

1. 다음 보기 중 옳은 것은?

보기

- ㉠ $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근을 x 라고 하면 $x^2 = a$ 이다.
- ㉡ 제곱근 9 와 9 의 제곱근은 서로 같다.
- ㉢ $\sqrt{(-7)^2} + (-\sqrt{3})^2 = 10$
- ㉣ $\sqrt{20}$ 은 $\sqrt{5}$ 의 4배이다.
- ㉤ -7 은 49 의 제곱근이다.
- ㉥ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = -a$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

해설

- ㉠ 제곱근 9는 $\sqrt{9} = 3$ 이고, 9 의 제곱근은 ± 3 이다.
- ㉢ $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ 이므로 $\sqrt{5}$ 의 2 배이다.

2. 다음 중 바르지 않은 것을 고르면?

① $\sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{1}{8}$

② $-\sqrt{\frac{64}{121}} = -\frac{8}{11}$

③ $\sqrt{(0.4)} = \frac{2}{3}$

④ $\sqrt{0.01} = 0.0001$

⑤ $-\sqrt{49} = -7$

해설

$\sqrt{0.01} = 0.1$

3. $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : a

해설

$$-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -|a| = a$$

4. 다음 중 옳은 것은?

- ① $a < 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = a$
- ② $a < b$ 이면 $\sqrt{(a-b)^2} = a-b$
- ③ 음수의 제곱근은 음수이다.
- ④ 0의 제곱근은 0이다.
- ⑤ $\sqrt{(-5)^2} = -5$

해설

- ① $a < 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = -a$
- ② $a < b$ 이면 $\sqrt{(a-b)^2} = -(a-b) = b-a$
- ③ 음수의 제곱근은 없다.
- ⑤ $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$

5. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.
 $a-b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$
 $b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$
따라서
 $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$
 $= -a + b - (-a) + b$
 $= 2b$

6. 두 수 a, b 가 $a + b < 0$, $ab < 0$, $|a| < |b|$ 를 만족할 때, $\sqrt{9a^2} + \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a + b$

② $-5a - b$

③ $-5a + b$

④ $5a + b$

⑤ $5a - b$

해설

$a > 0$, $b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |3a| + |-b| + |-2a| - |2b| \\&= 3a - b + 2a + 2b \\&= 5a + b\end{aligned}$$

7. $a > 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-a)^2} + (-\sqrt{a})^2 + \sqrt{a^2} - \sqrt{a^2}$ 일 때, $\sqrt{A}$ 의 값은?

① $-3a$

② $-2a$

③ a

④ $\sqrt{2a}$

⑤ $\sqrt{3a}$

해설

$$A = |-a| + a + |a| - |a| = 2a$$

$$\sqrt{A} = \sqrt{2a}$$

8. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{81a^2} \div (-\sqrt{3a})^2 + \sqrt{(-0.5a)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}a}\right)^2$ 을 계산하면?

① $0.1a^2 - 3$

② $0.1a^2 + 3$

③ $0.5a^2 - 3$

④ $0.5a^2 + 3$

⑤ $a^2 - 3$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{81a^2} \div (-\sqrt{3a})^2 + \sqrt{(-0.5a)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}a}\right)^2 \\ &= -9a \times \left(-\frac{1}{3a}\right) + (-0.5a) \times \left(-\frac{1}{5}a\right) \\ &= 3 + 0.1a^2 \end{aligned}$$

9. $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{25a^2} \div (\sqrt{-3a})^2 \times \sqrt{(-\frac{1}{4}a)^2} \times (\sqrt{0.2a})^2$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{a^2}{12}$

해설

$$\begin{aligned} & -\sqrt{25a^2} \div (\sqrt{-3a})^2 \times \sqrt{(-\frac{1}{4}a)^2} \times (\sqrt{0.2a})^2 \\ &= -|5a| \div |3a| \times |\frac{1}{4}a| \times |\frac{1}{5}a| \\ &= -5a \times \frac{1}{3a} \times \frac{1}{4}a \times \frac{1}{5}a \\ &= -\frac{a^2}{12} \end{aligned}$$

10. 두 실수 a, b 에 대하여 $a - b > 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} \times \sqrt{4b^2} - \sqrt{(-5a)^2} \times \{-\sqrt{(-b)^2}\}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-11ab$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.

$a - b > 0$ 이면 $a > b$ 이므로 $a > 0$, $b < 0$ 이다.

$$\sqrt{(3a)^2} \times \sqrt{4b^2} - \sqrt{(-5a)^2} \times \{-\sqrt{(-b)^2}\}$$

$$= |3a| \times |2b| - |5a| \times (-|b|)$$

$$= 3a \times (-2b) - 5a \times b = -6ab - 5ab = -11ab$$

11. 다음 주어진 식이 자연수 n 이 되도록 하는 m 의 최솟값을 차례대로 구하여라.

	자연수 m 의 최솟값	n
$n = \sqrt{65m}$	㉠	
$n = \sqrt{75m}$	㉡	
$n = \sqrt{\frac{80}{m}}$	㉢	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ : 65

▷ 정답 : ㉡ : 3

▷ 정답 : ㉢ : 5

해설

㉠ $65m = 5 \times 13 \times m$ 이므로 $m = 5 \times 13 = 65$ 이고 $n = \sqrt{65 \times 65} = 65$ 이다.

㉡ $75m = 3 \times 5^2 \times m$ 이므로 $m = 3$ 이고 $n = \sqrt{75 \times 3} = 15$ 이다.

㉢ $\frac{80}{m} = \frac{2^4 \times 5}{m}$ 이므로 $m = 5$ 이고 $n = \sqrt{\frac{80}{5}} = 4$ 이다.

12. 다음 중 $\sqrt{28x}$ 가 자연수가 되게 하는 x 의 값으로 옳지 않은 것은?

- ① $\frac{1}{7}$ ② 7^2 ③ 28 ④ 63 ⑤ $\frac{4}{7}$

해설

$$\sqrt{28x} = \sqrt{2^2 \times 7 \times x}$$

② $\sqrt{2^2 \times 7^3} = 2 \times 7 \times \sqrt{7} = 14\sqrt{7}$ 이 되어 자연수가 되지 못한다.

13. a 가 120과 210 사이의 수일 때, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}}$ 가 정수가 되도록 하는 a 를 모두

구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 147

▷ 정답 : 192

해설

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}} = b$ (b 는 정수)이므로 $a = 3b^2$ 의 꼴이면 된다.

$$120 < 3b^2 < 210$$

$$40 < b^2 < 70$$

$$b = 7, 8$$

$$\therefore a = 3 \times 7 \times 7 = 147 \text{ 또는 } a = 3 \times 8 \times 8 = 192$$

14. 자연수 x 에 대하여 $1 < x < 50$ 일 때, $\sqrt{20x}$ 가 자연수가 되도록 하는 모든 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 5$

▷ 정답 : $x = 20$

▷ 정답 : $x = 45$

해설

$20x = 2^2 \times 5 \times x$ 이므로
 $x = 5, 2^2 \times 5, 3^2 \times 5, 2^4 \times 5 \cdots$
 $1 < x < 50$ 이므로, $x = 5, 2^2 \times 5, 3^2 \times 5$ 이다.

15. $4.6 < \sqrt{x} < 5.1$ 을 만족하는 자연수 x 의 값에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 4$

해설

$4.6 = \sqrt{21.16}$, $5.1 = \sqrt{26.01}$,
 $\sqrt{21.16} < \sqrt{x} < \sqrt{26.01}$ 을 만족하는
 $x = 22, 23, 24, 25, 26$
 $a = 26, b = 22$
 $\therefore a - b = 26 - 22 = 4$

16. 다음 부등식을 만족시키는 자연수 x 값이 아닌 것은?

보기

$$3 < \sqrt{x} < 5$$

- ① 24 ② 20 ③ 16 ④ 12 ⑤ 8

해설

$3 < \sqrt{x} < 5$
 $3^2 < (\sqrt{x})^2 < 5^2$ 이므로
 $9 < x < 25$
따라서 x 는 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 이다.

17. $13 < \sqrt{7x^3} < 15$ 를 만족하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$13 < \sqrt{7x^3} < 15$$

$$169 < 7x^3 < 225$$

$$24.\times\times < x^3 < 32.\times\times$$

$$x^3 = 27$$

$$\therefore x = 3$$

18. $9 < \sqrt{2x^2} \leq 14$ 를 만족하는 정수 x 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 6 개

해설

$$9 < \sqrt{2x^2} \leq 14,$$

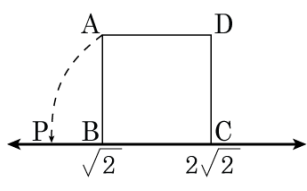
$$81 < 2x^2 \leq 196,$$

40. $\times \times < x^2 \leq 98$

따라서, 주어진 범위를 만족하는 정수

$$x = -9, -8, -7, 7, 8, 9$$

19. 다음 그림에서 □ABCD는 한 변의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 정사각형이고, $\overline{AC} = \overline{PC}$ 일 때, P의 좌표를 구하여라.



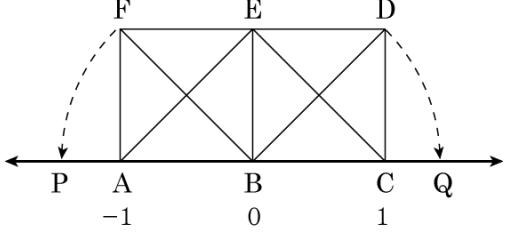
▶ 답 :

▷ 정답 : $P(2\sqrt{2}-2)$

해설

한 변의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 정사각형의 대각선의 길이는 2이다.
그러므로 P의 좌표는 $C(2\sqrt{2})$ 에서 왼쪽으로 2만큼 이동한 점이므로 $(2\sqrt{2}-2)$ 이다.

20. 다음 그림에서 $\square ABEF$ 와 $\square BCED$ 는 정사각형이고 $\overline{BD} = \overline{BQ}$, $\overline{BF} = \overline{BP}$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $1 + \sqrt{2}$

해설

$\overline{BF} = \overline{BP}$ 이고 정사각형의 한 변의 길이가 1 이므로 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다. 따라서 점 P 는 $-\sqrt{2}$ 이다.
따라서 $\overline{PC}$ 의 길이는 $1 + \sqrt{2}$ 이다.

21. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢ 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.
- ㉤ -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.
- ㉥ 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.
- ㉦ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

- ㉠. ○ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡. ○ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢. × 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.(유리수에 대응하는 점을 메울 수 없다.)
- ㉤. × -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.(-1, 0, 1 3개가 있다.)
- ㉥. × 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.(무수히 많은 무리수가 있다.)
- ㉦. × $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.($\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 자연수가 없다.)

22. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① -2 와 2 사이에는 정수가 3 개 있다.
- ② 두 자연수 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
- ③ $\frac{1}{7}$ 은 순환하는 무한소수이다.
- ④ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{8}$ 사이에는 무리수가 4 개 있다.
- ⑤ $\sqrt{7}$ 과 5 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

해설

④ 무수히 많은 무리수가 있다.

23. 세 수 $A = \sqrt{12} + \sqrt{6}$, $B = \sqrt{11} + \sqrt{7}$, $C = \sqrt{10} + \sqrt{8}$ 에 대하여 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{12} + \sqrt{6}$

해설

세 수에 대하여

$$A^2 = (\sqrt{12} + \sqrt{6})^2 = 18 + 2\sqrt{72}$$

$$B^2 = (\sqrt{11} + \sqrt{7})^2 = 18 + 2\sqrt{77}$$

$$C^2 = (\sqrt{10} + \sqrt{8})^2 = 18 + 2\sqrt{80}$$

$A^2 < B^2 < C^2$ 에서

A, B, C 가 모두 양수이므로 $A < B < C$ 이다.

따라서 가장 작은 수는 $\sqrt{12} + \sqrt{6}$ 이다.

24. 다음 중 수직선에 나타냈을 때, 가장 오른쪽에 있는 수를 구하여라.

$0, 1 + \sqrt{2}, 7, \sqrt{3} + \sqrt{2}, 1 - 2\sqrt{3}, 7\sqrt{3} - 2$

▶ 답 :

▷ 정답 : $7\sqrt{3} - 2$

해설

$1 - 2\sqrt{3} < 0 < 1 + \sqrt{2} < \sqrt{3} + \sqrt{2} < 7 < 7\sqrt{3} - 2$