

1. 두 함수 $f(x) = -3x + 2$, $g(x) = 5x - 2$ 에 대하여 $f(2) = a$, $g(4) = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 4

② 8

③ 12

④ 14

⑤ 16

해설

$$f(2) = -3 \times 2 + 2 = -4 = a$$

$$g(4) = 5 \times 4 - 2 = 18 = b$$

$$\therefore a + b = -4 + 18 = 14$$

2. A 의 값이 5이하의 자연수이고, B 의 값은 절댓값이 3보다 작은 정수일 때, (A, B) 로 이루어지는 순서쌍의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25 개

해설

A 가 1, 2, 3, 4, 5이고, B 가 $-2, -1, 0, 1, 2$ 이다.
(1, -2), (1, -1), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, -2), (2, -1), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, -2), (3, -1), (3, 0), (3, 1), (3, 2), (4, -2), (4, -1), (4, 0), (4, 1), (4, 2), (5, -2), (5, -1), (5, 0), (5, 1), (5, 2)로 25개이다.

3. 다음 중 y 가 x 의 함수가 아닌 것은?

- ① 한 변의 길이가 x cm인 정육각형의 둘레의 길이 y cm
- ② 가로와 세로의 길이가 각각 x cm, y cm인 직사각형의 넓이 60 cm^2
- ③ 한 개에 300원하는 지우개 x 개의 값 y 원
- ④ 자연수 x 의 배수 y
- ⑤ 반지름의 길이가 x cm인 원의 둘레의 길이 y cm

해설

함수란 변하는 두 x, y 에 x 의 값이 하나 결정되면, 그에 대응하는 y 의 값도 반드시 하나가 결정되어야 한다.

① $y = 6x$ (함수)

② $y = \frac{60}{x}$ (함수)

③ $y = 300x$ (함수)

④ x 값에 대응되는 y 값이 무수히 많으므로 함수가 아니다. 예를 들면 $x = 2$ 이면 $y = 2, 4, 6, 8, \dots$ ⑤ $y = 2 \times 3.14 \times x = 6.28x$ (함수)

4. 다음은 경은이와 건국이가 함수에 대하여 이야기 한 것이다. 두 사람의 대화 중 틀린 사람을 찾아 쓰고, 틀린 부분을 찾아 바르게 고쳐 써라.

경은 : x 의 값에 따라 이에 대응하여 y 의 값이 하나로 정해지는 것을 ‘함수’라고 해.
건국 : 맞아, 함수를 기호로 나타내면 $y = f(x)$ 야.
경은 : 그러면 $f(1), f(2), f(3), f(4), \dots$ 는 뭐야?
건국 : $f(1), f(2), f(3), f(4), \dots$ 는 $x = 1, x = 2, x = 3, x = 4 \dots$ 에 대한 각각의 x 의 값이고, 이런 함수값의 모임을 y 의 범위라고 해.

▶ 답 :

▷ 정답 : 풀이참조

해설

함숫값의 범위는 함수 $y = f(x)$ 에서 x 의 값에 따라 유일하게 결정되는 y 값들의 모임을 말한다.
따라서, 틀린 사람은 건국이다. 또한, x 의 범위는 함수값의 범위로 고쳐야 하고, y 값의 범위를 함수값의 범위로 고쳐 써야한다.

5. 함수 $y = \frac{4}{x}$ 의 x 의 범위가 1, 2, 4 일 때, 다음 중 y 의 범위가 될 수 없는 것은?

① $y \geq 0$

② $-4 \leq y \leq 4$

③ $y \geq 0$ 인 정수

④ y 는 유리수

⑤ $y \leq 0$ 인 유리수

해설

함수의 x 의 범위에 대한 함숫값의 범위를 구하면 1, 2, 4 이다.
따라서 y 의 범위가 될 수 없는 것은 ⑤이다.

6. x 의 값이 12이하의 짝수이고, y 의 값이 0이상 6이하인 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = (x를 5로 나눈 나머지)$ 일 때, 다음 중 함수 $f(x)$ 의 함숫값으로 옳은 것은?

① 2, 4

② 1, 3

③ 0, 2, 4

④ 0, 1, 3

⑤ 0, 1, 2, 3, 4

해설

x 의 값은 2, 4, 6, 8, 10, 12이고, y 의 값은 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

$$f(2) = 2$$

$$f(4) = 4$$

$$f(6) = 1$$

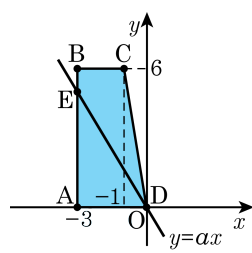
$$f(8) = 3$$

$$f(10) = 0$$

$$f(12) = 2$$

$\therefore$ 함숫값은 0, 1, 2, 3, 4

7. 좌표평면 위의 네 점 A(-3, 0), B(-3, 6), C(-1, 6), D(0, 0) 을 꼭짓점으로 하는 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 함수 $y = ax$ 의 그래프가 이등분할 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{3}$

해설

사다리꼴 ABCD 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (3 + 2) \times 6 = 15$ 이다.

$y = ax$ 와 선분 CD 가 만나는 점을 점 E 라 할 때, 점 E 의 x 좌표는 -3 이므로 점 E(-3, $-3a$) 이다.

$$\triangle ADE = \frac{1}{2} \times 3 \times |-3a| = \frac{9}{2}|a|$$

$$\triangle ADE = \frac{1}{2} \times (\text{사다리꼴 ABCD의 넓이})$$

$$\frac{9}{2}|a| = \frac{1}{2} \times 15 \quad \therefore a = -\frac{5}{3} (\because a < 0)$$

8. 함수 $f(x) = 1 - \frac{1}{a}$ 에 대하여, $f^2 = f(f(x)) = 1 - \frac{1}{f(x)}$, $f^3 = f(f^2(x)) = 1 - \frac{1}{f^2(x)}$ 로 정의한다. $f^{99}(a) = \frac{1}{3}$ 일 때, $f^{199}(a)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f^{99}(a) = \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

$$f^{100}(a) = 1 - \frac{1}{\frac{1}{3}} = -2,$$

$$f^{101}(a) = 1 - \frac{1}{-2} = \frac{3}{2},$$

$$f^{102}(a) = 1 - \frac{1}{\frac{3}{2}} \equiv \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

$-2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}$ 의 값을 순환한다.

$$100 \div 3 = 33 \cdots 1$$

$$199 \div 3 = 66 \cdots 1 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f^{199}(a) = f^{100}(a) = -2$$

9. 함수 $f(x) = ax + 3$ 에 대하여 $f(1) = 1$ 일 때, $f(f(3)) + f(5)$ 의 값은?

① -23

② -10

③ -7

④ 10

⑤ 23

해설

$f(1) = 1$ 을 대입하면 $1 = a + 3, a = -2$

$\therefore f(x) = -2x + 3$

$f(3) = -2 \times 3 + 3 = -3$

$f(5) = -2 \times 5 + 3 = -7$

$\therefore f(-10) = -2 \times (-10) + 3 = 23$