1. 다음 중 다항식의 계산결과가 잘못된 것은?

① $(5x-y)+(3x-2y)=8x-3y$

② $(5x^3+x^2-6x+7)-(2x^3-4x^2-1)=3x^3+5x^2-6x+8$

③ $(xy+xy^2-x^2)-(3x^2-xy)$
$=2xy+xy^2-4x^2$

④ $(x^2+1)(3x^2-2x-1)$
$=3x^4-2x^3-2x^2+2x-1$

⑤ $(x^3-3xy^2-2y^3)\div(x+y)=x^2-xy-2y^2$

해설

$(x^2+1)(3x^2-2x-1)=3x^4-2x^3+2x^2-2x-1$

2. $x+y=4,\ xy=3$ 일 때, x^2-xy+y^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy=7$

3. 다음 등식이 x에 대한 항등식이 되도록 실수 a, b, c의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + c - 3 = 2x^2 - bx - 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

각 항의 계수를 서로 비교한다.

4. $f(x) = 2x^3 - 2x + k$가 $x-2$로 나누어 떨어질 때, k의 값은?

① 0　　② 1　　③ −8　　④ −10　　⑤ −12

해설

$f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x-2$ 로 나누어 떨어지면
나머지정리에 의해 $f(2) = 16 - 4 + k = 0$
$\therefore\ k = -12$

5. 이차방정식 $x^2+8x+2k=0$이 허근을 가지도록 하는 정수 k의 값의 최솟값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

이차방정식에서 허근을 가질 조건은

$\frac{D'}{4}<0$이어야 하므로,

$16-2k<0,\ 2k>16,\ \therefore\ k>8$

$\therefore$ 정수 k의 최솟값은 9

6. 다음 중 다항식 $a^3-a^2b+ab^2+ac^2-b^3-bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a+c$ ② $a-b^2$ ③ $a^2-b^2+c^2$

④ $a^2+b^2+c^2$ ⑤ $a^2+b^2-c^2$

해설

$a^3-a^2b+ab^2+ac^2-b^3-bc^2$
$=a^3-b^3+(a-b)c^2-ab(a-b)$
$=(a-b)(a^2+ab+b^2)+(a-b)c^2-ab(a-b)$
$=(a-b)(a^2+ab+b^2+c^2-ab)$
$=(a-b)(a^2+b^2+c^2)$

7. $i^2 = -1$ 이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

$-2,\quad -\sqrt{2},\quad 2i,\quad -2i,$ $3i,\quad -3i,\quad 1-i,\quad 1+i$

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

$i^2 = -1$ 이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a \neq 0)$ 의 꼴이 되어야 한다.
$\therefore\ 2i,\ -2i,\ 3i,\ -3i$ 4 개,
$2, -\sqrt{2}$는 실수이므로
$(\text{실수})^2 \geq 0$, $(1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$가 된다.

8. 등식 $\left(\frac{2+i}{1+\sqrt{2}i}\right)\left(\frac{1-4i}{1-\sqrt{2}i}\right)=a+bi$ 를 만족하는 실수 $a,\ b$ 에 대하여 $a-3b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a-3b=9$

해설

$$(\text{좌변})=\frac{(2+i)(1-4i)}{(1+\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i)}$$
$$=\frac{2-8i+i-4i^2}{1-2i^2}$$
$$=\frac{6-7i}{3}=2-\frac{7}{3}i$$ 이므로

$2-\frac{7}{3}i=a+bi$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$a=2,\ b=-\frac{7}{3}$

$\therefore\ a-3b=2-3\times\left(-\frac{7}{3}\right)=2+7=9$

9. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$
)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = -1$

해설

$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$

$1-2i = x+yi$

$x = 1, y = -2, x+y = -1$

10. 방정식 $|x-1|=2$의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -1

해설

ⅰ) $x \geq 1$일 때
$|x-1| = x-1$이므로, $x-1=2$
$\therefore x=3$
ⅱ) $x<1$일 때
$|x-1| = -x+1$이므로, $-x+1=2$
$\therefore x=-1$
따라서 (ⅰ), (ⅱ)에서 $x=3$ 또는 $x=-1$

11. 이차방정식 $x^2+(a+2)x+1=0$이 중근을 갖도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면
$D=(a+2)^2-4=0$이므로
$a^2+4a+4-4=a^2+4a=0$
따라서 $a=0$ 또는 $a=-4$
따라서 상수 a의 값의 합은 -4

12. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2+\sqrt{3}$ 일 때, ab 의 값은?

① -3 ② 0 ③ 2

④ 4 ⑤ $2+2\sqrt{3}$

해설

유리계수이므로 다른 한 근은 $2-\sqrt{3}$
근과 계수와의 관계에 의해
$a = 4, b = 1$
$\therefore ab = 4$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 2+\sqrt{3}$ 대입
$(2+\sqrt{3})^2 - a \cdot (2+\sqrt{3}) + b = 0$
계수가 유리수이므로
$\sqrt{3} \cdot (4-a) + (b - 2a + 7) = 0$
$a = 4, b = 1$
$\therefore ab = 4$

13. 함수 $y = -x^2 - 2x + 5$ $(-2 \le x \le 2)$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 을 구하여라.

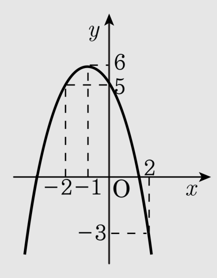
▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$y = -x^2 - 2x + 5 = -\left(x^2 + 2x + 1 - 1\right) + 5 = -(x+1)^2 + 6$

점$(-1, 6)$ 을 꼭지점으로 하고 위로 볼록한 포물선으로 다음 그림과 같다.



$f(-2) = 5, f(2) = -3$

따라서 최댓값은 $x = -1$ 일 때 $f(-1) = 6$ 이며

최솟값은 $x = 2$ 일 때 $f(2) = -3$ 이다.

$\therefore\ M + m = 6 - 3 = 3$

14. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^3 - 1 = 0$ 에서 $(x-1)(x^2+x+1) = 0$

$\therefore$ $x = 1$ 또는 $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$\therefore$ 정수해는 $x = 1$

15. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x + 2y = 8 \cdots\cdots ㉠ \\ 2y + 3z = 9 \cdots\cdots ㉡ \\ 3z + x = 5 \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = 3$

▷ 정답 : $z = 1$

해설

㉠ + ㉡ + ㉢에서 $x + 2y + 3z = 11$ $\cdots\cdots$ ㉣
㉣ − ㉠에서 $3z = 3$ $\therefore z = 1$
㉣ − ㉡에서 $x = 2$
㉣ − ㉢ 에서 $y = 3$

16. 다항식 $A = 2x^3 - 7x^2 - 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x - 1$, 나머지가 $-7x - 2$ 이다. 다항식 $B = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 3　　② 6　　③ 9　　④ 14　　⑤ 17

해설

$A = 2x^3 - 7x^2 - 4 = B(2x - 1) - 7x - 2$ 이다.

$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = B(2x - 1)$

좌변을 $2x - 1$ 로 나누면

$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)$

$\therefore\ B = x^2 - 3x + 2$

17. $x^2-x+1=0$일 때, $x^5+\dfrac{1}{x^5}$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2-x+1=0$, 양변에 $x+1$을 곱하면,
$(x+1)(x^2-x+1)=0$
$x^3+1=0$, $x^3=-1$에서 $x^5=x^3\times x^2=-x^2$
$x^5+\dfrac{1}{x^5}=-\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)\cdots\cdots$①
$x^2-x+1=0$를 x로 나누어 정리한다.
$x+\dfrac{1}{x}=1$
$x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2=-1$
① 에 대입하면, $x^5+\dfrac{1}{x^5}=1$

18. x에 대한 삼차식 x^3+ax^2+bx+3이 x^2+1로 나누어떨어질 때, 상수 $a,\ b$의 값을 정하면?

① $a=-1,\ b=3$
② $a=1,\ b=3$
③ $a=3,\ b=-1$
④ $a=-3,\ b=-1$
⑤ $a=3,\ b=1$

해설

$$\begin{aligned} x^3+ax^2+bx+3 &= (x^2+1)(x+c) \\ &= x^3+cx^2+x+c \end{aligned}$$

$\therefore\ a=c,\ b=1,\ c=3$

$\therefore\ a=3,\ b=1$

19. 실수가 아닌 복소수 z 에 대하여 $\frac{z}{1+z^2}$ 가 실수이기 위한 조건은? (단, $z \neq \pm i$ 이고 $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① $z \cdot \bar{z} = 1$　　② $z + \bar{z} = 0$

③ $z + \bar{z} = 1$　　④ $z + \bar{z} = -1$

⑤ $(z+1)(\bar{z}+1) = 1$

해설

$\frac{z}{1+z^2}$ 가 실수이면

$$\frac{z}{1+z^2} = \overline{\left(\frac{z}{1+z^2}\right)} = \frac{\bar{z}}{1+\bar{z}^2}$$

$$\frac{z}{1+z^2} - \frac{\bar{z}}{1+\bar{z}^2} = 0$$

$$\frac{z(1+\bar{z}^2) - \bar{z}(1+z^2)}{(1+z^2)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z-\bar{z}) - z\bar{z}(z-\bar{z})}{(1+z^2)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z-\bar{z})(1-z\bar{z})}{(1+z)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

(분모)$\neq 0$ 이므로

(분자)$= (z-\bar{z})(1-z\bar{z}) = 0$

z 가 실수가 아니므로 $z \neq \bar{z}$

$\therefore z\bar{z} = 1$

20. 일차방정식 $a^2x+1=a^4-x$ 의 해는? (단, a 는 실수)

① a　　② $a+1$　　③ $a-1$

④ a^2-1　　⑤ a^2+1

해설

$a^2x+1=a^4-x$ 에서 $a^2x+x=a^4-1$

$(a^2+1)x=(a^2-1)(a^2+1)$

$\therefore x=a^2-1(\because a^2+1>0)$

21. $1 < x < 3$ 인 x 에 대하여 방정식 $x^2 - [x]x - 2 = 0$ 의 해를 구하여라.
(단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

① 2　　② $1 + \sqrt{2}$　　③ $1 + \sqrt{3}$
④ $\sqrt{5} - 1$　　⑤ $2\sqrt{2} - 1$

해설

(i) $1 < x < 2$ 일 때, $[x] = 1$
준식은 $x^2 - x - 2 = 0$, $(x - 2)(x + 1) = 0$
$\therefore\ x = -1$ 또는 $x = 2$
그런데 $1 < x < 2$ 이므로 만족하는 해가 없다.
(ii) $2 \le x < 3$ 일 때, $[x] = 2$
준식은 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 이고 근의 공식에 의하여 $x = 1 \pm \sqrt{3}$
그런데 $2 \le x < 3$ 이므로 만족하는 해는
$x = 1 + \sqrt{3}$

22. 이차방정식 $x^2-(k+1)x+k=0$의 두 근의 비가 $2:3$일 때, 상수 k의 값들의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

두 근을 $2\alpha,\ 3\alpha$라 하면

$2\alpha+3\alpha=k+1,\ (2\alpha)(3\alpha)=k$이므로,

$5\alpha=k+1,\ 6\alpha^2=k$

이 두 식에서 α를 소거하면

$6\left(\frac{k+1}{5}\right)^2=k$에서 $6k^2-13k+6=0$

$(2k-3)(3k-2)=0\ \therefore\ k=\frac{3}{2},\ \frac{2}{3}$

23. 이차함수 $y = x^2 + ax + 2a$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만나고 $\overline{\mathrm{AB}} = 2$ 일 때, 모든 실수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\mathrm{A}(\alpha,\ 0),\ \mathrm{B}(\beta,\ 0)(\alpha < \beta)$ 이라 하면
α, β 는 이차방정식 $x^2 + ax + 2a = 0$ 의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha + \beta = -a,\ \alpha\beta = 2a \quad \cdots$ ㉠
이 때, $\overline{\mathrm{AB}} = 2$ 이므로
$\beta - \alpha = 2$ 양변을 제곱하면
$(\beta - \alpha)^2 = 4$
$(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 4 \quad \cdots$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하여 정리하면 $a^2 - 8a - 4 = 0$
따라서 모든 실수 a 의 값의 합은 8 이다

24. 점 $(0,\ -2)$ 를 지나고 이차함수 $y = x^2 - 2x + 2$ 에 접하는 직선의 방정식을 구하면?

① $y = x - 1$ 또는 $y = -x - 2$

② $y = x - 2$ 또는 $y = -3x - 1$

③ $y = 2x - 2$ 또는 $y = -6x - 2$

④ $y = 3x - 3$ 또는 $y = x + 1$

⑤ $y = 4x - 4$ 또는 $y = 5x + 3$

해설

점 $(0,\ -2)$ 를 지나는 직선의 방정식을 $y = mx - 2$ 라 하고
이 식과 이차함수 $y = x^2 - 2x + 2$ 를 연립하면
$x^2 - 2x + 2 = mx - 2,\ x^2 - (m + 2)x + 4 = 0$
이 이차방정식이 중근을 가지므로 판별식 $D = 0$ 이다.
$D = (m + 2)^2 - 4 \cdot 4 = 0$
$m^2 + 4m - 12 = 0\ (m + 6)(m - 2) = 0$
$\therefore m = 2$ 또는 $m = -6$
따라서, 구하는 직선의 방정식은
$y = 2x - 2$ 또는 $y = -6x - 2$

25. $x^2 + y^2 = 5$를 만족시키는 실수 x, y에 대하여 $2x - y$ 는 $x = \alpha, y = \beta$에서 최댓값 m을 갖는다. 이때, $m + \alpha + \beta$의 값은?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

$2x - y = k$로 놓으면
$y = 2x - k \cdots$ ㉠
㉠을 $x^2 + y^2 = 5$에 대입하면
$x^2 + (2x - k)^2 = 5$
$\therefore 5x^2 - 4kx + k^2 - 5 = 0 \cdots$ ㉡
㉡을 x에 대한 이차방정식으로 보면
x가 실수이므로
$\frac{D}{4} = 4k^2 - 5(k^2 - 5)\ 0$, $k^2 \le 25$
$\therefore -5 \le k \le 5$
따라서 k의 최댓값은 5이다.
이 때의 x, y의 값은
㉡에서 $5x^2 - 20x + 20 = 0$, $5(x-2)^2 = 0 \therefore x = 2$
㉠에서 $y = 4 - 5 = -1$
따라서, $m = 5, \alpha = 2, \beta = -1$이므로
$m + \alpha + \beta = 6$

26. 삼차방정식 $x^3 - mx^2 + 24x - 2m + 4 = 0$의 한 근이 $4 - 2\sqrt{2}$일 때, 유리수 m의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 10$

해설

$x = 4 - 2\sqrt{2}$를 주어진 방정식에 대입하면
$(4 - 2\sqrt{2})^3 - m(4 - 2\sqrt{2})^2 + 24(4 - 2\sqrt{2}) - 2m + 4 = 0$
이 식을 정리하면
$(260 - 26m) - (160 - 16m)\sqrt{2} = 0$
무리수가 서로 같은 조건에 의하여
$260 - 26m = 0$, $160 - 16m = 0$
따라서, $m = 10$
계수가 유리수인 방정식이므로 $4 - 2\sqrt{2}$가 근이면 $4 + 2\sqrt{2}$도 근이다.
나머지 한 근을 α라고 하면 근과 계수와의 관계에서
$(4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2}) + \alpha = m$ ······㉠
$(4 + 2\sqrt{2})(4 - 2\sqrt{2})\alpha = 2m - 4$ ······㉡
㉠에서 $\alpha = m - 8$ ······㉢
㉡에서 $8\alpha = 2m - 4$ ······㉣
㉢을 ㉣에 대입하면 $8(m - 8) = 2m - 4$
$\therefore\ m = 10$

27. $\triangle ABC$에서 $\angle A + 2\angle B = 235°$, $\angle B + 2\angle C = 190°$ 일 때, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$를 각각 순서대로 구하여라.

▶ 답: ____ °

▶ 답: ____ °

▶ 답: ____ °

▷ 정답: $\angle A = 35°$

▷ 정답: $\angle B = 100°$

▷ 정답: $\angle C = 45°$

해설

$\angle A = x$, $\angle B = y$, $\angle C = z$라 하면

$$\begin{cases} x + 2y = 235 & \cdots\cdots ㉠ \\ y + 2z = 190 & \cdots\cdots ㉡ \\ x + y + z = 180 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

㉢ $\times 2 -$ ㉡을 하면 $2x + y = 170$ $\cdots\cdots$ ㉣

㉣ $\times 2 -$ ㉠을 하면 $3x = 105$

$\therefore x = 35$

$x = 35$를 ㉣에 대입하면 $y = 100$

또, $x = 35$, $y = 100$ 을 ㉢에 대입하면 $z = 45$

28. $x,\ y,\ z$에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} a^2x+2a(y-1)=4 \\ a^2y+2a(z-1)=4 \\ a^2z+2a(x-1)=4 \end{cases}$$ 의 해가 무수히 많도록 하는 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$a^2x+2a(y-1)=4$에서 $a^2x+2ay=2a+4\cdots$ ㉠
$a^2y+2a(z-1)=4$에서 $a^2y+2az=2a+4\cdots$ ㉡
$a^2z+2a(x-1)=4$에서 $a^2z+2ax=2a+4\cdots$ ㉢
㉠ + ㉡ + ㉢에서
$a^2(x+y+z)+2a(x+y+z)=3(2a+4)$
$(a^2+2a)(x+y+z)=3(2a+4)$
$a(a+2)(x+y+z)=6(a+2)$
ⅰ) $a=0$일 때, 주어진 방정식은 모두 $0=4$가 되어 모순이므로 연립방정식의 해는 없다.
ⅱ) $a=-2$일 때, 주어진 연립방정식은 $x-y=0,\ y-z=0,\ z-x=0$
따라서, $x=y=z$를 만족하는 모든 값이 해가 되므로 연립방정식의 해는 무수히 많다.
ⅲ) $a\neq 0,\ a\neq 2$일 때, 주어진 연립방정식은 한 쌍의 해를 갖는다. ⅰ), ⅱ), ⅲ)으로부터 구하는 a값은 -2

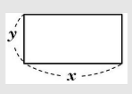
29. 가로의 길이가 세로의 길이보다 5 cm 더 긴 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 34 cm 일 때, 이 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 곱을 구하여라.(단, 단위 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

직사각형의 가로, 세로의 길이를
각각 $x$cm, $y$cm 라 하면



$x = y + 5 \quad \cdots\cdots$ ㉠
또, 이 직사각형의 둘레는 $2(x + y)$ 이므로
$2(x + y) = 34$ 즉, $x + y = 17 \quad \cdots\cdots$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$y + 5 + y = 17$, $2y = 12$
$\therefore \ y = 6$
$y = 6$을 ㉠에 대입하면 $x = 11$
$\therefore \ xy = 11 \times 6 = 66$

30. $99 \times 101 \times (100^2 + 100 + 1) \times (100^2 - 100 + 1)$ 을 계산하면?

① $100^6 - 1$　② $100^6 + 1$　③ $100^9 - 1$

④ $100^9 + 1$　⑤ 1

해설

$100 = a$로 치환 하면

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= (a-1)(a+1)(a^2+a+1)(a^2-a+1) \\
&= \left(a^3-1\right)\left(a^3+1\right) \\
&= a^6 - 1 \\
&= 100^6 - 1
\end{aligned}
$$

31. x에 관한 3차 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지가 2, $x+1$로 나눈 나머지가 4라고 한다. $f(x)$에서 x^2의 계수를 a, 상수항을 b라 하면 $a+b$의 값은?

① -1　　② 0　　③ 1　　④ 2　　⑤ 3

해설

$f(x) = px^3 + ax^2 + qx + b$라 하면
$f(1) = 2,\ f(-1) = 4$에서
$p + a + q + b = 2 \cdots$ ㉠
$-p + a - q + b = 4 \cdots$ ㉡
㉠ + ㉡를 하면
$2(a+b) = 6,\ a+b = 3$

32. 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나누면 몫이 $A(x)$, 나머지가 a이고, $x+2$로 나누면 몫이 $B(x)$, 나머지가 b라고 한다. 이때, $A(x)$를 $x+2$로 나눈 나머지를 a, b로 나타내면?

① $a-b$　② $\frac{a-b}{2}$　③ $\frac{a-b}{3}$　④ $\frac{a-b}{4}$　⑤ $\frac{a-b}{5}$

해설

$f(x) = (x-1)A(x) + a \cdots$ ①
$f(x) = (x+2)B(x) + b \cdots$ ②
①, ②에 각각 $x = 1, x = -2$를 대입하면
$f(1) = a, f(-2) = b$
$A(x)$를 $x+2$로 나눈 나머지는 나머지정리에 의해 $A(-2)$이다.
①에 $x = -2$를 대입하면
$f(-2) = -3A(-2) + a = b$
$\therefore A(-2) = \frac{a-b}{3}$

33. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-k$가 이차식의 완전제곱식으로 인수분해 될 때, 상수 k의 값을 정하면?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-k$
$=(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)-k$
$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-k$
$x^2+5x=X$로 치환하면
(준식) $=(X+4)(X+6)-k$
$=X^2+10X+24-k$
완전제곱식이 되려면 $24-k=25$
$\therefore\ k=-1$

34. $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \cdots + 99^2$ 을 계산하여라.

① 99 ② 100 ③ 4950
④ 5050 ⑤ 10000

해설

$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \cdots + 99^2$
$= 99^2 - 98^2 + 97^2 - 96^2 + \cdots + 3^2 - 2^2 + 1^2$
$= (99^2 - 98^2) + (97^2 - 96^2) +$
$\cdots + (3^2 - 2^2) + 1^2$
$= (99-98)(99+98) + (97-96)(97+96) + \cdots + (3-2)(3+2) + 1$
$= (99 + 98) + (97 + 96) + \cdots + (3 + 2) + 1$
$= 1 + 2 + 3 + \cdots + 99$
$= (1 + 99) + (2 + 98) + \cdots + (49 + 51) + 50$
$= 4950$

35. $a+b+c=0$일 때, 다음 중 $2a^2+bc$와 같은 것은?

① $(a-c)^2$ ② $(b+c)^2$ ③ $(a+b)(b+c)$
④ $(a-b)(a-c)$ ⑤ $(a-b)(a+c)$

해설

$2a^2+bc=2a^2-b(a+b)$ ($\because$ $c=-a-b$)
$=2a^2-ab-b^2$
$=(a-b)(2a+b)$
$=(a-b)(a+b+a)$
$=(a-b)(a-c)$ ($\because a+b=-c$)

36. 복소수 z 에 대하여 $f(z)=z\bar{z}$ ($\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)라 할 때, 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? (w 는 복소수)

보기

ㄱ $f(z) \geqq 0$

ㄴ $f(z+w)=f(z)+f(w)$

ㄷ $f(zw)=f(z)f(w)$

① ㄱ　　② ㄴ　　③ ㄷ

④ ㄱ, ㄴ　　⑤ ㄱ, ㄷ

해설

ㄱ $z=a+bi$ ($a,\ b$ 는 실수)라 하면

$f(z)=z\cdot\bar{z}=(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2 \geqq 0$

ㄴ $f(z+w)=(z+w)\cdot(\overline{z+w})=(z+w)\cdot(\bar{z}+\bar{w})$

$=z\bar{z}+z\bar{w}+w\bar{z}+w\bar{w}$

$\neq z\bar{z}+w\bar{w}=f(z)+f(w)$

ㄷ $f(zw)=zw\cdot(\overline{zw})=zw\cdot\bar{z}\,\bar{w}$

$=z\bar{z}\cdot w\bar{w}=f(z)f(w)$

37. x, y 가 실수일 때, 복소수 $z = x + yi$ 의 켤레복소수를 $\bar{z}$ 라 하면 $z\bar{z} = 3$ 일 때, $\frac{1}{2}\left(z + \frac{3}{z}\right)$ 의 값은 ?

① x ② y ③ $x+y$
④ $x-y$ ⑤ $2x+y$

해설

$z = x + yi$, $\bar{z} = x - yi$ 이므로

$z \cdot \bar{z} = 3$ 이면 $\bar{z} = \frac{3}{z}$ 을 대입

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\left(z + \frac{3}{z}\right) &= \frac{1}{2}(z + \bar{z}) \\ &= \frac{1}{2}(x + yi + x - yi) \\ &= x\end{aligned}$$

38. $a=\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, a^5+a^3-1 의 값을 구하면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① $\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$ ② 0 ③ 1

④ $\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $-1+\sqrt{3}i$

해설

$a=\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

$2a+1=-\sqrt{3}i$ 의 양변을 제곱하면,

$4a^2+4a+1=-3 \quad \Rightarrow \quad a^2+a+1=0$

양변에 $a-1$ 를 곱하면

$(a-1)(a^2+a+1)=0 \Leftrightarrow a^3-1=0$

$\therefore\ a^3=1$

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= a^3a^2+a^3-1\\
&= a^2\\
&= -a-1 (\because a^2+a+1=0)\\
&= \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}
\end{aligned}
$$

39. n이 자연수이고 α_n, β_n이 이차방정식 $(n+\sqrt{n(n-1)})x^2-\sqrt{n}x-\sqrt{n}=0$의 두 실근일 때, $(\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_{49})+(\beta_1+\beta_2+\ldots+\beta_{49})$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\left(n+\sqrt{n(n-1)}\right)x^2-\sqrt{n}x-\sqrt{n}=0$

근과 계수의 관계에 따라

$$\alpha_n+\beta_n=\frac{\sqrt{n}}{n+\sqrt{n(n-1)}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}}=\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$$

$\alpha_1+\beta_1=\sqrt{1}-0$

$\alpha_2+\beta_2=\sqrt{2}-\sqrt{1}$

$\vdots$

$\alpha_{49}+\beta_{49}=\sqrt{49}-\sqrt{48}$

$(\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_{49})+(\beta_1+\beta_2+\cdots+\beta_{49})$

$=(\alpha_1+\beta_1)+(\alpha_2+\beta_2)+\cdots+(\alpha_{49}+\beta_{49})$

$=1+(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\cdots+(\sqrt{49}-\sqrt{48})$

$=\sqrt{49}=7$

40. x에 대한 이차방정식 $x^2+2x-3=m(x+2)$ 가 $1<x<2$에서 적어도 한 개의 실근을 가질 때, 정수 m의 개수는?

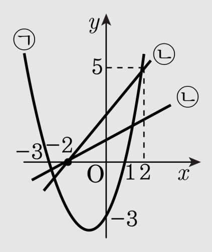
① 0개　② 1개　③ 2개　④ 3개　⑤ 4개

해설

$$\begin{cases} y=x^2=2x-3 \cdots\cdots ㉠ \\ y=m(x+2) \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

이라 하면 직선 ㉡은 m의 값에 관계없이 항상 점 $(-2,\ 0)$을 지난다.

이 때, 교점의 x좌표가 1 과 2사이에 존재해야 하므로



(i) 직선 ㉡이 점 $(1,\ 0)$을 지날 때

$3m=0 \quad \therefore m=0$

(ii) 직선 ㉡이 점 $(2,\ 5)$를 지날 때

$4m=5 \quad \therefore m=\frac{5}{4}$

(i), (ii)에서 $0<m<\frac{5}{4}$

따라서, 정수 m의 값은 1하나뿐이다.