

1. $\frac{46}{22}$ 을 소수로 나타낼 때, 순환마디는?

- ① 9 ② 09 ③ 90 ④ 090 ⑤ 9090

해설

$$\frac{46}{22} = 2.\dot{0}9$$

2. $x = 4.56666\ldots$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $4.\dot{5}6$ 으로 나타낸다.
- ② 순환마디가 56이다.
- ③ 분수로 나타내면 $\frac{92}{33}$ 이다.
- ④ $100x - 10x = 411$ 이다
- ⑤ 순환하지 않는 무한소수이다.

해설

- ① $4.5\dot{6}$ 으로 나타낸다.
- ② 순환마디는 6이다.
- ③ 분수로 나타내면 $\frac{137}{30}$ 이다.
- ④ $100x - 10x = 411$ 이다.
- ⑤ 순환하는 무한소수이다.

3. 다음 순환소수를 분수로 나타내면?

2.1 $\dot{2}4$

- ① $\frac{701}{990}$
- ② $\frac{703}{330}$
- ③ $\frac{707}{330}$
- ④ $\frac{701}{330}$
- ⑤ $\frac{709}{330}$

해설

$$2.1\dot{2}4 = \frac{2124 - 21}{990} = \frac{2103}{990} = \frac{701}{330}$$

4. 다음 두 수의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

- ① $0.4\dot{9} = 0.5$ ② $0.83 > 0.\dot{8}3$ ③ $0.\dot{9} < 1$
④ $0.4\dot{5} > 0.5$ ⑤ $0.5\dot{6} < 0.50\dot{6}$

해설

$$\textcircled{1} \quad 0.4\dot{9} = \frac{49 - 4}{90} = \frac{45}{90} = 0.5$$

5. 순환소수 $0.\dot{7}$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것은?

① 7 ② 9 ③ 18 ④ 90 ⑤ 99

해설

$$0.\dot{7} = \frac{7}{9}$$

따라서 A 는 9의 배수이어야 하므로 A 의 값이 될 수 없는 것은 7이다.

6. $\frac{3}{4}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값은? (단, a, n 은 자연수)

① 69 ② 72 ③ 75 ④ 76 ⑤ 77

해설

$$\frac{3 \times 5^2}{4 \times 5^2} = \frac{75}{10^2}, a+n = 75+2 = 77$$

7. 다음 중 순환소수의 표현이 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $1.727272\cdots = 1.\dot{7}$

② $0.8444\cdots = 0.8\dot{4}$

③ $0.3030\cdots = 0.\dot{3}\dot{0}$

④ $2.123123\cdots = 2.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

⑤ $1.246246\cdots = 1.\dot{2}\dot{4}\dot{6}$

해설

① $1.\dot{7}$

② $0.8\dot{4}$

③ $0.\dot{3}\dot{0}$

④ $2.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

⑤ $1.\dot{2}\dot{4}\dot{6}$

8. 순환소수 $0.4\dot{2}01$ 의 소수점 아래 31번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$0.4\dot{2}01$ 이므로 순환마디의 숫자 3개
 $31 - 1 = 3 \times 10$ 이므로 소수점 아래 31번째 자리의 숫자는 1이다.

9. 다음 중 순환소수를 x 로 놓고 분수로 고칠 때, $1000x - x$ 가 가장 편리하게 사용되는 것은?

① $0.5\dot{2}i$ ② $0.\dot{5}2i$ ③ $5.\dot{2}i$ ④ $5.2\dot{i}$ ⑤ $5.5\dot{2}i$

해설

② $1000x$ 와 x 의 소숫점 아래 부분이 일치하는 $0.52i$ 을 분수로 고칠 때 가장 편리한 식이 된다.

10. 한 자리 자연수 a 에 대하여 부등식 $\frac{1}{7} < 0.\dot{a} < 1$ 이 성립하도록 a 의 값을 모두 고르면?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$\frac{1}{7} < \frac{a}{9} < 1$$

$$\frac{9}{7} < a < 9$$

따라서 $1.2\cdots < a < 9$ 이므로 한 자리 자연수 a 는 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 이다.

11. x 에 관한 일차방정식 $x + 0.0\dot{7} = 0.\dot{4}$ 의 해를 구하면?

- ① $\frac{1}{99}$ ② $\frac{1}{90}$ ③ $\frac{11}{30}$ ④ $\frac{2}{15}$ ⑤ $\frac{5}{90}$

해설

$$x = 0.\dot{4} - 0.0\dot{7} = \frac{4}{9} - \frac{7}{90} = \frac{40 - 7}{90} = \frac{33}{90} = \frac{11}{30}$$

12. x 에 대한 일차방정식 $1.\dot{7}x + 2.\dot{4} = 2.\dot{1}x + 0.\dot{7}$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 5$

해설

$$1.\dot{7}x + 2.\dot{4} = 2.\dot{1}x + 0.\dot{7}$$

$$\frac{16}{9}x + \frac{22}{9} = \frac{19}{9}x + \frac{7}{9}$$

$$16x + 22 = 19x + 7$$

$$\therefore x = 5$$

13. 순환소수 $0.\dot{7}5$ 에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 유한소수가 된다.
다음 중 자연수의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① 3 ② 9 ③ 15 ④ 18 ⑤ 27

해설

$0.\dot{7}5 = \frac{75-7}{90} = \frac{34}{45} = \frac{34}{5 \times 9}$ 이므로 어떤 자연수는 9의 배수이어야 한다.

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 음의 정수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ② 모든 순환소수는 유리수이다.
- ③ 소수는 유한소수와 무한소수로 나타낼 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 모든 소수는 유리수이다.

해설

- ① 음의 정수는 유리수이므로 분수로 나타낼 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다. 예) $\frac{1}{3} = 0.333\cdots$
- ⑤ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

15. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

16. 무한소수 $\frac{7}{110}$ 과 $\frac{1}{35}$ 에 자연수 a 를 곱했더니 모두 유한소수가 되었다. 이러한 a 값 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 77

해설

$\frac{7}{110} \times a = \frac{7}{2 \times 5 \times 11} \times a$ 가 유한소수가 되려면 a 는 11 의 배수.
 $\frac{1}{35} \times a = \frac{1}{5 \times 7} \times a$ 가 유한소수가 되려면 a 는 7 의 배수이어야 한다.
따라서 a 는 77 의 배수이므로 가장 작은 자연수 a 는 $a = 77$ 이다.

17. $\frac{a}{180}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이다.
 a 가 두 자리의 자연수일 때, $a + b$ 의 값은?

① 73 ② 75 ③ 83 ④ 89 ⑤ 90

해설

$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수이려면 a 는 9 의 배수이어야
하고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이므로 a 는 7 의 배수이다.

따라서 a 는 $3^2 \times 7 \times n$ 인 두 자리의 자연수이므로 63 이다.

$\frac{63}{180} = \frac{7}{20}$ 이므로 $b = 20$ 이다.

따라서 $a + b = 83$ 이다.

18. $\frac{2157}{9900} = \frac{abcd - ab}{9900} = 0.\overline{abcd}$ 일 때, $|a - b + c + d|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\frac{2157}{9900} = \frac{abcd - ab}{9900} \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 1$$

$$\text{즉, } 21cd - 21 = 2157 \text{ 이므로}$$

$$21cd = 2157 + 21 = 2178$$

$$\therefore c = 7, d = 8$$

$$\therefore |a - b + c + d| = |2 - 1 + 7 + 8| = 16$$

19. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}}=0.1$$

- ① 0.5
- ② 0.6
- ③ 0.7
- ④ 0.8
- ⑤ 0.9

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}}&=\frac{1}{1-\frac{1}{\frac{x-1}{x}}}\\&=\frac{1}{1-\frac{x}{x-1}}\\&=\frac{1}{\frac{x-1}{x-1}-\frac{x}{x-1}}\\&=\frac{1}{\frac{-1}{x-1}}=-x+1\\-x+1&=0.1\\\therefore x&=1-0.1\\&=1-\frac{1}{10}\\&=\frac{9}{10}\\&=0.9\end{aligned}$$

20. $x = \frac{a}{90}$ (a 는 100 이하의 자연수) 일 때, x 가 정수가 아니면서 유한소수가 되는 a 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

분수 $\frac{a}{90}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되는 a 는 100 이하의 9 의 배수 중 90의 배수를 제외하면 된다.
따라서, $11 - 1 = 10$

21. $x = \frac{n}{150}$ (n 은 100 이하의 자연수)일 때, x 가 무한소수가 되도록 하는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

$150 = 2 \times 3 \times 5^2$
 n 이 3의 배수이면 $\frac{n}{150}$ 은 유한소수
 $100 \div 3 = 33 \cdots 1$
 $\therefore 100 - 33 = 67$

22. 분수 $\frac{5}{13}$ 를 소수 n 번째 자리의 수를 X_n 이라 할 때, $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 227

해설

$\frac{5}{13} = 0.\dot{3}8461\dot{5}$ 이므로 순환마디의 숫자 6 개
 $50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로
 $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50} = (3 + 8 + 4 + 6 + 1 + 5) \times 8 + (3 + 8) = 227$

23. 부등식 $2.\dot{9} \leq x < \frac{74}{15}$ 를 만족시키는 정수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

$$2.\dot{9} \leq x < \frac{74}{15} = 4.9\dot{3}$$

24. 한 자리 자연수 x, y 에 대하여 $f(x, y) = 3(0.\dot{x}+0.\dot{y}) - 2(0.\dot{x}\dot{y}+0.\dot{y}\dot{x})$ 라고 정의할 때, $f(1, 3) \leq f(x, y) \leq f(4, 2)$ 를 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 갯수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 12 개

해설

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= 3 \left(\frac{x}{9} + \frac{y}{9} \right) - 2 \left(\frac{100x + 10x + y}{999} + \frac{100y + 10y + x}{999} \right) \\
 &= \frac{1}{3}(x+y) - \frac{2}{9}(x+y) \\
 &= \frac{1}{9}(x+y) \quad f(1, 3) = \frac{1}{9}(1+3) = \frac{4}{9}, \\
 f(4, 2) &= \frac{1}{9}(4+2) = \frac{2}{3} \\
 f(1, 3) \leq f(x, y) \leq f(4, 2) &\text{ 이므로} \\
 \frac{4}{9} \leq \frac{1}{9}(x+y) \leq \frac{2}{3}, &\quad \therefore 4 \leq x+y \leq 6 \\
 x, y &\text{ 가 자연수이므로} \\
 x = 1 \text{ 일 때, } y &= 3, 4, 5 \\
 x = 2 \text{ 일 때, } y &= 2, 3, 4 \\
 x = 3 \text{ 일 때, } y &= 1, 2, 3 \\
 x = 4 \text{ 일 때, } y &= 1, 2 \\
 x = 5 \text{ 일 때, } y &= 1
 \end{aligned}$$

따라서 순서쌍 (x, y) 의 갯수는 $3 \times 3 + 2 + 1 = 12$ (개) 이다.

25. $0.\dot{3}0 = a \times 0.\dot{0}1$, $0.\dot{3}0\dot{0} = b \times 0.\dot{0}0\dot{1}$ 일 때, $|a - b|$ 의 값은?

- ① 150 ② 220 ③ 270 ④ 320 ⑤ 350

해설

$$0.\dot{3}0 = \frac{30}{99} = 30 \times \frac{1}{99} = 30 \times 0.\dot{0}1$$

$$\therefore a = 30$$

$$0.\dot{3}0\dot{0} = \frac{300}{999} = 300 \times \frac{1}{999} = 300 \times 0.\dot{0}0\dot{1}$$

$$\therefore b = 300$$

$$\therefore |a - b| = |30 - 300| = 270$$