1. 다음 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수는 모두 몇 개인가?

7, 12, 15, 19, 23, 38, 45, 81

① 없다. ② 1 개 ③ 3 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

12 의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12
15 의 약수 : 1, 3, 5, 15
38 의 약수 : 1, 2, 19, 38
45 의 약수 : 1, 3, 5, 9, 15, 45
81 의 약수 : 1, 3, 9, 27, 81
이므로 소수는 7, 19, 23 의 3 개이다.

2. $2^5 \times 3^2 \times 5^2$, 108 의 최대공약수는?

① $2 \times 3 \times 5$　② $2^2 \times 3^2 \times 5$　③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3^2$　⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다르면 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$\therefore$ $2^5 \times 3^2 \times 5^2$, $108 = 2^2 \times 3^3$ 의 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$

3. 두 수 $2^4 \times 5^3$, $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 의 최대공약수가 50 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

최대공약수가 $50 = 2 \times 5^2$ 이고
$2^4 \times 5^3$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
$2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 2 의 지수가 1 이어야 한다.
같은 방식으로
$2^4 \times 5^3$ 에서 5 의 지수가 3 이므로
$2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 5 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a = 1$, $b = 2$

4. 다음 중 세 수 108, 144, 162 의 공약수는?

① $2^2 \times 3^2$ ② $2^2 \times 5$ ③ 2×3^2

④ 2×3^3 ⑤ $2^2 \times 3$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3^2 이고
공약수는 최대공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3, 3^2, 2×3^2 이다.

5. 귤 48 개와 참외 24 개, 키위 36 개를 가능한 한 많은 학생들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 한 학생이 받는 귤, 참외, 키위의 개수를 각각 a, b, c 라 할 때 $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

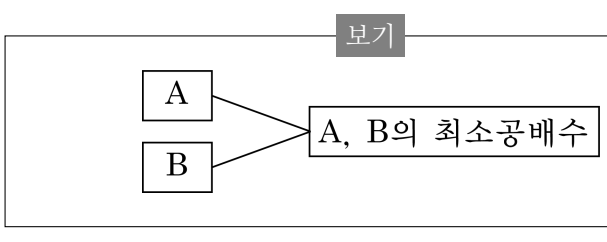
48, 24, 36 의 최대공약수는 12 이므로 각각 받을 수 있는 과일의 수는

$a = 48 \div 12 = 4,\ b = 24 \div 12 = 2,\ c = 36 \div 12 = 3$

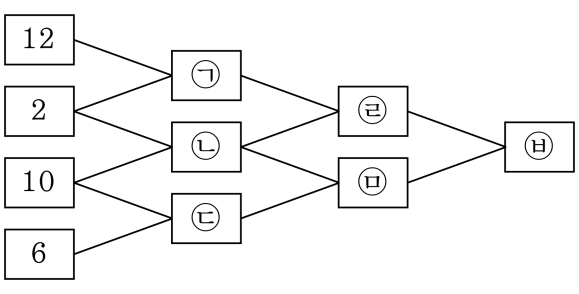
$\therefore a+b-c = 4+2-3 = 3$

6. 다음 보기는 서로 다른 두 수의 최소공배수들의 관계를 나타낸 것이다.

보기



위와 같이 빈칸에 들어가야 할 수를 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠ 12

▷ 정답: ㉡ 10

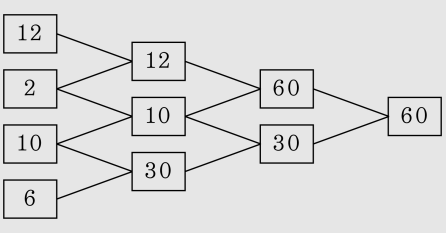
▷ 정답: ㉢ 30

▷ 정답: ㉣ 60

▷ 정답: ㉤ 30

▷ 정답: ㉥ 60

해설



7. 세 사람 A, B, C 가 있다. A 는 11 일 동안 일하고 1 일을 쉬고, B 는 13 일 동안 일하고 2 일을 쉬며, C 는 15 일 동안 일하고 3 일을 쉰다. 세 사람이 동시에 일을 시작했을 때, 다시 다음에 동시에 일하는 날은 며칠 후인가?

① 90 일 후 ② 180 일 후 ③ 300 일 후
④ 360 일 후 ⑤ 420 일 후

해설

$A : 12 = 2^2 \times 3$, $B : 15 = 3 \times 5$, $C : 18 = 2 \times 3^2$
12 와 15, 18 의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ 이다.
180일 후에 세 사람 A, B, C 가 다시 동시에 일을 시작한다.

8. 서로 맞물려 돌아가는 두 톱니바퀴 A, B의 톱니의 수는 각각 36개, 60개이다. 톱니바퀴 A가 한 번 회전하는데 7분이 걸린다고 할 때, 두 톱니가 같은 이에서 처음으로 맞물리는 때는 회전을 시작하고 몇 분 후인지 구하여라.

▶ 답 : 분 후

▷ 정답 : 35분 후

해설

다시 맞물릴 때까지 돌아간 톱니의 개수는 36, 60의 최소공배수인 180개이므로, 톱니바퀴 A는 $180 \div 36 = 5$(번) 회전해야 한다. 따라서 두 톱니바퀴가 다시 맞물리는 때는 $5 \times 7 = 35$(분) 후이다.

9. 가로가 15cm , 세로가 18cm 인 타일이 여러 장 있다. 이 타일들을 이어 붙여서 가장 작은 정사각형 모양을 만들려고 한다. 타일은 모두 몇 장 필요한가?

① 15장 ② 20장 ③ 25장 ④ 30장 ⑤ 35장

해설

$$3\overline{)\,15 \quad 18}$$
$$\quad\;\; 5 \quad\; 6$$

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 90cm 이고, $5\times6=30$(장)의 타일이 필요하다.

10. 두 수 $2^2 \times 3^a \times 7$, $2^b \times 3^5 \times c$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^4$, 최소공배수가 $2^3 \times 3^5 \times 5 \times 7$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$2^2 \times 3^a \times 7$, $2^b \times 3^5 \times c$
최대공약수가 $2^2 \times 3^4$, 이고,
최소공배수가 $2^3 \times 3^5 \times 5 \times 7$ 이다.
따라서 $b=3$, $a=4$, $c=5$ 이다.
$a+b+c=4+3+5=12$

11. 두 수 $2^2 \times 5$, A 의 최대공약수가 2×5, 최소공배수가 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 90

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
$(2^2 \times 5) \times A = (2 \times 5) \times (2^2 \times 3^2 \times 5) = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$ 이다.
$\therefore A = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$

12. 자연수 180을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 곱을 구하면?

① 15 ② 18 ③ 24 ④ 25 ⑤ 30

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
소인수는 2, 3, 5이므로 $2 \times 3 \times 5 = 30$

13. 432를 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 <u>않은</u> 것은?

① 3 ② 6 ③ 12 ④ 27 ⑤ 48

해설

$\frac{432}{x} = \square^2$

$432 = 2^4 \times 3^3$

나눠야 할 가장 작은 자연수는 3 이다. 그러므로 3 또는 3× (지수가 짝수인 수) 의 꼴이 아닌 것을 찾는다.

① 3

② 2×3

③ $2^2 \times 3$

④ 3^3

⑤ $2^4 \times 3$

14. $n = 3p^2q$ 일 때, n 의 약수의 개수를 구하여라. (단, $p \neq q \neq 3$ 인 소수)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$p \neq q \neq 3$ 인 소수이므로, n 을 소인수분해하면 $n = 3p^2q = 3 \times p^2 \times q$ 이다.

따라서 약수의 개수는 $(1+1)\times(2+1)\times(1+1) = 12$ (개) 이다.

15. 가로의 길이가 54cm, 세로의 길이가 $2\times3^2\times6$cm, 높이가 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는
54, $2\times3^2\times6$, 90 의 최대공약수이므로
$54=2\times3^3$
$2\times3^2\times6=2^2\times3^3$
$90=2\times3^2\times5$
최대공약수는 $2\times3^2=18$
$\therefore\ a=18$
정육면체의 개수는
$(54\div18)\times(108\div18)\times(90\div18)=3\times6\times5=90$ (개)
$\therefore\ b=90$
$\therefore\ \frac{b}{a}=\frac{90}{18}=5$

16. 두 분수 $\frac{21}{16}$, $\frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

① $\frac{8}{7}$ ② $\frac{48}{7}$ ③ $\frac{8}{105}$ ④ $\frac{48}{105}$ ⑤ $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a}$ = (자연수) → $\begin{cases} b\text{는 } 16\text{의 배수} \\ a\text{는 } 21\text{의 약수} \end{cases}$

$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a}$ = (자연수) → $\begin{cases} b\text{는 } 24\text{의 배수} \\ a\text{는 } 35\text{의 약수} \end{cases}$

즉, $\frac{b}{a} = \frac{(16,\ 24\text{의 공배수})}{(21,\ 35\text{의 공약수})} \cdots$ ㉠ 이다.

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$\frac{b}{a} = \frac{(16,\ 24\text{의 최소공배수})}{(21,\ 35\text{의 최대공약수})}$

$\therefore \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$

17. 자연수 N 을 80 으로 나누면 몫이 2 이고 나머지가 r 이다. r 의 약수가 5 개일 때, N 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 176

해설

$N = 80 \times 2 + r$ 이고 r 의 약수가 5 개이므로,
r 은 80 보다 작은 수 중 약수가 5 개인 수이다.
약수가 5 개이려면 반드시 같은 수의 제곱이 포함되므로,
$1, 4, 16, 25, 36, 49, 64$ 중 약수가 5 개인 수를 찾으면 된다. $\rightarrow$
$r = 16$
$\therefore N = 80 \times 2 + 16 = 176$

18. 10^n 에 가장 가까운 11 의 배수 (단, n은 자연수)를 작은 순서대로 a_1, a_2, a_3, $\cdots$ 라 할 때, $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1111110

해설

11 의 배수는 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀 절댓값이 0 이거나 11 의 배수인 수이므로,
10^n 에서 가장 가까운 11 의 배수를 차례대로 구해 보면,
$10 \to 11$,
$10^2 \to 99$,
$10^3 \to 1001$,
$10^4 \to 9999$,
$10^5 \to 100001$,
$10^6 \to 999999$,
$\therefore a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6 = 1111110$

19. 자연수 $2^a \times 3^b$ 에 24 를 곱하였더니 어떤 자연수의 제곱이 되었다. 이때, 가능한 a, b 중 가장 작은 a, b 를 올바르게 구한 것을 골라라.

① $a : 0, b : 0$　② $a : 0, b : 1$　③ $a : 1, b : 1$

④ $a : 1, b : 0$　⑤ $a : 2, b : 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 자연수이려면 a 와 b 는 0 이상이어야 한다.
또, 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 소인수분해를 했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서, $2^a \times 3^b$ 에 $24 = 2^3 \times 3$ 를 곱한 수가 어떤 자연수의 제곱이 되어야 하므로, $2^a \times 3^b \times 2^3 \times 3 = 2^a \times 2^3 \times 3^b \times 3 = 2^{a+3} \times 3^{b+1}$ 에서 2 의 지수인 $(a+3)$ 과 3 의 지수인 $(b+1)$ 이 모두 짝수여야 한다. 이를 만족하는 가장 작은 수 a, b 는 각각 1 과 1 이다.

20. 1 부터 50 사이의 수 중에서 약수의 개수가 3 개인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

약수의 개수가 3 개인 수는 (소수)^2 이므로
50 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는 2^2, 3^2, 5^2, 7^2 의 4 개