

1. 다음 중 그 값이 다른 것을 고르면?

① $\sqrt{7}$

② 7의 제곱근

③ $\sqrt{7^2}$ 의 제곱근

④ $(-\sqrt{7})^2$ 의 제곱근

⑤ $x^2 = 7$ 을 만족시키는 수 x

해설

② 7의 제곱근: $\pm\sqrt{7}$

③ $\sqrt{7^2} = 7$ 의 제곱근: $\pm\sqrt{7}$

④ $(-\sqrt{7})^2 = 7$ 의 제곱근: $\pm\sqrt{7}$

⑤ $x^2 = 7$ 을 만족시키는 수 $x = \pm\sqrt{7}$

2. 다음 보기 중 제곱근을 바르게 구한 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 36 의 음의 제곱근 $\rightarrow -6$

㉡ 5 의 제곱근 $\rightarrow \pm\sqrt{5}$

㉢ $(-3)^2$ 의 제곱근 $\rightarrow 3$

㉤ $\sqrt{16}$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 4$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉤

해설

㉢ $(-3)^2$ 의 제곱근 $\rightarrow 9$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 3$

㉤ $\sqrt{16}$ 의 제곱근 $\rightarrow 4$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 2$

3. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것은?

① $-\sqrt{3} < -2$

② $\sqrt{(-3)^2} < \sqrt{(-2)^2}$

③ $-\sqrt{12} < -4$

④ $3 < \sqrt{8}$

⑤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\frac{1}{2}$

해설

① $-\sqrt{3} > -2 (= -\sqrt{4})$

② $\sqrt{(-3)^2} (= 3) > \sqrt{(-2)^2} (= 2)$

③ $-\sqrt{12} > -4 (= -\sqrt{16})$

④ $3 (= \sqrt{9}) > \sqrt{8}$

⑤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\frac{1}{2} \left(= -\sqrt{\frac{1}{4}} \right)$

4. 다음 부등식을 만족시키는 자연수 x 값이 아닌 것은?

보기

$$3 < \sqrt{x} < 5$$

① 24

② 20

③ 16

④ 12

⑤ 8

해설

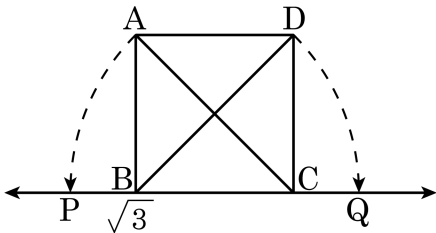
$$3 < \sqrt{x} < 5$$

$$3^2 < (\sqrt{x})^2 < 5^2 \text{ 이므로}$$

$$9 < x < 25$$

따라서 x 는 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 이다.

5. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형이고, B($\sqrt{3}$) 이다. 이 때, 점 P의 좌표를 구하면?



① $2\sqrt{3}$

② $-1 + 2\sqrt{2}$

③ $-1 + 2\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{3} - \sqrt{2}$

⑤ $1 + \sqrt{3} - \sqrt{2}$

해설

정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 점 C 의 좌표는 $C(\sqrt{3} + 1)$ 이다.

정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 대각선 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.

따라서 점 P 의 좌표는 $P(\sqrt{3} + 1 - \sqrt{2})$ 이다.

6. 다음 두 실수의 대소를 비교한 것 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{3} + 7 < 9$

② $\sqrt{15} - \sqrt{8} < 4 - \sqrt{8}$

③ $\sqrt{11} - 5 < \sqrt{11} - \sqrt{26}$

④ $\sqrt{50} + 7 > 14$

⑤ $-\sqrt{5} - 3 > -\sqrt{6} - 3$

해설

$$\textcircled{3} \quad (\sqrt{11} - 5) - (\sqrt{11} - \sqrt{26}) = -5 + \sqrt{26} = -\sqrt{25} + \sqrt{26} > 0$$

$$\therefore \sqrt{11} - 5 > \sqrt{11} - \sqrt{26}$$

7. 다음 중 제곱근을 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것은 모두 몇 개인가?

$$12, 0.4, \frac{1}{16}, 0.\dot{4}, \frac{4}{25}$$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

12 의 제곱근 $\pm\sqrt{12}$

0.4 의 제곱근 $\pm\sqrt{0.4}$

$\frac{1}{16}$ 의 제곱근 $\pm\frac{1}{4}$

$0.\dot{4}$ 의 제곱근 $\pm\frac{2}{3}$

$\frac{4}{25}$ 의 제곱근 $\pm\frac{2}{5}$

8. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ 0의 제곱근은 0 뿐이다.
- ㉡ 음수의 제곱근은 1개이다.
- ㉢ 제곱근은 항상 무리수이다.
- ㉣ $\sqrt{(-81)^2}$ 의 제곱근은 ± 9 이다.
- ㉤ $-\sqrt{a}$ 는 $-a$ 의 음의 제곱근이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉡ 음수의 제곱근은 없다.
- ㉢ 제곱근은 무리수일 수도 있고 유리수일 수도 있다.
- ㉤ $-\sqrt{a}$ 는 a 의 음의 제곱근이다.

9. $\sqrt{31-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 6$

해설

31 보다 작은 제곱수는 1, 4, 9, 16, 25

$$\sqrt{31-x} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore x = 6$$

10. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

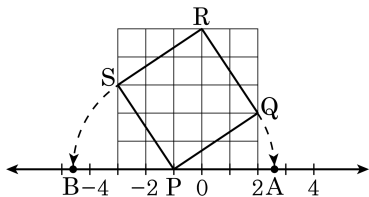
해설

③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.

④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

11. 다음 그림에서 $\square PQRS$ 는 정사각형이고, $\overline{PQ} = \overline{PA}$, $\overline{PS} = \overline{PB}$ 이다. 두 점 A, B 의 x 의 좌표를 각각 a , b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -2$

해설

$$\overline{PQ} = \overline{PS} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

$A(-1 + \sqrt{13})$, $B(-1 - \sqrt{13})$ 이므로

$$a = -1 + \sqrt{13}, b = -1 - \sqrt{13}$$

$$\therefore a + b = \sqrt{13} - 1 + (-\sqrt{13} - 1) = -2 \text{ 이다.}$$

12. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ 수직선에 나타낼 수 없는 무리수도 있다.
- ㉡ $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.
- ㉢ 수직선은 유리수와 무리수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다.
- ㉣ 수직선 위에서 오른쪽에 있는 실수가 왼쪽에 있는 실수보다 크다.
- ㉤ 수직선 위에는 유리수에 대응하는 점들만 있는 것이 아니고 무리수에 대응하는 점들도 있다.
- ㉥ 서로 다른 두 무리수의 합은 반드시 무리수이다.
- ㉦ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이다.

① 7 개

② 6 개

③ 5 개

④ 4 개

⑤ 3 개

해설

- ㉠ 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ㉡ $1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 $-1, 0, 1$ 의 3 개의 정수가 있다.
- ㉥ $(\sqrt{2}) + (-\sqrt{2}) = 0$ 은 유리수이다.

13. 다음 세 수 a, b, c 의 대소 비교를 하여라.

$$a = 2\sqrt{3} - 1, b = 3\sqrt{2} - 1, c = 9 - 3\sqrt{3}$$

▶ 답:

▷ 정답: $a < b < c$

해설

$$a = 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1$$

$$b = 3\sqrt{2} - 1 = \sqrt{18} - 1$$

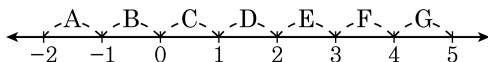
$$c = 9 - 3\sqrt{3} = 9 - \sqrt{27}$$

$$c - b = 9 - 3\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + 1$$

$$= 10 - 3(\sqrt{3} + \sqrt{2}) > 0 \quad \therefore c > b$$

$$\therefore c > b > a$$

14. 다음 수들이 위치하는 구간과 바르게 연결된 것은?



① $2 + \sqrt{3} : G$

② $5 - \sqrt{2} : F$

③ $2\sqrt{3} + 1 : E$

④ $\sqrt{6} - 3 : A$

⑤ $\frac{\sqrt{3} + 4}{2} : B$

해설

① $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ 에서 $3 < 2 + \sqrt{3} < 4$: 점 F

② $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$ 에서 $3 < 5 - \sqrt{2} < 4$: 점 F

③ $\sqrt{9} < 2\sqrt{3} < \sqrt{16}$ 에서 $4 < 2\sqrt{3} + 1 < 5$: 점 G

④ $\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$ 에서 $-1 < \sqrt{6} - 3 < 0$: 점 B

⑤ $5 < \sqrt{3} + 4 < 6$ 에서 $\frac{5}{2} < \frac{\sqrt{3} + 4}{2} < 3$: 점 E

15. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0

② $2a$

③ $a - b$

④ $2b$

⑤ $a + b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.

$a - b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$

$b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$

따라서

$$\begin{aligned} & \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2} \\ &= -a + b - (-a) + b \\ &= 2b \end{aligned}$$

16. $\sqrt{19+x}$ 와 $\sqrt{120x}$ 가 모두 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\sqrt{19+x}$ 가 자연수가 되려면 $19+x = 25, 36, 49, \dots \therefore x = 6, 17, 30, \dots \dots \textcircled{\text{㉠}}$

$\sqrt{120x} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times x}$ 가 자연수가 되려면 $\therefore x = 2 \times 3 \times 5, 2^3 \times 3 \times 5, \dots \dots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 가장 작은 자연수 x 는 30 이다.

17. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

- ① $\sqrt{a} + b$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $a^2 - b^2$
④ ab ⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

18. 다음 중 그 결과가 반드시 무리수인 것은?

① (무리수) + (무리수)

② (무리수) - (무리수)

③ (유리수) $\times$ (무리수)

④ (무리수) $\div$ (무리수)

⑤ (무리수) - (유리수)

해설

① $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ (유리수)

② $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$ (유리수)

③ $0 \times \sqrt{2} = 0$ (유리수)

④ $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$ (유리수)

19. $2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{1024}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{1024}}} &= 2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{(2^5)^2}}} \\ &= 2\sqrt{4\sqrt{8 \times 2^5}} \\ &= 2\sqrt{4 \times 2^4} \\ &= 2 \times 2^3 \\ &= 2^4 \end{aligned}$$

20. $-2 < x < y < 0$ 일 때, 다음 양수를 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{(2-x)^2}$

㉡ $-\sqrt{(x-2)^2}$

㉢ $\sqrt{(2+y)^2}$

㉣ $-\sqrt{(-y)^2}$

㉤ $-\sqrt{(y-2)^2}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ $-2 < x < y < 0$ 이므로 $2 < 2-x < 4$

$\Rightarrow 2 < \sqrt{(2-x)^2} = 2-x < 4$

㉡ $-2 < x < 0$ 이므로 $-4 < x-2 < -2$

$\Rightarrow -4 < x-2 < -2$

㉢ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < y+2 < 2$

$\Rightarrow 0 < \sqrt{(2+y)^2} = y+2 < 2$

㉣ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < -y < 2$

$\Rightarrow -2 < -\sqrt{(-y)^2} = -(-y) = y < 0$

㉤ $-2 < y < 0$ 이므로 $-4 < y-2 < -2$