

1. 130 을 나누어 몫이 7 이고 나머지가 4 인 수는?

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

해설

나누는 수를 a 라 하면 $7 \times a + 4 = 130$, $7 \times a = 126$ 이므로 $a = 18$ 이다.

2. 108 을 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

① 4×27

② $2^2 \times 3^3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^3 \times 3^2$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)108} \\ 2 \overline{)54} \\ 3 \overline{)27} \\ 3 \overline{)9} \\ 3 \end{array}$$

3. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

① $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

② $2 \times 3 \times 5^2$

③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 5^2$

해설

$2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중 가장 큰 수는 $2^2 \times 3 \times 5^2$, 두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5^2$

4. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

① $2^4 \times 3^2$

② $2^3 \times 5^3$

③ $2^2 \times 5^2$

④ $2 \times 3 \times 5^3$

⑤ 3^4

해설

① $(4 + 1) \times (2 + 1) = 15$ (개)

② $(3 + 1) \times (3 + 1) = 16$ (개)

③ $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)

④ $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 16$ (개)

⑤ $(4 + 1) = 5$ (개)

5. 두 자연수의 최대공약수는 20 이다. 이 두 수의 공약수를 모두 고르면?

① 3

② 5

③ 7

④ 10

⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 20 의 약수이므로 1, 2, 4, 5, 10, 20 이다.
따라서 주어진 수 중에서 두 자연수의 공약수를 모두 고르면 5, 10 이다.

6. 다음 세 수의 공약수의 개수를 구하면?

$2^3 \times 3^2 \times 5, \quad 2^2 \times 3^3 \times 7, \quad 2^3 \times 3^2$

- ① 4 개
- ② 6 개
- ③ 8 개
- ④ 9 개
- ⑤ 10 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수가 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개) 이므로
공약수의 개수는 9 개이다.

7. 두 자연수 a, b 의 최소공배수가 32 일 때, 다음 중 a, b 의 공배수인 것을 모두 찾아라.

24 , 32 , 48 , 56 , 64 , 78 , 96

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

▷ 정답 : 64

▷ 정답 : 96

해설

두 수의 최소공배수인 32 의 배수들이 두 수의 공배수이므로, <보기>에서의 공배수는 32 , 64 , 96 이다.

8. 세 자연수 15, 20, 24 의 어느 것으로 나누어도 나누어 떨어지는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하면?

① 15 ② 80 ③ 120 ④ 164 ⑤ 210

해설

구하는 수를 x 라고 하면 x 는 15, 20, 24 의 공배수이다. 그 중에서 가장 작은 수는 세 수의 최소공배수이므로 15, 20, 24 의 최소공배수는 120 이다.

9. 300 에 가장 가까운 11 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 297

해설

$11 \times 27 = 297$, $11 \times 28 = 308$ 이므로 300 에 가장 가까운 배수는 297 이다.

10. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

① $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

② $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 3^4$

⑤ $\frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2^3}{3^3}$

해설

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$

11. $\frac{252}{a}$ 가 어떤 자연수의 제곱이라고 한다. a 가 1 보다 클 때, a 가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 지수가 홀수인 수 7 을 나누어 주면 $252 \div 7 = 36 = 6 \times 6$ 이 되어 6 의 제곱이 된다.

12. 60 에 가장 작은 수 A 를 곱하여 어떤 자연수 B 의 제곱이 되게 하려고 한다. $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$\begin{aligned} 60 \times A &= B^2 \\ 60 &= 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } A = 3 \times 5 = 15 \\ 2^2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 &= 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = B^2 \\ B &= 2 \times 3 \times 5 = 30 \\ \therefore A + B &= 45 \end{aligned}$$

13. 다음 설명 중에서 옳지 않은 것은?

- ① 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ② 7 의 배수 중에서 소수는 1개이다.
- ③ 자연수는 소수와 합성수로 되어 있다.
- ④ 서로소인 두 수의 최대공약수는 1 이다.
- ⑤ 소수 중에 짝수인 소수는 2 뿐이다.

해설

자연수는 1 과 소수, 그리고 합성수로 분류된다.

14. $5 \times a, 3 \times a, 2 \times a$ 의 세 자연수의 최소공배수가 330 일 때, a 가 될 수 있는 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 11$

해설

$$\begin{array}{r} \square \mid 5 \times \square \quad 3 \times \square \quad 2 \times \square \\ \hline 5 \quad 3 \quad 2 \end{array}$$
$$5 \times 3 \times 2 \times a = 330$$
$$\therefore a = 11$$

15. 어떤 수와 126 의 최소공배수가 378 이라고 한다. 어떤 수가 될 수 있는 두 자리의 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 54

해설

$$126 = 2 \times 3^2 \times 7$$

$$378 = 2 \times 3^3 \times 7$$

어떤 수 : $3^3, 2 \times 3^3$

16. 두 수 $2^2 \times 5$, A 의 최대공약수가 2×5 , 최소공배수가 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

두 수 A , B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$(2^2 \times 5) \times A = (2 \times 5) \times (2^2 \times 3^2 \times 5) = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$ 이다.

$\therefore A = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$

17. 두 분수 $\frac{75}{n}$, $\frac{90}{n}$ 을 자연수로 만드는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 4 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$\frac{75}{n}$, $\frac{90}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 75 와 90 의 공약수이다.
75 와 90 의 최대공약수가 15 이므로 n 은 1, 3, 5, 15 이다.

18. 세 자연수의 비가 $3 : 5 : 9$ 이고, 최소공배수가 810 일 때, 세 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 162

해설

세 자연수를 $3 \times x, 5 \times x, 9 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) 3 \times x \quad 5 \times x \quad 9 \times x \\ 3) \quad 3 \quad \quad 5 \quad \quad 9 \\ \hline \quad 1 \quad \quad 5 \quad \quad 3 \end{array}$$

$$x \times 3 \times 5 \times 3 = 810, \quad x = 18$$

따라서 세 자연수는 54, 90, 162 이다.

19. 가로 10cm, 세로 18cm 인 직사각형 모양의 타일로 한 변의 길이가 1m 보다 큰 정사각형을 만들 때, 최소한 몇 장의 타일이 필요한지 구하여라.

▶ 답: 장

▶ 정답 : 180장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 10 과 18 의 공배수 중 세 자리의 가장 작은 자연수이다. 10 과 18 의 최소공배수는 90 이고, 90 의 배수 중 세 자리의 가장 작은 수는 180 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 180 cm 이다.

따라서 필요한 타일의 개수는 $(180 \div 10) \times (180 \div 18) = 18 \times 10 = 180$ (장)이다.

20. 자연수 x, y, z 가 $x : y : z = 3 : 8 : 10$ 을 만족하고, x, y, z 의 최대공약수와 최소공배수의 합이 1452 일 때, x, y, z 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 36$

▷ 정답 : $y = 96$

▷ 정답 : $z = 120$

해설

$x = 3a$, $y = 8a$, $z = 10a$ 라 두면,
 x, y, z 의 최대공약수 = a , 최소공배수 = $120 \times a$ 이다.
 $121 \times a = 1452 \rightarrow a = 12$
 $\therefore x = 36$, $y = 96$, $z = 120$

21. 희정이는 1 과 100 사이의 자연수 중에서 $\frac{1}{3}$ 을 곱하여도, $\frac{1}{8}$ 을 곱하여도 항상 자연수가 되는 수가 모두 몇 개인가를 조사하려고 한다. 희정이가 찾은 자연수는 모두 몇 개인가?
- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

구하는 수를 a 라 하면
 $\frac{1}{3} \times a = (\text{자연수})$, $\frac{1}{8} \times a = (\text{자연수})$ 가 되는 a 는 3 과 8 의 공배수이므로,
3 과 8 의 최소공배수는 24
따라서 24, 48, 72, 96 의 4 개

22. 어떤 자연수 A 를 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 또 어떤 분수 $\frac{A}{B}$ 를 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과 역시 모두 자연수가 되었다. 가능한 수 중 가장 작은 A , 가장 큰 B 를 구하여 $A + B$ 를 계산하여라.

- ① 23 ② 25 ③ 27 ④ 33 ⑤ 35

해설

자연수 A 는 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 의 분모인 6, 9 의 공배수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 작은 자연수는 6 과 9 의 최소공배수인 18 이다.
분수 $\frac{A}{B}$ 에서 B 는 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 의 분자인 25, 70 의 공약수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 큰 자연수는 25 와 70 의 최대공약수인 5 이다.
 $A = 18, B = 5$ 이므로
 $A + B = 23$ 이다.

23. $2^7 = a$, $13^b = 169$ 을 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값은?

- ① 120 ② 122 ③ 124 ④ 126 ⑤ 128

해설

$2^7 = 128$, $13^2 = 169$ 이므로 $a = 128$, $b = 2$ 이다. 따라서 $a - b = 126$ 이다.

24. 자연수 약수의 개수가 9 개인 어떤 수를 소인수분해했더니 $2^2 \times \square$ 가 되었다. $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 수는 무엇인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$9 = 9 \times 1 = 3 \times 3$
i) $9 = 8 + 1$
 $2^2 \times \square = 2^8$
 $\therefore \square = 2^6$
ii) $9 = 3 \times 3 = (2 + 1) \times (2 + 1)$ 일 때,
 $2^2 \times \square = 2^2 \times a^2$ (단, a 는 2 가 아닌 소수이다.)
 $\therefore a = 3, 5, 7, \dots$
 $\therefore \square = 9, 25, 49$
i), ii) 에서 가장 작은 수는 9 이다.

25. 온도가 15°C인 방에 온풍기와 전구 2 개를 동시에 콘센트에 연결했다. 전구 A 는 3 분간 켜지고 3 분간 꺼지는 것을 반복하고, 전구 B 는 5 분간 켜지고 3 분간 꺼지는 것을 반복한다. 그런데 전구 2 개가 동시에 켜져 있을 때는 방의 전력이 모자라서 온풍기가 꺼진다고 한다. 온풍기가 켜져 있을 때, 방의 온도는 1 분에 0.1°C 씩 올라가고 온풍기가 꺼져 있을 때, 방의 온도는 0.1°C 씩 떨어진다면, 온풍기와 전구 2 개를 연결한 지 2 시간 후의 방의 온도를 구하여라.

▶ 답: °C

▶ 정답 : 19 °C

해설

전구 A 는 6 분 주기를 갖고 전구 B 는 8 분의 주기를 가지므로, 전구 A 와 B 는 24 분의 주기로 다시 동시에 켜진다. 이 24 분 동안 A, B 가 동시에 켜지는 시간을 구해 보며

동안 A, B 가 동시에 켜지는 시간을 구해 보면,
전구 A 가 켜지는 시간 : 0 ~ 3 분, 6 ~ 9 분, 12 ~ 15 분,

전부 A 가 거치는 시간 : 0 ~ 5 분, 6 ~ 9 분, 12 ~ 15 분, 18 ~ 21 분

전구 B 가 켜지는 시간 : 0 ~ 5 분, 8 ~ 13 분, 16 ~ 21 분

→ 전구 A, B 가 동시에 켜지는 시간 : 0 ~ 3 분, 8 ~ 9 분, 12 ~ 13 분 18 ~ 21 분

12 ~ 13 분, 18 ~ 21 분
→ 24 분 중 A, B 가 동시에 켜지는 시간은 총 8 분이고, 이것은

→ 24 분 동안 A, B 가 동시에 거치는 시간은 총 8 분이고, 이것은 24 분 동안 온풍기가 8 분간 꺼지고 16 분간 켜져 있다는 것을 말해주고, 맨 24 분마다 온도는 20°C 씩 올라간다.

∴ 2 시간 후의 방의 온도 = $15 + \left(\frac{120}{24}\right) \times 0.8 = 19 (^{\circ}\text{C})$