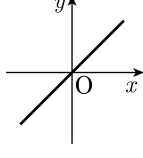
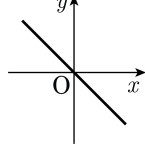


1. $(3 + 2i)z$ 가 실수가 되도록 하는 복소수 $z = x + yi$ 를 점 (x, y) 로 나타낼 때, 점 (x, y) 는 어떤 도형 위를 움직이는가? (단, x, y 는 실수)

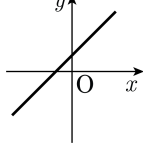
①



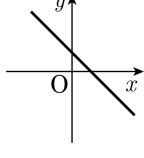
②



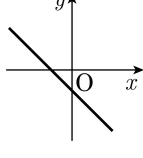
③



④



⑤



해설

$$\begin{aligned}(3 + 2i)(x + yi) &= 3x + 3yi + 2xi - 2y \\ &= (3x - 2y) + (2x + 3y)i\end{aligned}$$

주어진 식이 실수가 되려면 허수부가 0이어야 하므로 $2x + 3y = 0$

$$\therefore y = -\frac{2}{3}x$$

따라서 기울기가 음수이고 y절편이 0인 그래프는 ②이다.

2. $a^2(1+i)+a(2+i)-8-6i$ 가 순허수가 되도록 실수 a 의 값을 구하면?

① -10

② -8

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & a^2(1+i)+a(2+i)-8-6i \\ &= (a^2+2a-8)+i(a^2+a-6) \\ &= (a+4)(a-2)+i(a+3)(a-2) \end{aligned}$$

만약에 $a=2$ 가 되면 실수가 된다.

$$a \neq 2, \therefore a = -4$$

4. 두 실수 a, b 에 대하여 복소수 $z = a + bi$ 와 켤레복소수 $\bar{z} = a - bi$ 의 곱 $z \cdot \bar{z} = 9$ 일 때, $\frac{1}{2} \left(z + \frac{9}{z} \right)$ 를 간단히 하면?

① b ② $2b$ ③ 0 ④ $5a$ ⑤ a

해설

$$z \cdot \bar{z} = 9 \text{ 이므로 } \bar{z} = \frac{9}{z}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \left(z + \frac{9}{z} \right) = \frac{1}{2} (z + \bar{z})$$

$$z + \bar{z} = a + bi + a - bi = 2a \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2} (z + \bar{z}) = \frac{1}{2} \times 2a = a$$

5. $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{8n} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{8n}$ 의 값은? (단, n 은 자연수)

① -2

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left\{ \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}} \right)^2 \right\}^{4n} + \left\{ \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \right)^2 \right\}^{4n} \\&= \left(\frac{1+2i+i^2}{2} \right)^{4n} + \left(\frac{1-2i+i^2}{2} \right)^{4n} \\&= i^{4n} + (-i)^{4n} = 2 \cdot i^{4n} \\&= 2 \cdot (i^4)^n = 2 \cdot 1^n = 2\end{aligned}$$

6. $x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}, y = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ -2

④ 3

⑤ -4

해설

$$x + y = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} + \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} = 1$$

$$xy = \left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}\right)\left(\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}\right) = \frac{1 - (-3)}{4} = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} &= \frac{x^3 + y^3}{xy} \\ &= \frac{(x + y)^3 - 3xy(x + y)}{xy} \\ &= -2\end{aligned}$$

7. 등식 $x(3+4i) + y\overline{(1+i)} = 5+2i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & x(3+4i) + y\overline{(1+i)} \\ &= 3x + 4xi + y - yi \\ &= (3x+y) + (4x-y)i \\ &= 5+2i \\ \therefore & 3x+y=5, \quad 4x-y=2 \\ & x=1, \quad y=2 \\ \therefore & x+y=3 \end{aligned}$$

8. $z = \frac{-2}{1 + \sqrt{3}i}$ 일 때, $z^4 - \bar{z}$ 의 값을 구하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $\sqrt{3}i$

② $-\sqrt{3}i$

③ $2\sqrt{3}i$

④ $-2\sqrt{3}i$

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} z &= \frac{-2}{1 + \sqrt{3}i} \\ &= \frac{-2(1 - \sqrt{3}i)}{(1 + \sqrt{3}i)(1 - \sqrt{3}i)} \\ &= \frac{-2(1 - \sqrt{3}i)}{1 - (\sqrt{3}i)^2} \\ &= \frac{-2(1 - \sqrt{3}i)}{1 + 3} \\ &= \frac{-2(1 - \sqrt{3}i)}{4} \\ &= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore 2z + 1 = \sqrt{3}i \dots \textcircled{1}$$

①의 양변을 제곱하여 정리하면

$$4z^2 + 4z + 1 = -3 \Leftrightarrow z^2 + z + 1 = 0 \dots \textcircled{2}$$

②의 양변에 $z - 1$ 을 곱해주면

$$(z - 1)(z^2 + z + 1) = 0 \Leftrightarrow z^3 = 1$$

$$\therefore z^3 = 1 \text{ 이므로 } z^4 = z$$

$$\therefore z^4 - \bar{z} = z - \bar{z}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} - \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} \\ &= \sqrt{3}i \end{aligned}$$

9. 실수 a, b 에 대하여 $\sqrt{-3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{-2} - \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}}$ 을 간단히 하여 $a + bi$ 의 꼴로 나타낼 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{-2} - \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}} \\ &= (\sqrt{-3} \times \sqrt{2}) \times (\sqrt{3} \times \sqrt{-2}) - \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}} \\ &= \sqrt{-6} \times \sqrt{-6} - \sqrt{-2} - \sqrt{-2} \\ &= -\sqrt{36} - \sqrt{2}i - \sqrt{2}i = -6 - 2\sqrt{2}i \\ \therefore ab &= 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

10. 방정식 $(k^2 - 6)x = k(x + 1) + 2$ 의 해가 존재하지 않을 때, k 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

x 에 대하여 정리하면

$$(k^2 - k - 6)x = k + 2$$

$$(k + 2)(k - 3)x = k + 2$$

$k = 3$ 일 때, $0 \cdot x = 5$ (불능)

11. $|x - 1| = 3 - \sqrt{x^2}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$|x - 1| = 3 - |x|$ 에서,
 $|x| + |x - 1| = 3$ 이다.
i) $x < 0$ 일 때,
 $-x - (x - 1) = 3$
 $\therefore x = -1$
ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,
 $x - (x - 1) = 3$
 $0 \cdot x + 1 = 3$ 이므로 불능
iii) $x \geq 1$ 일 때,
 $x + (x - 1) = 3$
 $\therefore x = 2$
따라서 구하는 해는
 $x = -1$ 또는 $x = 2$ 이다.

12. 실수 a, b 에 대하여 연산*를 $a * b = a^2 + b$ 로 정의한다. 방정식 $x * (x - 6) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 2\beta$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha < \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x * (x - 6) = 0$ 에서
 $x^2 + x - 6 = 0$
 $(x + 3)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = -3, 2$
 $\therefore \alpha = -3, \beta = 2 \ (\alpha < \beta)$
 $\therefore \alpha + 2\beta = 1$

13. 방정식 $(x-1)^2 + |x-1| - 6 = 0$ 의 두 근의 합은?

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 6

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때

$$x^2 - 2x + 1 + x - 1 - 6 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0, (x-3)(x+2) = 0 \text{ 이므로}$$

$$x = -2, x = 3$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x = 3$

(ii) $x < 1$ 일 때

$$x^2 - 2x + 1 - x + 1 - 6 = 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x-4)(x+1) = 0$$

$$x = -1, x = 4$$

그런데 $x < 1$ 이므로 $x = -1$

(i), (ii) 에서 $x = 3, -1$ 이므로

두 근의 합은 2

14. 이차방정식 $x^2 + ax + 2b = 0$ 의 한 근이 $2 + ai$ 일 때 실수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은? (단 $a \neq 0$)

① -9

② -5

③ 3

④ 6

⑤ 12

해설

한 근이 $2 + ai$ 이므로 다른 한 근은 $2 - ai$ 이다.

$\therefore$ 두 근의 합 $-a = 4 \quad \therefore a = -4$

두 근의 곱 $(2 - 4i)(2 + 4i) = 4 + 16 = 2b$

$\therefore b = 10 \quad \therefore a + b = 10 - 4 = 6$

15. 다음 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① $x^2 + 5x + 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근 을 가진다.
- ② $x^2 + 5 = 0$ 는 두 허근을 가진다.
- ③ $m = 0$ 또는 4일 때, $x^2 - mx + m = 0$ 은 중근을 가진다.
- ④ $k \geq 1$ 일 때 $x^2 - 2x + 2 - k = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 가진다
- ⑤ $x^2 - 6x + a = 0$ 은 $a = 9$ 일 때만 중근을 가진다.

해설

- ① $25 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 21 > 0$
 - ② $0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -4 < 0$
 - ③ $(-m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot m = m(m - 4) = 0$
 - ⑤ $9 - 1 \cdot a = 9 - a = 0, a = 9$
- $\Rightarrow$ ④ $(-1)^2 - 1 \cdot (2 - k) = k - 1 > 0 \therefore k > 1$

16. 방정식 $x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 &= (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 0 \\ \therefore x &= 2, y = 4 \\ \therefore x + y &= 6\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 &= 0 \text{이 실근을 가지므로} \\ D/4 &= 4 - (y^2 - 8y + 20) \geq 0 \\ y^2 - 8y + 16 &\leq 0 \\ (y - 4)^2 &\leq 0, y = 4 \\ \text{준식에 대입하면 } x &= 2 \\ \text{따라서 } x + y &= 6\end{aligned}$$

17. x 에 대한 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 다음 [보기]의 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

$\textcirc� \quad ax^2 + 2bx + c = 0$

$\textcirc� \quad ax^2 + \frac{1}{2}bx + c = 0$

$\textcirc� \quad cx^2 + bx + a = 0$

- ① $\textcirc�$

② $\textcirc�, \textcirc�$

③ $\textcirc�, \textcirc�$
- ④ $\textcirc�, \textcirc�$

⑤ $\textcirc�, \textcirc�, \textcirc�$

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로
 $D = b^2 - 4ac > 0 \cdots$
 $\textcirc� \quad ax^2 + 2bx + c = 0$ 의 판별식은
 $D = (2b)^2 - 4ac = 4b^2 - 4ac$
 $= 3b^2 + (b^2 - 4ac > 0)$
따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 $\textcirc�$ [반례] $a = 1, b = 3, c = 2$ 일 때
 $x^2 + 3x + 2 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖지만
 $x^2 + \frac{3}{2}x + 2 = 0$ 은 허근을 갖는다.
 $\textcirc� \quad cx^2 + bx + a = 0$ 의 판별식은
 $D = b^2 - 4ac > 0$
따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.

18. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3k = 0$ 이 허근을 갖고, 동시에 $x^2 + 5x - 2k = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수를 구하면?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$2x^2 - 4x - 3k = 0$ 이 허근을 가질 조건은

$$\frac{D}{4} = 4 + 6k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{2}{3} \quad \cdots \cdots \textcircled{A}$$

$x^2 + 5x - 2k = 0$ 이 실근을 가질 조건은

$$D = 25 + 8k \geq 0$$

$$\therefore k \geq -\frac{25}{8} \quad \cdots \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } -\frac{25}{8} \leq k < -\frac{2}{3}$$

따라서, 정수 $k = -3, -2, -1$

$\therefore$ 정수 k 의 개수는 3개

19. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (2m + a + b)x + m^2 + ab = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2 + (2m + a + b)x + m^2 + ab = 0$
항상 중근을 가질 조건 : 판별식 $D = 0$
 $D = (2m + a + b)^2 - 4(m^2 + ab) = 0$
 $4m^2 + a^2 + b^2 + 4ma + 2ab + 4mb - 4m^2 - 4ab = 0$
 m 에 관해 식을 정리하면
 $(4a + 4b)m + (a^2 - 2ab + b^2) = 0$
 $4a + 4b = 0, \quad a^2 - 2ab + b^2 = 0$
 $\therefore a + b = 0$

20. x 에 관한 이차식 $a(1+x^2)+2bx+c(1-x^2)$ 에서 a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때, 이 이차식이 x 에 관한 완전제곱식이 되는 것은 이 삼각형이 어떠한 삼각형일 때인가?

- ① a 를 빗변으로 하는 직각삼각형
- ② c 를 빗변으로 하는 직각삼각형
- ③ $a=b$ 인 이등변삼각형
- ④ $b=c$ 인 이등변삼각형
- ⑤ 정삼각형

해설

준식을 정리하면,
 $(a-c)x^2+2bx+a+c$
위의 식이 완전제곱식이 되려면
 $D=0$ 이어야 하므로
 $\frac{D}{4}=b^2-(a-c)(a+c)=0,$
즉 $b^2-a^2+c^2=0$
 $\therefore a^2=b^2+c^2$
따라서, a 를 빗변으로 하는 직각삼각형

21. $4x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(3\alpha - 2)(3\beta - 2)$ 의 값을 구하면?

㉠ 4 ㉡ 5 ㉢ 6 ㉣ 7 ㉤ 8

해설

근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = \frac{3}{4}, \alpha\beta = \frac{1}{2}$$

$$(3\alpha - 2)(3\beta - 2) = 9\alpha\beta - 6(\alpha + \beta) + 4$$

$$= 9 \cdot \frac{1}{2} - 6 \cdot \frac{3}{4} + 4$$

$$= \frac{9}{2} - \frac{9}{2} + 4 = 4$$

22. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2k^2 - k = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, k 의 값을 구하면?

① $\frac{3}{2}, -1$
④ $\frac{1}{2}, -3$

② $-\frac{3}{2}, 1$
⑤ $-\frac{1}{2}, 3$

③ $\frac{3}{2}, 1$

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서 두근의 차는 $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$

$\therefore$ 주어진 방정식의 두근의 차는

$$\sqrt{16 - 8k^2 + 4k} = 2$$

$$4k - 8k^2 + 16 = 4$$

$$2k^2 - k - 3 = 0$$

$$(k + 1)(2k - 3) = 0$$

$$\therefore k = -1 \text{ 또는 } \frac{3}{2}$$

23. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① -1 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 2

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 a, b 라 하면 $a + b = 3$

$2x + 1 = t$ 라 하면 $x = \frac{t-1}{2}$

$f(2x + 1) = f(t) = 0$ 에서

$f(t) = 0$ 의 해가 $t = a, t = b$ 이므로

$f(2x + 1) = 0$ 의 해는 $x = \frac{a-1}{2}, \frac{b-1}{2}$ 이다.

$\therefore \frac{a-1}{2} + \frac{b-1}{2} = \frac{a+b-2}{2} = \frac{1}{2}$

24. A, B 두 사람이 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 을 푸는데 A는 b 를 잘못 읽어 -4 와 7 을, B는 c 를 잘못 읽어 $-3 \pm \sqrt{2}i$ 를 근으로 얻었다. 원래의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

A는 a 와 c 를 바르게 읽었으므로

근과 계수와의 관계에서

$$\frac{c}{a} = -4 \cdot 7 = -28, c = -28a$$

B는 a 와 b 를 바르게 읽었으므로

$$-\frac{b}{a} = (-3 + \sqrt{2}i) + (-3 - \sqrt{2}i) = -6, b = 6a$$

따라서 원래의 이차방정식은

$$ax^2 + 6ax - 28a = 0$$

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은 -6

25. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(m-2)x + 2m-1 = 0$ 의 두 근이 모두 음수일 때, 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

① $m > 5$

② $m \geq 5$

③ $m < 5$

④ $m \leq 5$

⑤ $-5 \leq x \leq 5$

해설

주어진 이차방정식이 두 실근을 가져야 하므로

$$D/4 = (m-2)^2 - 2m + 1 \geq 0$$

$$\text{즉 } m^2 - 4m + 4 - 2m + 1 = m^2 - 6m + 5 \geq 0$$

따라서 $(m-5)(m-1) \geq 0$ 이므로

$$m \leq 1 \text{ 또는 } m \geq 5$$

또 두근의 합 $-2(m-2) < 0$ 이어야 하므로 $m > 2$

또 두근의 곱 $2m-1 > 0$ 이어야 하므로 $m > \frac{1}{2}$

따라서 $m \geq 5$