

1. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x+y = -1$$

2. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

① I, II

② I, III

③ II, III, IV

④ II, IV

⑤ III, IV

해설

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$
 $\therefore$ 옳지 않다.
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$
 $\therefore$ 옳다.
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$
 $\therefore$ 옳지 않다.
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$
 $\therefore$ 옳다.

3. $a^2(1+i)+a(2+i)-8-6i$ 가 순허수가 되도록 실수 a 의 값을 구하면?

① -10

② -8

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & a^2(1+i)+a(2+i)-8-6i \\ &= (a^2+2a-8)+i(a^2+a-6) \\ &= (a+4)(a-2)+i(a+3)(a-2) \end{aligned}$$

만약에 $a=2$ 가 되면 실수가 된다.
 $a \neq 2, \therefore a=-4$

4. $z = \frac{1-i}{1+i}$ 일 때, $z^{100} + \frac{1}{z^{100}}$ 의 값을 구하여라. ($i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$z = \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$z^{100} + \frac{1}{z^{100}} = (-i)^{100} + \frac{1}{(-i)^{100}} = 1 + 1 = 2$$

5. 복소수 z 와 그 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 $z+\bar{z}=6$, $z\bar{z}=9$ 일 때, $\frac{z}{1+\sqrt{2}i}$ 의 실수 부분의 값은?

① -2 ② -1 ③ 2 ④ 1 ⑤ 5

해설

$$z = a + bi, \bar{z} = a - bi \quad (a, b \text{ 는 실수})$$

$$z + \bar{z} = a + bi + a - bi = 2a = 6, a = 3$$

$$z\bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 = 9, b = 0$$

$$z = 3$$

$$\frac{z}{1 + \sqrt{2}i} = \frac{3}{1 + \sqrt{2}i} = \frac{3(1 - \sqrt{2}i)}{3} = 1 - \sqrt{2}i$$

$$\therefore \text{실수부} : 1$$

6. 복소수들 사이의 연산 $*$ 가 다음과 같다고 하자.
 $\alpha * \beta = \alpha + \beta + \alpha\beta i$
이 때, $(1 + 2i) * z = 1$ 을 만족시키는 복소수 z 는?(단, $i = \sqrt{-1}$)
- ① $1 + i$

② $1 - i$

③

$-1 + i$

④ $-1 - i$

⑤ i

해설

$$\begin{aligned} z &= a + bi \text{라 하면} \\ (1 + 2i) * z &= (1 + 2i) + (a + bi) + (1 + 2i)(a + bi)i \\ &= (-a - b + 1) + (a - b + 2)i = 1 \\ -a - b + 1 &= 1, \quad a - b + 2 = 0 \\ a &= -1, \quad b = 1 \\ \therefore z &= -1 + i \end{aligned}$$

7. $\alpha = \frac{1 - \sqrt{5}i}{2}$ 에 대하여 $x = \frac{\alpha + 1}{\alpha - 1}$ 이라 할 때, $3x^3 + 4x^2 + 3x + 3$ 의 값을 구하면?
(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -7 ② -8 ③ -9 ④ -10 ⑤ -11

해설

$$x = \frac{\alpha + 1}{\alpha - 1} = \frac{\frac{3 - \sqrt{5}i}{2}}{\frac{-1 - \sqrt{5}i}{2}} = \frac{3 - \sqrt{5}i}{-1 - \sqrt{5}i}$$

$\therefore x = \frac{1 + 2\sqrt{5}i}{3}$ $3x - 1 = (3x - 1 = 2\sqrt{5}i)$, 양변을 제곱해서 정리하면

$$3x^2 - 2x + 7 = 0$$

$3x^3 + 4x^2 + 3x + 3$ 를 $3x^2 - 2x + 7$ 로 나누면 몫이 $x + 2$, 나머지가 -11 이다.

$$\text{즉, } 3x^3 + 4x^2 + 3x + 3 = (3x^2 - 2x + 7)(x + 2) - 11$$

$$3x^2 - 2x + 7 = 0 \text{ 이므로}$$

$$\therefore 3x^3 + 4x^2 + 3x + 3 = -11$$