &abc=7 \times 8 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -28 \end{aligned}$$

32. $\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^py^q = \frac{16y}{9x^2}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^py^q = \frac{16y}{9x^2}$$

$$\frac{16}{9}x^2y^6 \times 4xy \times \frac{1}{4x^py^q} = \frac{16y}{9x^2}$$

$$\frac{16}{9}x^{3-p}y^{7-q} = \frac{16y}{9x^2}$$

$$3-p = -2 \quad \therefore p = 5$$

$$7-q = 1 \quad \therefore q = 6$$

$$\therefore p+q = 11$$

33. 어떤 수 a 에 $-\frac{3}{4}$ 을 곱해야 할 것을 잘못해서 나누었더니 $\frac{1}{3}$ 이 되었다.

이때, 바르게 계산된 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$$a \div \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{3} \therefore a = \frac{1}{3} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{4}$$

$$\text{바르게 계산된 값은 } -\frac{1}{4} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{16}$$

$$\therefore \frac{3}{16}$$

34. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$ 일 때, $\frac{5a-3ab+5b}{a+b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore 3ab = 4(a+b)$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{5(a+b) - 3ab}{a+b} \\&= \frac{5(a+b) - 4(a+b)}{a+b} \\&= \frac{a+b}{a+b} \\&= 1\end{aligned}$$

35. 다음 보기에서 일차방정식 $2x - 3y = 6$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 어떤 x 의 값에 대해서도 y 의 값을 구할 수 있다.
- ㉡ 주어진 일차방정식을 만족하는 순서쌍 (x, y) 는 무수히 많다.
- ㉢ 주어진 일차방정식의 해를 좌표평면 위에 나타내면 한 직선위의 점들이 된다.
- ㉤ 일차방정식 $2x - 3y = 6$ 을 직선의 방정식이라고 한다.
- ㉥ 직선 위에 있는 점의 좌표인 순서쌍 (x, y) 중에는 주어진 일차방정식의 해가 아닌 것도 있다.
- ㉦ 그래프를 그리면 직선 그래프가 그려진다.

① ㉠, ㉡, ㉤

② ㉠, ㉢, ㉥

③ ㉡, ㉢, ㉥, ㉦

④ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥, ㉦

해설

㉥ 직선 위의 모든 점들의 순서쌍 (x, y) 는 일차방정식의 해이다.

36. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 2 \\ 0.1x + 0.3y = 1.5 \end{cases}$ 의 해를 $x = a$, $y = b$ 라 할 때,
 $2a - b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 2 \\ 0.1x + 0.3y = 1.5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 24 & \cdots \textcircled{1} \\ x + 3y = 15 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 를 하면 $3x = 9$, $x = 3$

$x = 3$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $3 + 3y = 15$, $y = 4$

$\therefore a = 3$, $b = 4$

$\therefore 2a - b = 2$

37. 50 명의 학생이 수학시험을 보았다. 1 번 문제는 2 점, 2 번 문제는 3 점, 3 번 문제는 5 점으로 채점을 하였더니 평균이 2.6 점이었고, 1 번 문제의 배점은 그대로 하고, 2 번 문제를 5 점, 3 번 문제를 3 점으로 배점을 바꾸어 채점을 하였더니 평균이 3 점이였다. 1 번 문제를 맞힌 학생의 수가 3 번 문제를 맞힌 학생의 수의 6 배와 같을 때, 3 번 문제를 맞힌 학생 수를 구하면? (단, 각 학생은 한 문제씩만 맞힌 것으로 한다.)

- ① 5 명 ② 10 명 ③ 15 명 ④ 20 명 ⑤ 25 명

해설

1 번, 2 번, 3 번 문제를 맞힌 학생 수를 각각 x , y , z 라 하면

$$\begin{cases} 2x + 3y + 5z = 2.6 \times 50 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 2x + 5y + 3z = 3 \times 50 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ x = 6z & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

①, ② 에 ③ 을 대입하면

$$\begin{cases} 3y + 17z = 130 & \cdots \cdots \textcircled{㉣} \\ y + 3z = 30 & \cdots \cdots \textcircled{㉤} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉣} - \textcircled{㉤} \times 3 \text{ 하면 } 8z = 40$$

$$z = 5$$

3 번 문제를 맞힌 학생은 5 명이다.

38. 홍콩의 어느 도시의 2 년 전 내국인과 외국인을 합한 총 인구는 20,000 명이었다. 그런데 그 후로 매년 내국인은 10% 씩 증가하고, 외국인은 매년 5% 씩 감소 하여 금년에 내국인이 외국인보다 5,700 명이 많았다. 이 때, 2 년 전의 내국인의 인구는 몇 명인가?(필요하면 $1.1^2 = 1.21$, $0.95^2 = 0.9025$ 를 이용하고, 인구수는 백의 자리에서 버림하여 나타내어라.)

- ① 8000 명 ② 9000 명 ③ 10000 명
- ④ 11000 명 ⑤ 12000 명

해설

내국인의 수를 x 명, 외국인의 수를 y 명
 $x + y = 20000$, $1.1^2x - 0.95^2y = 5700$
두 방정식을 연립하여 풀면 $x = 11242. \dots$ 이므로
백의 자리에서 버림하여 나타내면
 $x = 11000$ (명) 이다.

39. 농도가 서로 다른 두 종류의 소금물 A, B 가 있다. A 를 100g, B 를 200g 섞으면 농도가 9% 인 소금물이 되고 A 를 200g, B 를 100g 섞으면 농도가 5% 인 소금물이 된다. 이 두 소금물 A, B 의 농도를 구하여라.

▶ 답 : %

▶ 답: %

▷ 정답 : $A = 1\%$

▷ 정답 : B = 13%

해설

A : $x\%$, B : $y\%$

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 100 + \frac{y}{100} \times 200 = \frac{9}{100} \times 300 \cdots \textcircled{1} \\ \frac{x}{100} \times 200 + \frac{y}{100} \times 100 = \frac{5}{100} \times 300 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\left(\frac{1}{100} \times 200 + \frac{1}{100} \times 100 - \frac{1}{100} \times 300 \right) \dots (2)$$

$$\begin{cases} x + 2y = 27 \dots \textcircled{3} \\ 2x + 3y = 15 \dots \textcircled{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 15 \cdots ④ \end{cases}$$

④ $\times 2 -$ ③을 하면 $3x = 3$

$$\therefore x = 1, y = 13$$

40. 다음 표는 빵과 버터에 들어있는 단백질과 지방의 백분율(%)이다.
단백질 82g, 지방 90g을 섭취하려면 빵과 버터를 각각 몇 g 씩 먹으면 되는지 차례대로 구하여라.

	단백질(%)	지방(%)
빵	8	1
버터	2	80

▶ 답: g

▶ 加 100

▶ 정답 : $1000\underline{\text{g}}$

▶ 정답 : 100g

해설

구하는 빵의 양을 x g, 버터의 양을 y g 이라 하면

$$\frac{8}{100}x + \frac{2}{100}y = 82$$

$$\frac{1}{100}x + \frac{80}{100}y = 90$$

두 방정식을 연립하면 $x = 1000$, $y = 100$ 이다.

41. $81^4 \div 27^n = 9^2$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$(3^4)^4 \div 3^{3n} = 3^4$ 이므로 $16 - 3n = 4$
 $\therefore n = 4$ 이다.

42. n 이 자연수일 때, $(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \cdots + (-1)^{2n-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$(\text{준식}) = (-1+1) + (-1+1) + (-1+1) + \cdots + (-1+1) - 1 = -1$$

43. $\left(\frac{16^4 + 4^{11}}{8^4 + 4^9}\right)^2$ 의 값을 2 의 거듭제곱으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2^8

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{16^4 + 4^{11}}{8^4 + 4^9}\right)^2 &= \left(\frac{(2^4)^4 + (2^2)^{11}}{(2^3)^4 + (2^2)^9}\right)^2 \\&= \left(\frac{2^{16} + 2^{22}}{2^{12} + 2^{18}}\right)^2 \\&= \left(\frac{2^{16}(1 + 2^6)}{2^{12}(1 + 2^6)}\right)^2 \\&= \left(\frac{2^{16}}{2^{12}}\right)^2 \\&= (2^4)^2 = 2^8\end{aligned}$$

44. $(a, b, c, d) = ac - bd$ 로 정의할 때, 다음 식을 간단히 하여라. 이 때, x^2 의 계수를 A , y^2 의 계수를 B 라 할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

$$(x, y, 2x, y - 1) + (2x, 2y - x, -x, y) - (3x, y, y, 2 + y)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

기호의 정의에 따라

$$\begin{aligned} & (x, y, 2x, y - 1) + (2x, 2y - x, -x, y) - (3x, y, y, 2 + y) \\ &= 2x^2 - y(y - 1) + (-2x^2) - y(2y - x) - \{3xy - y(2 + y)\} \\ &= 2x^2 - y^2 + y - 2x^2 - 2y^2 + xy - 3xy + 2y + y^2 \\ &= -2y^2 + 3y - 2 \end{aligned}$$

따라서 x^2 의 계수는 0 이므로 $A = 0$, y^2 의 계수는 -2 이므로 $B = -2$ 이다.

$$\therefore A + B = -2$$

45. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x(x+1) + \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} + 1 \right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면 $x - 3 + \frac{1}{x} = 0$ 이다.

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

주어진 식을 정리하면

$$x(x+1) + \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} + 1 \right) = x^2 + x + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = x^2 + \frac{1}{x^2} + \left(x + \frac{1}{x} \right)$$

이므로

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 9,$$

$$\therefore x(x+1) + \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} + 1 \right) = \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + \left(x + \frac{1}{x} \right) = 9 + 3 = 12$$

46. $x + \frac{1}{y} = y + \frac{1}{z} = 1$ 일 때, $xyz^2 + yz$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x + \frac{1}{y} = y + \frac{1}{z} = 1 \text{ 에서}$$

$$y + \frac{1}{z} = 1, \frac{yz + 1}{z} = 1, yz + 1 = z$$

$$\text{따라서 } yz = z - 1$$

$$\text{마찬가지 방법으로 } xy = y - 1$$

따라서 주어진 식에 $xy = y - 1$, $yz = z - 1$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} xyz^2 + yz &= (y - 1)z^2 + yz \\ &= yz^2 - z^2 + yz \\ &= yz(z + 1) - z^2 \\ &= (z - 1)(z + 1) - z^2 \\ &= z^2 - 1 - z^2 \\ &= -1 \end{aligned}$$

47. $3^{20} = k$ 라 할 때, $1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{19}$ 을 k 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{k-1}{2}$

해설

$1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{19} = S \cdots \textcircled{A}$ 라 하고 양변에 3 을 곱하면

$3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \cdots + 3^{20} = 3S \cdots \textcircled{B}$

$\textcircled{B} - \textcircled{A}$ 을 하면 $-1 + 3^{20} = 2S$

$$\therefore S = \frac{3^{20} - 1}{2}$$

$$\therefore 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{19} = \frac{k-1}{2}$$

48. 다음 조건을 만족하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

- (1) a, b 는 38 보다 작은 두 자리 자연수이고 $a > b$ 이다.
(2) c 는 한 자리 자연수이다.
(3) 두 자리 자연수 n 에 대하여 두 숫자를 서로 바꾼 수를 $f(n)$ 이라고 할 때,
 $|a - f(a)| + c = |b - f(b)| - c = 63$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

a, b 는 두 자리 자연수이므로 $a = 10p + q, b = 10s + t$ 라 하면
(3) 에서
 $|(10p + q) - (10q + p)| + c = 63,$
 $9|p - q| + c = 63,$
 $\therefore c = 9(7 - |p - q|)$
따라서 c 는 9 의 배수이고 $1 \leq c \leq 9$ 이므로 $c = 9$ 이다.
이때, $7 - |p - q| = 1$ 이므로 $|p - q| = 6$
 $\therefore (p, q) = (1, 7)(2, 8)(3, 9)(7, 1)(8, 2)(9, 3)$
그런데 a 가 38 보다 작으므로 $a = 17$ 또는 28
(3) 에서
 $|(10s + t) - (10t + s)| - 9 = 63$
 $9|s - t| = 72, |s - t| = 8$
 $\therefore (s, t) = (1, 9)(9, 1)$ 이때, b 는 38 보다 작으므로 $b = 19$
그런데 $a > b$ 이므로 $a = 28, b = 19, c = 9$
 $a - b + c = 28 - 19 + 9 = 18$ 이다.

49. 두 숙련공 A, B가 같은 일을 완료하는 데 걸리는 시간의 비는 2 : 5 이다. A가 14 일 동안 혼자 작업한 후, B와 함께 6 일을 더 작업하면 일을 마칠 수 있다고 할 때, 같은 일을 B 혼자서 완료할 수 있는 시간을 구하여라.

▶ 답 : 일

▷ 정답 : 56 일

해설

숙련공 A, B가 혼자 작업할 때, 일을 완료하는 시간을 각각 x 일, y 일이라 하자.

$x : y = 2 : 5, 2y = 5x \cdots \textcircled{㉠}$

일을 완성하는 것을 1이라 보면 A, B가 하루에 작업한 양은 $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}$ 이다.

A가 14 일 동안 혼자 작업한 후, B와 함께 6 일을 더 작업하면 일을 마칠 수 있으므로

$14 \times \frac{1}{x} + 6 \times \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1, \frac{20}{x} + \frac{6}{y} = 1 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하면 $x = \frac{112}{5} = 22.4, y = 56$

따라서 같은 일을 B 혼자서 완료할 수 있는 시간은 56 일

50. 배를 타고 4km 길이의 강을 강물이 흐르는 방향으로 가는데 10 분, 반대 방향으로 거슬러 올라가는 데 20 분이 걸렸다. 이 때, 강물이 흐르는 속력은?

① 9km/h

② 0.1km/h

③ 6km/h

④ 0.5km/h

⑤ 18km/h

해설

배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 하면

$$\begin{cases} \frac{1}{6}x + \frac{1}{6}y = 4 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}y = 4 \end{cases}$$

$$\therefore x = 18, y = 6$$