

1. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 Δ, ∇ 를 $A\Delta B = 2A + B, A\nabla B = A - 3B$ 로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3, B = x^2 + 3x + 1$ 일 때 $A\nabla(B\Delta A)$ 를 구하면?

- ① $2x^3 - 18x - 10$ ② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$
③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$ ④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$
⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned} A\nabla(B\Delta A) &= A\nabla(2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B \end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B 에 대입하여 정리한다.

2. 다항식 $x^5\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)$ 의 차수는?

- ① 2차 ② 3차 ③ 6차 ④ 7차 ⑤ 8차

해설

$$\begin{aligned} & x^5\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right) \\ &= x^2(x^2 + 1)(x^2 + 2x + 3) \\ &\therefore 6\text{차 다항식} \end{aligned}$$

3. $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 하는 상수 a 의 값을 구하면?

① -3 ② 3 ③ -6 ④ 6 ⑤ 12

해설

직접 나누어 본다.
 $\therefore a - 3 = 0, a = 3$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 이 되는 x 값을 대입한다.
 $x^2 + x + 1 = 0$ 에서 $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0, x^3 - 1 = 0$
 $\therefore x^3 = 1$
준 식의 좌변에 $x^3 = 1, x^2 = -x - 1$ 을 대입하면
 $2x - 1 + 2(-x - 1) + a = 0, a - 3 = 0$
 $\therefore a = 3$

4. 다항식 $A = 2x^3 - 7x^2 - 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x - 1$, 나머지가 $-7x - 2$ 이다. 다항식 $B = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 14 ⑤ 17

해설

$$A = 2x^3 - 7x^2 - 4 = B(2x - 1) - 7x - 2 \text{ 이다.}$$

$$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = B(2x - 1)$$

좌변을 $2x - 1$ 로 나누면

$$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)$$

$$\therefore B = x^2 - 3x + 2$$

5. $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$ 일 때, $(x+y)(y+z)(z+x)$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}x+y+z &= 1 \text{ 에서} \\x+y &= 1-z \\y+z &= 1-x \\z+x &= 1-y \\(x+y)(y+z)(z+x) &= (1-z)(1-x)(1-y) \\&= 1 - (x+y+z) + (xy+yz+zx) - xyz \\&= 1 - 1 + 2 - 3 = -1\end{aligned}$$

6. 다음 중 식의 전개가 바르지 않은 것을 고르면?

① $(1-x)(1+x+x^2) = 1-x^3$

② $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2) = x^4+x^2y^2+y^4$

③ $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2) = x^4-8x^2+12$

④ $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4) = a^8-b^8$

⑤ $(a+b-c)(a-b+c) = a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$$\begin{aligned} & (x-3)(x-2)(x+1)(x+2) \\ &= (x^2-x-6)(x^2-x-2) \\ & x^2-x = Y \text{라 놓자.} \\ & (Y-6)(Y-2) = Y^2 - 8Y + 12 \\ & \quad = (x^2-x)^2 - 8(x^2-x) + 12 \\ & \quad = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12 \end{aligned}$$

7. 두 다항식 $(1+x+x^2+x^3)^3$, $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① $4^3 - 5^3$

② $3^3 - 3^4$

③ 0

④ 1

⑤ -1

해설

두 다항식이 $1+x+x^2+x^3$ 을 포함하고 있으므로 $1+x+x^2+x^3 = A$ 라 놓으면

$$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$$

$$= (A+x^4)^3$$

$$= A^3 + 3A^2x^4 + 3Ax^8 + x^{12}$$

$$= A^3 + (3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$$

이 때 $(3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$ 은 x^3 항을 포함하고 있지 않으므로 두 다항식의 x^3 의 계수는 같다.

$$\therefore a-b=0$$

8. 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 겉넓이는?

① 144 ② 196 ③ 288 ④ 308 ⑤ 496

해설

세 모서리를 x, y, z 라 하면

$$x + y + z = 22 \cdots \cdots ①$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 14 \cdots \cdots ② \text{이고}$$

겉넓이는 $2(xy + yz + zx)$ 이다.

$$①, ② \text{에서 } 22^2 = 14^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore 2(xy + yz + zx) = 288$$

9. x 의 다항식 $x^3 + ax + b$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때, 나머지가 $2x + 1$ 이 되도록 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^3 + ax + b$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때,
몫을 $x + q$ 라 하면 (일반적으로 $px + q$ 로 해야겠지만 x^3 의 계수가 1이므로 $x + q$)

$$x^3 + ax + b = (x^2 - 3x + 2)(x + q) + 2x + 1$$

$$\therefore x^3 + ax + b = (x - 2)(x - 1)(x + q) + 2x + 1$$

이 등식은 x 에 관한 항등식이므로

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1 + a + b = 2 + 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 8 + 2a + b = 4 + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } a = -5, b = 7$$

$$\therefore a + b = 2$$

10. 다항식 $f(x) = x^3 - 3x^2 + kx - 6$ 이 일차식 $x - 2$ 로 나누어떨어질 때, $f(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지는?

① -3 ② -1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-2)Q(x) \\ \text{즉, } f(2) &= 8 - 12 + 2k - 6 = 0 \\ \therefore k &= 5 \\ f(x) &= x^3 - 3x^2 + 5x - 6 \\ \therefore f(1) &= -3 \end{aligned}$$

11. $f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지가 각각 3, 5일 때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눈 나머지를 구하면?

① $2x+1$

② $2x+3$

③ $2x-1$

④ $2x$

⑤ $2x-3$

해설

x^2-3x+2 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라 하면 $f(x) = (x^2-3x+2)Q(x) + ax+b$
그런데 $f(1) = 3$, $f(2) = 5$ 이므로
 $a+b = 3$, $2a+b = 5$
 $\therefore a = 2$, $b = 1$
따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

12. 다항식 $f(x)$ 를 $2x - 1$ 로 나누면 나머지는 -4 이고, 그 몫을 $x + 2$ 로 나누면 나머지는 2 이다. 이때, $f(x)$ 를 $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -14

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$

13. 다항식 $f(x) = x^2 + ax + b$ 에 대하여 $f(x) - 2$ 는 $x - 1$ 로 나누어 떨어지고 $f(x) + 2$ 는 $x + 1$ 로 나누어 떨어진다. 이 때, $a - 2b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x) - 2$ 는 $x - 1$ 로 떨어지므로
 $f(1) - 2 = 0 \therefore 1 + a + b - 2 = 0$
 $\therefore a + b = 1 \cdots \textcircled{1}$
 $f(x) + 2$ 는 $x + 1$ 로 나누어 떨어지므로
 $f(-1) + 2 = 0 \therefore 1 - a + b + 2 = 0$
 $\therefore -a + b = -3 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $a = 2, b = -1 \therefore a - 2b = 4$

14. 100개의 다항식 $x^2-x-1, x^2-x-2, \dots, x^2-x-100$ 중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해되는 것은 모두 몇 개인가?

- ① 5개 ② 7개 ③ 9개 ④ 11개 ⑤ 13개

해설

$x^2-x-n = (x+a)(x-b)$ (a, b 는 자연수)라 하면
 $b = a+1, ab = n$ ($1 \leq n \leq 100$)

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
b	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n=ab$	2	6	12	20	30	42	56	72	90

\therefore 9(개)

15. 사차식 $x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3y$

② $x - 2y$

③ $x - y$

④ $x + y$

⑤ $x + 3y$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4 &= (x^2 - 9y^2)(x^2 - y^2) \\ &= (x - 3y)(x + 3y)(x - y)(x + y)\end{aligned}$$

16. $x^2 + xy - 2y^2 - 2x - y + 1$ 을 인수분해하면?

- ① $(x + y - 1)(x + 2y - 1)$ ② $(x - y - 1)(x + 2y - 1)$
③ $(x - y + 1)(x + 2y - 1)$ ④ $(x - y - 1)(x + 2y + 1)$
⑤ $(x + y + 1)(x + 2y - 1)$

해설

x 에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해한다.

$$x^2 + (y - 2)x - 2y^2 - y + 1$$

$$= (x - (y + 1))(x + (2y - 1))$$

$$= (x - y - 1)(x + 2y - 1)$$

17. $3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3$ 을 인수분해 하면?

① $(x + y + 1)(3x + y - 3)$

② $(x - y + 1)(3x - y - 3)$

③ $(3x + y + 1)(x - y - 3)$

④ $(x + y + 1)(3x - y - 3)$

⑤ $(x - y - 1)(3x - y - 3)$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3 \\ &= (3x - (y + 3))(x + y + 1) \\ &= (x + y + 1)(3x - y - 3) \end{aligned}$$

18. 다음 □안에 들어갈 식이 바르게 연결되지 않은 것은?

$$\begin{aligned}
 & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\
 &= (b-c)a^2 - \boxed{\text{㉠}} a + \boxed{\text{㉡}}(b-c) \\
 &= \boxed{\text{㉢}} \{a^2 - \boxed{\text{㉣}} a + \boxed{\text{㉤}}\} \\
 &= (b-c)(a-b)\boxed{\text{㉥}}
 \end{aligned}$$

- ① ㉠) $(b^2 - c^2)$ ② ㉡) bc ③ ㉢) $(b - c)$
 ④ ㉣) $(b + c)$ ⑤ ㉥) $(c - a)$

해설

$$\begin{aligned}
 & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\
 &= (b-c)a^2 + b^2c - ab^2 + c^2a - bc^2 \\
 &= (b-c)a^2 - \boxed{(b^2 - c^2)} a + \boxed{bc}(b-c) \\
 &= \boxed{(b-c)} \{a^2 - \boxed{(b+c)} a + \boxed{bc}\} \\
 &= (b-c)(a-b)\boxed{(a-c)}
 \end{aligned}$$

19. 다음 중 $x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 34x - 24$ 를 인수분해 하였을 때, 인수가 아닌 것은?

- ① $x - 1$ ② $x - 2$ ③ $x + 3$ ④ $x + 4$ ⑤ $x - 4$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 34x - 24 \text{라 하면} \\ f(1) &= f(2) = 0 \text{이므로} \\ f(x) &\text{는 } x-1, x-2 \text{를 인수로 갖는다.} \\ \text{조립제법을 해 보면 즉,} \\ x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 34x - 24 \\ &= (x-1)(x-2)(x^2 - x - 12) \\ &= (x-1)(x-2)(x-4)(x+3) \end{aligned}$$

20. $(2^{48} - 1)$ 은 60 과 70 사이의 어떤 두 수로 나누어 떨어진다. 이 두 수는?

① 61, 63

② 61, 65

③ 63, 65

④ 63, 67

⑤ 67, 69

해설

$$\begin{aligned} 2^{48} - 1 &= (2^6 - 1)(2^6 + 1)(2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \\ &= 63 \cdot 65 \cdot (2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \end{aligned}$$

따라서 $2^{48} - 1$ 은 63과 65로 나누어 떨어진다.

21. $x = 1001$ 일 때, $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

22. 임의의 실수 a, b 에 대하여 연산 Δ 를 $a\Delta b = a^2 - ab + b^2$ 라 할 때, $(x^2\Delta x) + (2x\Delta x) - (x\Delta 1) - 3$ 을 인수분해하면?

- ㉠ $(x-1)(x+1)(x^2-x+4)$ ㉡ $(x-2)(x+1)(x^2-x+4)$
㉢ $(x-1)(x+2)(x^2-x+2)$ ㉣ $(x-1)(x+1)(x+2)^2$
㉤ $(x-2)(x+1)(x+2)^2$

해설

$$\begin{aligned}x^2\Delta x &= x^4 - x^3 + x^2 \\2x\Delta x &= 4x^2 - 2x^2 + x^2 = 3x^2 \\x\Delta 1 &= x^2 - x + 1 \text{ 이므로} \\ \text{준식} &= x^4 - x^3 + x^2 + 3x^2 - x^2 + x - 1 - 3 \\ &= x^4 - x^3 + 3x^2 + x - 4 \\ &= (x-1)(x+1)(x^2-x+4)\end{aligned}$$

23. 복소수 $a^2(1+i) + a(3+2i) + 2$ 를 제곱하면 음의 실수가 된다. 이 때, 실수 a 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

(준식) $= (a^2 + 3a + 2) + (a^2 + 2a)i \Rightarrow$ 순허수
즉, $a^2 + 3a + 2 = 0$
 $a^2 + 2a \neq 0$ 이므로 $\therefore a = -1$

24. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k+i) - k(1-i)^2$ 의 값이 순허수가 될 때, $z \cdot \bar{z}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} z &= 3(k+i) - k(1-i)^2 \text{ 를 정리하면} \\ z &= 3k + 3i + 2ki = 3k + (3+2k)i \\ \text{이것이 순허수이려면 } 3k &= 0, 3+2k \neq 0 \\ k &= 0 \text{ 이므로 } z = 3i, \bar{z} = -3i \\ \therefore z \cdot \bar{z} &= 3i \cdot -3i = 9 \end{aligned}$$

25. 다음 등식을 만족시키는 실수 x, y 를 구할 때, x^2+y^2 의 값을 구하시오.

$$(1 - 2xi)(2 - yi) = 6 - 2i \quad (\text{단, } x > 0)$$

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$(2 - 2xy) - (4x + y)i = 6 - 2i$$

$$2 - 2xy = 6, \quad 4x + y = 2$$

연립하여 x 에 대해 정리하면

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$(x - 1)(2x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 1(x > 0), y = -2$$

26. $f(x) = \frac{x}{1-i}$, $g(x) = \frac{x}{1+i}$ 인 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $\{f(1+i)\}^{2006} +$
 $\{g(1-i)\}^{2007}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1+i ③ -1
④ -1-i ⑤ 2

해설

$$f(1+i) = \frac{1+i}{1-i} = i$$

$$g(1-i) = \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= (i)^{2006} + (-i)^{2007} \\ &= i^2 + (-i)^3 (\because i^{2004} = (-i)^{2004} = 1) \\ &= -1 + i \end{aligned}$$

27. $f(x) = \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{1000}$ 일 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) - f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값을 구하면?

- ① i ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ $2i$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1-i}{1+i} &= -i, \quad \frac{1+i}{1-i} = i \\ f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) - f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) & \\ &= f(-i) - f(i) \\ &= \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{1000} - \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{1000} \\ &= (-i)^{1000} - (i)^{1000} \\ &= 1 - 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

28. $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{200} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{200}$ 을 간단히 하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -2 ⑤ -4

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2 &= i & \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2 &= -i \\ \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{200} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{200} &= i^{100} + (-i)^{100} \\ &= (i^4)^{25} + ((-i)^4)^{25} \\ &= 1 + 1 = 2\end{aligned}$$

29. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{2010}$ 일 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값은?

- ㉠ -2 ㉡ -2i ㉢ 0 ㉣ 2 ㉤ 2i

해설

$$\begin{aligned}\frac{1-i}{1+i} &= \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i \\ \frac{1+i}{1-i} &= \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i \text{ 이므로} \\ f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) &= f(-i) + f(i) \\ &= \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2010} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2010} \\ &= i^{2010} + (-i)^{2010} \\ &= (i^4)^{502} \cdot i^2 + \{(-i)^4\}^{502} \cdot (-i)^2 \\ &= -1 + (-1) = -2\end{aligned}$$

30. $\alpha = 1 - i$ 일 때, $\alpha\bar{\alpha}^2 + \alpha^2\bar{\alpha}$ 의 값은?
(단, $\bar{\alpha}$ 는 α 의 켈레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① $-2i$

② 2

③ $2i$

④ 4

⑤ $2 + 3i$

해설

$$\begin{aligned}\alpha &= 1 - i, \bar{\alpha} = 1 + i \\ \alpha + \bar{\alpha} &= 2, \alpha\bar{\alpha} = 2 \\ \alpha\bar{\alpha}^2 + \alpha^2\bar{\alpha} &= \alpha\bar{\alpha}(\alpha + \bar{\alpha}) \\ &= 2 \cdot 2 \\ &= 4\end{aligned}$$

31. 두 복소수 $\alpha = a - 2i$, $\beta = 5 + bi$ 에 대하여 $\alpha + \bar{\beta} = 3 - 2i$ 를 만족하는 실수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = -6$

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \bar{\beta} &= 3 - 2i \\ (a - 2i) + (5 - bi) &= 3 + 2i \\ (a + 5) - (2 + b)i &= 3 + 2i \\ \therefore a = -2, b &= -4 \\ \therefore a + b &= -6\end{aligned}$$

32. 실수 a, b 에 대하여 $(a+b-5)^2 + \sqrt{(ab+3)^2} = 0$, $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

① $-\sqrt{13}$

② $-\sqrt{37}$

③ $\sqrt{19}$

④ $\sqrt{13}$

⑤ $\sqrt{37}$

해설

$$(a+b-5)^2 + \sqrt{(ab+3)^2} = (a+b-5)^2 + |ab+3| = 0 \rightarrow$$

$$a+b=5, ab=-3, (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = 37$$

$$a-b = \pm\sqrt{37} \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \text{ 가 성립하려면, } a < 0 \text{ 그리고 } b \geq 0 \text{ 일 때이다.}$$

$$\therefore a-b < 0 \text{ 이므로 } \textcircled{1} \text{에서 } a-b = -\sqrt{37}$$

33. $a^2 - b^2 = 2$ 일 때, $\{(a+b)^n + (a-b)^n\}^2 - \{(a+b)^n - (a-b)^n\}^2$ 의 값은?

- ① 2^n ② 2^{n+1} ③ 2^{n+2} ④ 2^{n+3} ⑤ 2^{n+4}

해설

$$\begin{aligned}(a+b)^n &= A, (a-b)^n = B \\(\text{준식}) &= (A^2 + 2AB + B^2) - (A^2 - 2AB + B^2) \\&= 4AB \\&= 4\{(a+b)(a-b)\}^n \\&= 4 \times 2^n \\&= 2^{n+2}\end{aligned}$$

34. $x + \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^{101} + \frac{1}{x^{101}}$ 의 값은?

- ① 1 ② -1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 101

해설

$$x + \frac{1}{x} = 1 \text{ 에서 } x^2 + 1 = x$$

$$\therefore x^2 - x + 1 = 0, x^3 = -1$$

$$\begin{aligned} (\text{준 식}) &= (x^3)^{33} \cdot x^2 + \frac{1}{(x^3)^{33} \cdot x^2} \\ &= -x^2 + \frac{-1}{x^2} = -\frac{x^4 + 1}{x^2} = -\frac{-x + 1}{x^2} \\ &= \frac{x - 1}{x^2} = 1 \end{aligned}$$

35. 2가 아닌 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{ax^2+4x+b}{x-2}$ 의 값이 항상 일정하도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a-b$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}\frac{ax^2+4x+b}{x-2} &= k \text{라 하면} \\ ax^2+4x+b &= k(x-2) \\ ax^2+(4-k)x+b+2k &= 0 \\ x \text{에 대한 항등식이므로} \\ a &= 0 \\ 4-k &= 0 \text{에서 } k = 4 \\ b+2k &= 0 \text{에서 } b = -8 \\ \therefore a-b &= 8\end{aligned}$$

해설

주어진 식이 모든 x 에 대해 일정한 값을 가지려면 분자인 ax^2+4x+b 가 분모인 ' $x-2$ ' 만을 인수로 가져야 한다. 즉, 분자가 $k(x-2)$ 가 되어야 한다.

$$\frac{ax^2+4x+b}{x-2} = \frac{4(x-2)}{x-2} = 4$$

$\therefore a=0, b=-8$ 에서 $a-b=8$

36. 1985년부터 1995년까지 5년 간격으로 조사한 우리나라의 농가인구 비율 P 는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

연도	85	90	95
인구비율 (%)	20.9	15.5	10.8
인구(1000명)	8521	6661	4851

$$P = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$$

이 때, $t = 0$ 은 1985년을 나타낸다. 이 식을 $t = 0$ 이 1990년을 나타내도록 변형하면?

- ① $P = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$
 ② $P = 0.35(t + 1)^2 - 5.75(t + 1) + 20.9$
 ③ $P = 0.35(t - 1)^2 - 5.75(t - 1) + 20.9$
 ④ $P = 0.35(t + 2)^2 - 5.75(t + 2) + 20.9$
 ⑤ $P = 0.35(t - 2)^2 - 5.75(t - 2) + 20.9$

해설

$P_1(t) = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$ 일 때,
 $t = 0 \rightarrow 1985$ 년, $t = 1 \rightarrow 1990$ 년, $t = 2 \rightarrow 1995$ 년
 $P_2(t) = 0.35(t + 1)^2 - 5.75(t + 1) + 20.9$ 이면,
 $P_2(0) = P_1(1)$ 이므로 $P_2(t)$ 에서
 $t = 0 \rightarrow 1990$ 년임을 알 수 있다.

37. $x + y + z = 0$, $2x - y - 7z = 3$ 을 동시에 만족시키는 x, y, z 에 대하여 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 11 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 4

해설

- (i) $x + y + z = 0$, $2x - y - 7z = 3$ 에서
 x, y 를 z 에 대하여 나타내면
 $x = 2z + 1$, $y = -3z - 1$
- (ii) $x = 2z + 1$, $y = -3z - 1$ 을 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 에 대입하여 정리하면
 $(4a + 9b + c)z^2 + 2(2a + 3b)z + (a + b - 1) = 0$
 $\therefore 4a + 9b + c = 0$, $2a + 3b = 0$, $a + b - 1 = 0$
 $\therefore a = 3$, $b = -2$, $c = 6$
 $\therefore a + b + c = 7$

38. 등식 $(1+x+x^2)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_8x^8$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_1 + a_3 + a_5 + a_7$ 의 값은?

- ① 28 ② 26 ③ 15 ④ 14 ⑤ 13

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$3^3 = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_8 - \text{㉠}$$

양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$1^3 = a_0 - a_1 + a_2 + \dots + a_8 - \text{㉡}$$

$$\text{㉠} - \text{㉡} : 26 = 2(a_1 + a_3 + a_5 + a_7)$$

$$\therefore a_1 + a_3 + a_5 + a_7 = 13$$

39. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때, $xf(x)+3$ 을 $x-1$ 로 나눈 몫과 나머지를 차례로 바르게 나열한 것은?

① $Q(x), R$

② $Q(x), R+3$

③ $xQ(x), R$

④ $xQ(x), R+3$

⑤ $xQ(x)+R, R+3$

해설

$$f(x) = (x-1)Q(x) + R$$

$$xf(x) + 3 = (x-1)xQ(x) + Rx + 3$$

$$= (x-1)xQ(x) + R(x-1) + R + 3$$

$$= (x-1)\{xQ(x) + R\} + R + 3$$

$$\therefore \text{몫} : xQ(x) + R, \text{나머지} : R + 3$$

40. $x^4 - 11x^2 + 1$ 이 $(x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)$ 로 인수분해될 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 11x^2 + 1 &= (x^2 - 1)^2 - 9x^2 \\ &= (x^2 - 1)^2 - (3x)^2 \\ &= (x^2 - 3x - 1)(x^2 + 3x - 1) \\ &= (x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -3, b = -1$$

$$\therefore a + b = -4$$