

1. 1부터 150까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 70 개

해설

1부터 150까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 50개
1부터 150까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 30개
1부터 150까지의 자연수 중 3의 배수이면서 5의 배수인 것의 개수는 10개
1부터 150까지의 자연수 중 3의 배수이거나 5의 배수인 것의 개수는
 $50 + 30 - 10 = 70$

2. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

1부터 100까지의 자연수 중에서
3의 배수는 3, 6, 9, $\cdots$, 96, 99의 33개이고,
5의 배수는 5, 10, 15, $\cdots$, 95, 100의 20개이다.
이 중 3과 5의 공배수인 15의 배수의 개수는 6개이므로
 $33 + 20 - 6 = 47$ 개다.

3. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가?

① 67 ② 99 ③ 100 ④ 101 ⑤ 200

해설

3의 배수의 갯수는 $100 - 33 = 67$,
4의 배수의 갯수는 $75 - 24 = 51$,
12의 배수의 갯수는 $25 - 8 = 17$
따라서 3, 4 중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는
 $201 - (67 + 51 - 17) = 100$

4. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개
100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는 $20 + 14 - 2 = 32$

5. 1부터 200까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 93 개

해설

1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 66개
1부터 200까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 40개
1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이면서 5의 배수인 것의 개수는 13개
1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이거나 5의 배수인 것의 개수는
 $66 + 40 - 13 = 93$

6. a 이상 b 이하의 자연수 중에서 2 와 3 의 배수이면서 5 의 배수가 아닌 자연수의 갯수를 $n(a, b)$ 로 나타낸다. $n(100, b) = 1000$ 일 때, $n(1, b)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1013

해설

$$\begin{aligned} n(1, b) &= n(1, 99) + n(100, b) \text{ 에서} \\ n(1, 99) &= 16 - 3 = 13 \\ \therefore n(1, b) &= 13 + 1000 = 1013 \end{aligned}$$

7. 다음 보기를 모두 만족 시키는 자연수는 모두 몇 개인가?

보기

- ☐ 100 이하의 자연수이다.

☐ 3의 배수

☐ 5의 배수

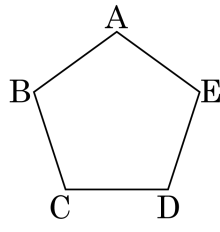
☐ 4로 나누면 나머지가 3인 수

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

3과 5의 최소공배수는 15이므로 15, 30, 45, 60, 75, 90,
이 중에서 4로 나누었을 때 나머지가 3인 수는 15, 75의 2개

8. 다음 그림과 같은 정오각형 ABCDE 의 각 꼭짓점 A, B, C, D, E 에 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... 과 같이 숫자를 차례로 대응시킬 때, 50 과 100 사이의수 중에서 꼭짓점 D 에 오는 숫자는 모두 몇 개인지 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

각 꼭짓점에는 5 로 나누었을 때 나머지가 1 인 수부터 차례로 써 나가면 되므로
D 에는 나머지가 4 인 수 중에서 50 과 100 사이의 수가 올 수 있다. 따라서 54, 59, ... , 99 까지 10 개가 된다.

9. 1 부터 50 까지의 자연수를 다음과 같이 연속하는 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), $\dots$, (48, 49, 50) 일 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 묶음의 수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

묶음의 합은 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, $\dots$, 147 이다.
이 중 12 의 배수는 12, 24, 36, $\dots$, 144 이므로
가운데 수가 4 의 배수가 되면 묶음의 합은 12 의 배수가 된다.
따라서, $49 = 4 \times 12 + 1$ 에서 12 개이다.

10. 1 에서 100 까지 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. 이 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 것은 모두 몇 쌍인가?

$(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \dots, (98, 99, 100)$

- ① 19 쌍 ② 24 쌍 ③ 30 쌍 ④ 32 쌍 ⑤ 36 쌍

해설

세 수는 $n-1, n, n+1$ 로 이루어져 있으므로 세 수의 합은 $3 \times n$, 12 의 배수가 되기 위해서 n 은 4 의 배수가 되어야 한다. 즉 가운데 수가 4 의 배수인 쌍의 갯수는 $96 = 4 \times 24$ 개이다.

11. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 50 개

해설

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 33개
1부터 100까지의 자연수 중 4의 배수의 개수는 25개
1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이면서 4의 배수인 것의 개수는 8개
1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이거나 4의 배수인 것의 개수는
 $33 + 25 - 8 = 50$ 개
따라서 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는
 $100 - 50 = 50$ 개

12. 1 에서 200 까지의 자연수 중에서 약수의 갯수가 3 개인 수는 모두 몇 개인가?

① 6개 ② 8개 ③ 9개 ④ 12개 ⑤ 14개

해설

약수가 3 개인 수는 p 를 소수라 할 때 p^2 인 수,
 $13^2 = 169$, $17^2 = 289$ 이므로
 p 가 될 수 있는 수는 2, 3, 5, 7, 11, 13 의 6 개

13. 50 보다 큰 두 자리의 자연수 A 와 21 의 최대공약수가 7 이다. 이러한 자연수 A 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 5 개

해설

$50 < A < 99$ 이고 7 의 배수이다.

$$\begin{array}{r} 7 \overline{)A \ 21} \\ a \ 3 \end{array}$$

그런데, a 는 3 의 배수가 되면 안되므로

A는 50보다 큰 7의 배수 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98중 3의 배수를 제외하면 5개이다.

∴ 5 개

14. 100 이하의 자연수를 100으로 나누었을 때 기약분수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 40 개

▷ 정답 : 40 개

해설

$100 = 2^2 \times 5^2$ 이므로 1에서 100까지의 자연수 중 2, 5의 배수를 제외한 수를 구하면된다. 2의 배수는 50개, 5의 배수는 20개, 10의 배수는 10개이므로
 $100 - (50 + 20 - 10) = 40$ (개)이다.