

1. x 에 대한 항등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + cx(x - 1)$ 에서 a, b, c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

계수비교법에 의하여

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + cx(x - 1)$$

$$= cx^2 + (b - c)x + a - b$$

$$x^2 - 2x + 3 = cx^2 + (b - c)x + a - b \text{에서}$$

$$c = 1, b - c = -2, a - b = 3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = -1, c = 1$$

2. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, $a - b + c$ 의 값은?

$$x^2 - 2x + 4 = a(x - 1)(x - 2) + bx(x - 2) + cx(x - 1)$$

- ① 8
- ② 7
- ③ 3
- ④ 0
- ⑤ -3

해설

주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로 x 에 어떤 값을 대입하여도 성립한다.

$x = 0$ 을 대입하면

$$4 = 2a \quad \therefore a = 2$$

$x = 1$ 을 대입하면

$$3 = -b \quad \therefore b = -3$$

$x = 2$ 을 대입하면

$$4 = 2c \quad \therefore c = 2$$

$$\therefore a - b + c = 2 - (-3) + 2 = 7$$

3. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 값은?
- ① $a = 12, b = 9$ ② $a = -12, b = 9$
③ $a = 12, b = -9$ ④ $a = -12, b = -9$
⑤ $a = 9, b = 12$

해설

$$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2 \text{으로 놓으면}$$

이 식의 우변은

$$x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2$$
$$= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2$$

좌변과 계수를 비교하면

$$2p = 4, \quad p^2 + 2q = -2$$
$$p = 2, \quad q = -3 \text{에서}$$
$$a = 2pq = -12, \quad b = q^2 = 9$$

4. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x + a)(x + b)(x + c)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x - 1)(x + 2)(x + 3)$
 $\therefore a + b + c = 4$

5. $\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \cdots + \frac{1}{i^{50}}$ 의 값은?

① $-1+i$

② $-1-i$

③ 0

④ $1+i$

⑤ $1-i$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \cdots + \frac{1}{i^{50}} \\ & \left(\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} \right) + \left(\frac{1}{i^5} + \frac{1}{i^6} + \frac{1}{i^7} + \frac{1}{i^8} \right) + \cdots \\ & + \left(\frac{1}{i^{45}} + \frac{1}{i^{46}} + \frac{1}{i^{47}} + \frac{1}{i^{48}} \right) + \frac{1}{i^{49}} + \frac{1}{i^{50}} \\ & = \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 \right) + \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 \right) + \cdots \\ & + \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 \right) + \frac{1}{i} - 1 \\ & = \frac{1}{i} - 1 = -i - 1 \end{aligned}$$

6. $(2-i)\bar{z} + 4iz = -1 + 4i$ 를 만족하는 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z}$ 의 값은?
(단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$z = a + bi \text{라 놓으면 } \bar{z} = a - bi$$

$$(2-i)(a-bi) + 4i(a+bi) = -1 + 4i$$

$$(2a-5b) + (3a-2b)i = -1 + 4i$$

$$\therefore 2a-5b = -1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$3a-2b = 4 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{을 연립하여 풀면 } a=2, b=1$$

$$\therefore z = 2 + i, \quad \bar{z} = 2 - i$$

$$\therefore z\bar{z} = (2+i)(2-i) = 2^2 - i^2 = 5$$

7. 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 m 의 범위를 구하면?

- ① $m < -1, m > 3$ ② $m < 1, m > 5$ ③ $-1 < m < 3$
④ $-1 < m < 5$ ⑤ $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$ 에서 y 를 소거하면
 $x^2 + (m - 3)x + 1 = 0, D = (m - 3)^2 - 4 > 0$
 $m^2 - 6m + 5 > 0, (m - 1)(m - 5) > 0$
 $\therefore m < 1, m > 5$

8. 함수 $y = -x^2 - 2x + 5$ ($-2 \leq x \leq 2$)의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$y = -x^2 - 2x + 5 = -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 5 = -(x + 1)^2 + 6$$

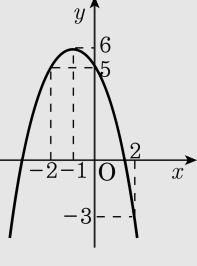
점 $(-1, 6)$ 을 꼭지점으로 하고 위로 볼록한 포물선으로 다음 그림과 같다.

$$f(-2) = 5, f(2) = -3$$

따라서 최댓값은 $x = -1$ 일 때 $f(-1) = 6$ 이며

최솟값은 $x = 2$ 일 때 $f(2) = -3$ 이다.

$$\therefore M + m = 6 - 3 = 3$$



9. 사차방정식 $x(x-1)(x+1)(x+2)-8=0$ 의 모든 해의 곱을 구하면?

- ① -8 ② -2 ③ 1 ④ 4 ⑤ 8

해설

$x(x-1)(x+1)(x+2)-8=0$
 $\{x(x+1)\}\{(x-1)(x+2)\}-8=0$
 $(x^2+x)(x^2+x-2)-8=0$
 $x^2+x=t$ 라 하면, $t(t-2)-8=0$
 $\therefore t^2-2t-8=x^4+2x^3-x^2-2x-8=0$
근과 계수와의 관계에 의해서, 근을 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 라 하면 $\therefore$ 모든
해의 곱은 -8

해설

근과 계수의 관계에서 모든 해의 곱을 나타내는 것은 다항식을 전개했을 때의 상수항이므로 -8 (단, 다항식의 최고차항의 차수가 홀수일 때는 상수항의 부호를 반대로 바꾼것이 모든 해의 곱이다.)

10. 다음 중 $1+i$ 가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

- ① $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 1)$
② $(x^2 - 2x + 2)(x - 1)(x + 1)$
③ $(x^2 - 1)(x^2 - 2x - 1)$
④ $(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$
⑤ $(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

한 근이 $1+i$ 이면
다른 한 근은 $1-i$ 이다.
 $\therefore \{x - (1+i)\} \{x - (1-i)\} = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$
주어진 조건에 맞는 방정식:
 $(x^2 - 2x + 2)(x - \alpha)^2 = 0$
 $\therefore$ ①이 조건에 맞다

11. 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=1 \\ xy-y^2=6 \end{cases}$ 의 해를 구하면 $x=p, y=q$ 또는 $x=r, y=s$ 이다. $p+q+r+s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{cases} x-2y=1 & \cdots \textcircled{A} \\ xy-y^2=6 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A}$ 에서 $x=2y+1 \cdots \cdots \textcircled{C}$

$\textcircled{C}$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하여 정리하면

$$y^2+y-6=0(y-2)(y+3)=0$$

$$\therefore y=2, -3$$

$y=2, y=-3$ 을 $\textcircled{C}$ 에 대입하면

$$\text{각각 } x=5, x=-5$$

$$\therefore x=5, y=2 \text{ 또는 } x=-5, y=-3$$

12. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

- ① $A > B > 0, C > D > 0$ 이면 $AC > BD$ 이다.
- ② $A > B, C > D$ 이면 $A + C > B + D$ 이다.
- ③ $A > B > 0$ 이면 $A^2 > B^2$ 이다.
- ④ $A > B$ 이면 $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$ 이다.
- ⑤ $A > 0 > B$ 이면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 이다.

해설

- ④ 만약 $B < 0 < A$ 인 경우라면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 가 되어 주어진 문장은 틀리다.

13. 부등식 $|x+1|+|x-1| \geq 4$ 의 해는 $x \leq a$ 또는 $x \geq b$ 이다. $a+b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

(i) $x < -1$
 $-(x+1) - (x-1) \geq 4, x \leq -2$

(ii) $-1 \leq x < 1$
 $x+1 - (x-1) \geq 4$
 $2 \geq 4$ (성립 안함)

(iii) $x \geq 1$
 $x+1 + x-1 \geq 4$
 $x \geq 2$

(i), (iii)을 합하면 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

$\therefore a+b=0$

14. 부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx + a > 0$ 의 해는?

- ① $x < -\frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > -\frac{1}{\beta}$ ② $x < -\frac{1}{\beta}$ 또는 $x > \frac{1}{\alpha}$
③ $-\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}$ ④ $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$
⑤ $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 이므로
 $a < 0$ 이다. 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 이고
이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x - \alpha)(x - \beta) < 0$
양변에 a 를 곱하면
 $a(x - \alpha)(x - \beta) > 0$
 $ax^2 - a(\alpha + \beta)x + a\alpha\beta > 0$
 $\therefore b = -a(\alpha + \beta), c = a\alpha\beta$
따라서 $cx^2 - bx + a > 0$ 에 대입하면
 $a\alpha\beta x^2 + a(\alpha + \beta)x + a > 0$
 $\alpha\beta x^2 + (\alpha + \beta)x + 1 < 0$
 $(\alpha x + 1)(\beta x + 1) < 0$
 $\therefore -\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta} (\because 0 < \alpha < \beta)$

15. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 < x < 2$

해설

부등식 $x^2 - 4 < 0$ 에서 $(x+2)(x-2) < 0$

$\therefore -2 < x < 2 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

$x^2 - 4x < 5$ 에서 $x^2 - 4x - 5 < 0$

$(x+1)(x-5) < 0$

$\therefore -1 < x < 5 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$\therefore -1 < x < 2$

16. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

17. 두 다항식 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$, $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -21 ② -15 ③ -5 ④ -1 ⑤ 0

해설

$(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^4 항의 계수는 x^3 의 계수와는 관계가 없다.
따라서 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 같다.
 $\therefore a = b \quad \therefore a - b = 0$

18. 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(0)$ 의 값은?

- ① $2f(1) - f(2)$ ② $2\{f(1) + f(2)\}$
③ $2(1) + f(2)$ ④ $4\{f(1) + f(2)\}$
⑤ $4\{f(1) - f(2)\}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x + 2)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 1)(x - 2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$R(x) = ax + b, \quad R(0) = b$$

$$f(1) = a + b, \quad f(2) = 2a + b$$

$$2f(1) - f(2) = b$$

19. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A \otimes B$ 를 $A \otimes B = \frac{B}{B-A}$ 라 할 때, $(x \otimes x^2) + (x^2 - x) \otimes (x - 1)$ 을 간단히 하면? (단, $x \neq 0, x \neq 1$ 인 실수)

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} (x \otimes x^2) &= \frac{x^2}{x^2 - x} = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{x-1} \\ (x^2 - x) \otimes (x - 1) &= \frac{x-1}{(x-1) - (x^2 - x)} \\ &= \frac{x-1}{x-1-x^2+x} \\ &= \frac{(x-1)}{-(x^2-2x+1)} \\ &= \frac{(x-1)}{-(x-1)^2} \\ &= -\frac{1}{x-1} \end{aligned}$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = \frac{x}{x-1} - \frac{1}{(x-1)} = \frac{x-1}{x-1} = 1$$

20. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k + i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 될 때, $z \cdot \bar{z}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$z = 3(k + i) - k(1 - i)^2$ 를 정리하면

$$z = 3k + 3i + 2ki = 3k + (3 + 2k)i$$

이것이 순허수이려면 $3k = 0$, $3 + 2k \neq 0$

$k = 0$ 이므로 $z = 3i$, $\bar{z} = -3i$

$$\therefore z \cdot \bar{z} = 3i \cdot -3i = 9$$

21. $a < 0, b < 0$ 일 때 다음 중 성립하지 않는 것은?

① $\sqrt{a} \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

② $\sqrt{a^3 b} = -a \sqrt{ab}$

③ $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}}$

④ $\sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{b \sqrt{a}}{a}$

⑤ $\sqrt{a^2 b} = -a \sqrt{b}$

해설

$a < 0, b < 0$ 이므로,

$$\begin{aligned} \text{① } \sqrt{a} \sqrt{b} &= \sqrt{-a}i \sqrt{-b}i \\ &= \sqrt{-a} \sqrt{-b}i^2 \\ &= -\sqrt{-a} \sqrt{-b} \\ &= -\sqrt{ab} \end{aligned}$$

($\because -a > 0, -b > 0$)

따라서, $\sqrt{a} \sqrt{b} = -\sqrt{ab}$

$$\begin{aligned} \text{② } \sqrt{a^3 b} &= \sqrt{a^2 \cdot (ab)} \\ &= \sqrt{a^2} \sqrt{ab} \\ &= |a| \sqrt{ab} \\ &= -a \sqrt{ab} \end{aligned}$$

$$\text{③ } \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}}$$

$$\text{④ } \sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{|b|}{\sqrt{a}} = -\frac{b}{\sqrt{a}} = -\frac{b \sqrt{a}}{|a|} = \frac{b \sqrt{a}}{a}$$

$$\text{⑤ } \sqrt{a^2 b} = -a \sqrt{b}$$

22. 방정식 $a^2x+1=a(x+1)$ 의 해가 존재하지 않을 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$a^2x+1=a(x+1)$ 에서 $a(a-1)x=a-1$

i) $a=1$ 일 때, $0 \cdot x=0$ 이므로 해는 무수히 많다.

ii) $a=0$ 이면 $0 \cdot x=-1$ 이므로 해가 없다.

iii) $a \neq 0, a \neq 1$ 일 때, $x = \frac{a-1}{a(a-1)} = \frac{1}{a}$

따라서 해가 없을 때의 a 의 값은 0이다.

23. 다음은 이차방정식 $ax^2+bx+c=0(c\neq 0)$ 의 두 근이 α,β 일 때, $\frac{1}{\alpha},\frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식을 구하는 과정이다.

$\frac{1}{\alpha},\frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차항의 계수가
1인 이차방정식은 $x^2+[\text{㉠}]x+\frac{1}{a\beta}=0$
근과 계수와의 관계에서 $\alpha+\beta=-\frac{b}{a},\alpha\beta=\frac{c}{a}$
이므로 구하는 방정식은 $x^2+[\text{㉡}]x+\frac{a}{c}=0$
이것을 정리하면 $[\text{㉢}]=0$ 이다.

위의 풀이 과정에서 ㉠,㉡,㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

- ① $-\left(\frac{\alpha+\beta}{a\beta}\right),-\frac{b}{c},cx^2-bx+a$

② $-\left(\frac{\alpha+\beta}{a\beta}\right),\frac{b}{c},cx^2+bx+a$

③ $\left(\frac{\alpha+\beta}{a\beta}\right),-\frac{b}{c},cx^2-bx+a$

④ $\left(\frac{\alpha+\beta}{a\beta}\right),\frac{b}{c},cx^2+bx+a$

⑤ $\left(\frac{\alpha+\beta}{a\beta}\right),\frac{b}{c},cx^2-bx+a$

해설

㉠ 은 $-(\text{두 근의 합})$ 이므로 $-\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)\therefore-\left(\frac{\alpha+\beta}{a\beta}\right)$
 $-\left(\frac{\alpha+\beta}{a\beta}\right)=-\frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}}=\frac{b}{c}\leftarrow\text{㉡}$
 $x^2+\frac{b}{c}x+\frac{a}{c}=0$
 $cx^2+bx+a=0\leftarrow\text{㉢}$

24. 갑, 을, 병 세 사람의 200 m 달리기 기록의 평균은 53초이고, 갑과 병의 기록의 평균은 52초, 을과 병의 기록의 평균은 50초라고 할 때, 갑의 기록은?

① 45초 ② 50초 ③ 52초 ④ 55초 ⑤ 59초

해설

갑, 을, 병의 기록값을 a, b, c 라 할 때

$$\frac{a+b+c}{3} = 53, \frac{a+c}{2} = 52, \frac{b+c}{2} = 50$$

$$\begin{cases} a+b+c = 159 \\ a+c = 104 \\ b+c = 100 \end{cases}$$

$$\therefore a = 59$$

25. 방정식 $x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$ 을 만족하는 두 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$ 에서
 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$
 x, y 는 실수이므로 $x = -1, y = 2$
 $\therefore x + y = -1 + 2 = 1$