

1. 다음 중 350 의 약수가 아닌 것은?

① 2

② 2×5

③ 2×7

④ $2^2 \times 5^2$

⑤ $2 \times 5^2 \times 7$

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 ④ $2^2 \times 5^2$ 은 약수가 아니다.

2. 다음 중 180 의 약수는?

① $2^3 \times 5$

② $3^2 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2$

④ $3^3 \times 5 \times 7$

⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

180 을 소인수분해하면 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이다.

3. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다. 그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄹ ⑤ ㄹ

해설

3^4 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 , 3^4 이고 11^5 의 약수는 1, 11, 11^2 , 11^3 , 11^4 , 11^5 이다.

표의 수들을 소인수분해하면 $16 = 2^4$, $121 = 11^2$, $33 = 3 \times 11$ 이다.

$3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

4. 다음 중 약수의 개수가 다른 하나는?

① 3^{11}

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^3 \times 7^2$

④ $3^2 \times 5 \times 7$

⑤ $2^5 \times 5^2$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

③ $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

5. 다음 중 2^7 과 약수의 개수가 같은 것은?

① $2^3 \times 3^4$

② $2^2 \times 7^5$

③ $3^2 \times 5 \times 7$

④ $3^3 \times 7$

⑤ 8

해설

2^7 과 약수의 개수는 $7 + 1 = 8$ (개) 이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $(3 + 1) \times (4 + 1) = 20$ (개)

② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)

③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

⑤ 8을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개) 이다.

6. 18 의 약수의 개수는?

① 2개

② 3개

③ 5개

④ 6개

⑤ 8개

해설

$$18 = 2 \times 3^2$$

약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개) 이다.

7. 다음 중 3^4 을 나타낸 식은?

① 3×4

② $3 + 3 + 3 + 3$

③ $4 \times 4 \times 4$

④ $3 \times 3 \times 3 \times 3$

⑤ 4×3

해설

$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ 이다.

8. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

① $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

② $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

③ $a + a + a + a = a^4$

④ $a \times b \times b \times b \times b = a \times b^4$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7} = \frac{1}{2^3 \times 7^2}$

해설

③ $a + a + a + a = 4 \times a$

9. 다음 중 4^5 을 나타낸 식은?

① 4×5

② $4 + 4 + 4 + 4 + 4$

③ $5 \times 5 \times 5 \times 5$

④ $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$

⑤ 5×4

해설

$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$ 이다.

10. 75 에 가능한 한 작은 자연수 x 로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 9

⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서 $y = 5$ 이다.

11. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5 ② 7 ③ 15 ④ 21 ⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

12. $240 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

① 45 ② 60 ③ 75 ④ 90 ⑤ 105

해설

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } a = 3 \times 5$$

$$2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2, b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$a = 15, b = 60$$

$$\therefore b - a = 45$$

13. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6

② 10

③ 12

④ 15

⑤ 18

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

14. 288 을 어떤 수 x 로 나누어 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 가장 작은 자연수 x 를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$
가장 작은 자연수 x 는 2이다.

15. $3^4 \times x$ 는 약수의 개수가 10 개인 자연수이다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 3^5

해설

약수의 개수는 $3^4 \times x$ 에서

$(4+1) \times (\square+1) = 5 \times 2 = 10$ 또는 $(9+1) = 10$ 이 될 수 있다.
즉 x 가 될 수 있는 수는 3과 서로소이고 지수가 1인 수 또는 3^5 이다.

그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

16. $2^2 \times \square \times 7$ 은 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 11

해설

$$2^2 \times a^n \times 7$$

$$(2+1) \times (n+1) \times (1+1) = 12 \quad \therefore n = 1$$

2를 제외한 가장 작은 소수는 3이므로

$$3^1 = 3$$

17. $5^6 \times \square$ 의 약수의 개수가 21 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수 중 가장 작은 것은?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$$21 = 7 \times 3 = (6 + 1) \times (2 + 1)$$

$\square$ 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $2^2 = 4$

$\therefore 4$

18. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$216 = 2^3 \times 3^3$
따라서 $a = 3, b = 3, c = 3$
 $a + b + c = 9$

19. $600 = a^x \times b^y \times c^z$ 로 소인수분해될 때, $(a + b + c) \times (x + y + z)$ 의 값은? (단, $a < b < c$)

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$$

$$\therefore (a + b + c) \times (x + y + z) = (2 + 3 + 5) \times (3 + 1 + 2) = 10 \times 6 = 60$$

20. $2^5 = a$, $3^b = 243$ 을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?

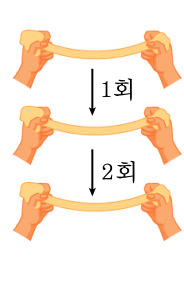
① $a = 16, b = 4$ ② $a = 16, b = 5$ ③ $a = 32, b = 4$

④ $a = 32, b = 5$ ⑤ $a = 32, b = 6$

해설

$2^5 = 32$, $3^5 = 243$ 이므로 $a = 32$, $b = 5$ 이다.

21. 손으로 국수를 만들 때, 반죽을 늘어 1 회 접으면 두 가닥이 되고, 2 회 접으면 네 가닥이 된다. 국수가 100 가닥 이상 필요 할 때, 최소 몇 회를 접어야 하는가?
- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회
- ④ 7 회 ⑤ 8 회



해설

반죽을 1 회 접으면 2 가닥, 2 회 접으면 (2×2) 가닥, 3 회 접으면 (2×2×2) 가닥이 된다. 접는 횟수에 따른 국수의 가닥 수를 표로 정리하면 다음과 같다.

접는 횟수	국수의 가닥 수(가닥)	국수의 가닥수를 거듭제곱으로 표현
1회	2	2^1
2회	$2 \times 2 = 4$	2^2
3회	$2 \times 2 \times 2 = 8$	2^3
4회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$	2^4
5회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$	2^5
⋮	⋮	⋮

$2^5 = 32$, $2^6 = 64$, $2^7 = 128$, ... 이므로 국수 100 가닥을 만들려면 7 회 이상 접어야 한다.

22. $3^6 = 729$ 를 이용하여 $729 - 3^5 - 3^a = 243$ 을 만족하는 자연수 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^6 = 729$ 이고 $3^5 = 243$ 이다.
따라서 $729 - 243 - 3^a = 243$, $3^a = 243$ 이므로 $a = 5$ 이다.