

1.  $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9$  의 약수의 개수를 구하면?

① 36개

② 42개

③ 48개

④ 54개

⑤ 58개

해설

$$\begin{aligned} & 2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9 \\ & = 2^2 \times 5 \times 7^2 \times 3^2 \end{aligned}$$

$$(\text{약수의 개수}) = (2 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1) = 54 \text{ (개)}$$

2. 다음 중  $2^7$  과 약수의 개수가 같은 것은?

①  $2^3 \times 3^4$

②  $2^2 \times 7^5$

③  $3^2 \times 5 \times 7$

④  $3^3 \times 7$

⑤ 8

해설

$2^7$  과 약수의 개수는  $7 + 1 = 8$  (개)이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

①  $(3 + 1) \times (4 + 1) = 20$  (개)

②  $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$  (개)

③  $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$  (개)

④  $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$  (개)

⑤ 8을 소인수분해하면  $8 = 2^3$  이므로 약수의 개수는  $3 + 1 = 4$  (개)이다.

3. 다음 중 약수의 개수가 나머지와 다른 것은?

① 12

② 18

③ 32

④ 36

⑤ 75

해설

①  $12 = 2^2 \times 3$

$\therefore (2 + 1) \times (1 + 1) = 6(\text{개})$

②  $18 = 2 \times 3^2$

$\therefore (1 + 1) \times (2 + 1) = 6(\text{개})$

③  $32 = 2^5$

$\therefore (5 + 1) = 6(\text{개})$

④  $36 = 2^2 \times 3^2$

$\therefore (2 + 1) \times (2 + 1) = 9(\text{개})$

⑤  $75 = 3 \times 5^2$

$\therefore (1 + 1) \times (2 + 1) = 6(\text{개})$

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

①  $8000 = 8 + 10^3$

②  $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 = 5^2 \times 7^3$

③  $2^4 = 2 + 2 + 2 + 2$

④  $4 \times 4 \times 4 = 2^6$

⑤  $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$

해설

①  $8000 = 8 \times 10^3$

③  $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

④  $4 \times 4 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

⑤  $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \left(\frac{1}{11}\right)^3$

5.  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$  을 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것은?

①  $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2}$

③  $\frac{1}{2^2} \times \frac{1}{3^2}$

⑤  $\frac{1}{2^3 \times 3^2}$

②  $\frac{1}{2 \times 2 \times 2} \times \frac{1}{3 \times 3}$

④  $\frac{1}{2^2 \times 3^2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{1}{2^3 \times 3^2} \end{aligned}$$

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $3^3 = 27$

②  $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

③  $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

④  $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

⑤  $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{540}$

해설

⑤  $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{450}$

7.  $2^2 \times \square$  는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중  $\square$  안에 알맞은 수 중 가장 작은 자연수는?

① 4

② 8

③ 15

④ 30

⑤ 32

해설

$12 = (2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1)$  이므로

$\square = a \times b$  ( $a, b$  는 소수),

$a \neq 2, b \neq 2$  이므로 가장 작은 소수는  $3 \times 5$ ,

$\therefore \square = 15$

8.  $2^2 \times \square \times 7$  은 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 수이다.  $\square$  안에 알맞은 수는?

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 11

해설

$$2^2 \times a^n \times 7$$

$$(2 + 1) \times (n + 1) \times (1 + 1) = 12 \quad \therefore n = 1$$

2를 제외한 가장 작은 소수는 3이므로

$$3^1 = 3$$

9.  $5^6 \times \square$  의 약수의 개수가 21 개일 때,  $\square$  안에 들어갈 수 있는 자연수 중 가장 작은 것은?

① 1

② 4

③ 9

④ 16

⑤ 25

해설

$$21 = 7 \times 3 = (6 + 1) \times (2 + 1)$$

$\square$  에 알맞은 가장 작은 자연수는  $2^2 = 4$

$\therefore 4$

10. 2160 를 소인수분해하면  $a^x \times b^y \times c^z$  이다.  $z < y < x$  일 때,  $a + b + c - (x + y + z)$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$  이므로  $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$  이다.

$$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$$

11.  $600 = a^x \times b^y \times c^z$  로 소인수분해될 때,  $(a + b + c) \times (x + y + z)$  의 값은? (단,  $a < b < c$ )

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 60

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$$

$$\therefore (a + b + c) \times (x + y + z) = (2 + 3 + 5) \times (3 + 1 + 2) = 10 \times 6 = 60$$

12. 216 을 소인수분해하면  $2^a \times b^c$  이다. 이때,  $a + b + c$  의 값은?

① 7

② 9

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$$216 = 2^3 \times 3^3$$

따라서  $a = 3, b = 3, c = 3$

$$a + b + c = 9$$

13. 자연수  $a, b, c$  에 대하여  $5 \times a = 7 \times b = c^2$  을 만족하는  $c$  의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35

② 70

③ 105

④ 140

⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$  에서

i)  $a = 5 \times 7^2$  ,  $b = 5^2 \times 7$  일 때,  $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii)  $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$  ,  $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$  일 때,  $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii)  $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$  ,  $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$  일 때,  $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv)  $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$  ,  $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$  일 때,  $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서  $c$  의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

14. 120 에 자연수  $x$  를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.  
다음 중  $x$  의 값이 될 수 없는 것은?

①  $2 \times 3 \times 5$

②  $2^3 \times 3 \times 5$

③  $2 \times 3^3 \times 5$

④  $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

⑤  $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$  로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2 \times 3 \times 5$  은  $2^2$  을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

15.  $\frac{72}{n}$  가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수  $n$  은 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2 ,$$

$\frac{72}{n}$  가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2, 2 \times 3^2, 2^3, 2^3 \times 3^2$  의 4 개이다.

16. 360의 약수의 개수와  $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때,  $a + b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 자연수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$  이므로 약수의 개수가 같기 위해서는  $a = 2$ ,  $b = 1$  또는  $a = 1$ ,  $b = 2$  이다.

$$\therefore a + b = 3$$

17. 약수의 개수가 36 개이고,  $2^x \times 3^y \times 5^z \times 7$  으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인가? (단,  $x, y, z$  는 자연수)

- ① 3개      ② 6개      ③ 9개      ④ 12개      ⑤ 15개

해설

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$  이므로

$(x, y, z) = (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)$  으로 3 개이다.

18.  $3^2 \times 5 \times 7^x$  의 약수의 개수가 72 의 약수의 개수와 같을 때, 자연수  $x$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$  이므로 72 의 약수의 개수 :

$$(3 + 1) \times (2 + 1) = 12 \text{ (개)}$$

$3^2 \times 5 \times 7^x$  의 약수의 개수 :

$$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (x + 1) = 12 \text{ (개)}$$

$$\therefore x = 1$$