

1. $\sqrt{135 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 825

해설

$$135 = 3^3 \times 5 = 3^2 \times 15$$

$\sqrt{135 \times a}$ 가 자연수가 되려면

$a = 15 \times$ (제곱수) 이어야 한다.

$$15 \times 4 = 60, 15 \times 9 = 135, \dots$$

$$15 \times 49 = 735, 15 \times 64 = 960$$

$$\therefore 960 - 135 = 825$$

2. $\sqrt{9x} + \sqrt{48y}$ 가 가장 작은 자연수가 되게 하는 자연수 x 와 y 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 4$

해설

$$\sqrt{9x} + \sqrt{48y} = \sqrt{3^2x} + \sqrt{2^4 \times 3 \times y}$$

$$x = 1, y = 3$$

$$\therefore x + y = 4$$

3. 다음 식이 모두 자연수가 되게 하는 자연수 x 의 최솟값을 구하고 그 자연수 y 를 각각 구하여라.

	자연수 x 의 최솟값	y
$y = \sqrt{270x}$	㉠	㉡
$n = \sqrt{\frac{120}{x}}$	㉢	㉣

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠= 30

▶ 정답: ㉡= 90

▶ 정답: ㉢= 30

▶ 정답: ㉣= 2

해설

㉠ $270x = 2 \times 3^3 \times 5 \times x$ 이므로 $x = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

㉡ 따라서 $y = \sqrt{270 \times 30} = 90$ 이다.

㉢ $\frac{120}{x} = \frac{2^3 \times 3 \times 5}{x}$ 이므로 $x = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

㉣ 따라서 $y = \sqrt{\frac{120}{30}} = 2$ 이다.

4. a 가 120과 210 사이의 수일 때, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}}$ 가 정수가 되도록 하는 a 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 147

▷ 정답 : 192

해설

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}} = b$ (b 는 정수)이므로 $a = 3b^2$ 의 꼴이면 된다. $120 < 3b^2 < 210$
 $40 < b^2 < 70$
 $b = 7, 8$
 $\therefore a = 3 \times 7 \times 7 = 147$ 또는 $a = 3 \times 8 \times 8 = 192$

5. $\sqrt{\frac{32}{3}}x$ 가 자연수가 되기 위한 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 96

해설

$$\sqrt{\frac{32}{3}}x = \sqrt{\frac{2^4 \times 2}{3}}x \text{ 이므로 } x = \frac{3}{2} \times k^2$$

$$k = 1 \text{ 일 때, } x = \frac{3}{2}$$

$$k = 2 \text{ 일 때, } x = 6$$

$$k = 3 \text{ 일 때, } x = \frac{27}{2}$$

$$k = 4 \text{ 일 때, } x = 24$$

$$k = 5 \text{ 일 때, } x = \frac{75}{2}$$

$$k = 6 \text{ 일 때, } x = 54$$

$$k = 7 \text{ 일 때, } x = \frac{147}{2}$$

$$k = 8 \text{ 일 때, } x = 96$$

$$k = 9 \text{ 일 때, } x = \frac{243}{2}$$

x 는 가장 큰 두 자리의 자연수이므로 96이다.

6. $\sqrt{8x}$ 가 자연수가 되기 위한 x 를 모두 구하면? (단, $x < 20$ 인 자연수이다.)

① 2, 8

② 2, 4, 8, 16

③ 2, 8, 9

④ 2, 8, 18

⑤ 2, 8, 19

해설

$$\sqrt{8x} = \sqrt{2^3 \times x}$$

$$x = 2, 2^3, 2 \times 3^2$$

7. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 중 그 값이 가장 큰 것은?

- ① $-x^2$ ② $-x$ ③ $\frac{1}{\sqrt{x}}$ ④ $-\frac{1}{x}$ ⑤ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 ④이 답이다.

8. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

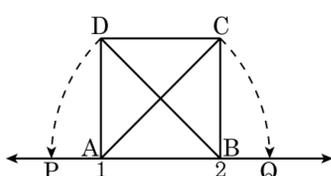
- ① a ② a^3 ③ \sqrt{a} ④ $\frac{1}{a^3}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 하면

- ① $\frac{1}{2}$
② $\frac{1}{8}$
③ $\sqrt{\frac{1}{2}}$
④ 8
⑤ $\sqrt{2}$

9. 수직선 위의 점 A(1) 에서 B(2) 까지의 거리를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 를 그렸다. $\overline{BD} = \overline{BP}$, $\overline{AC} = \overline{AQ}$ 인 점 P, Q 를 수직선 위에 잡을 때, P(a), Q(b) 에 대하여 $a - 2b$ 의 값은?

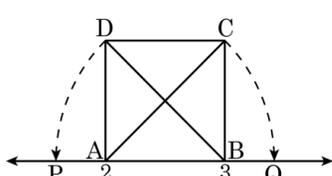


- ① $-3\sqrt{2}$ ② $-2\sqrt{2}$ ③ 0
 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

$Q(1 + \sqrt{2})$, $P(2 - \sqrt{2})$
 $\therefore a - 2b = (2 - \sqrt{2}) - 2(1 + \sqrt{2}) = -3\sqrt{2}$ 이다.

10. 다음 그림에서 \overline{AB} 를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 가 있다.
 $\overline{AC} = \overline{AQ} = \overline{BD} = \overline{BP}$ 일 때, PQ 의 길이를 구하면?

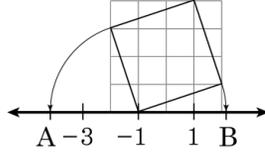


- ① 5 ② $1 + 2\sqrt{2}$ ③ $-1 + 2\sqrt{2}$
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $5 + 2\sqrt{2}$

해설

$\overline{AC} = \overline{DB} = \sqrt{2}$
 $Q = 2 + \sqrt{2}, P = 3 - \sqrt{2}$ 이므로
 두 점 P, Q사이의 거리는 $2 + \sqrt{2} - 3 + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 1$

11. 다음 수직선에서 점 A, 점 B의 좌표를 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

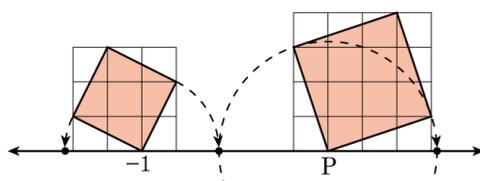
▷ 정답: 점 A : $-1 - \sqrt{10}$

▷ 정답: 점 B : $-1 + \sqrt{10}$

해설

내부의 기울어진 정사각형의 넓이가 10 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$

12. 넓이가 5 와 10 인 정사각형 2 개를 그림과 같이 놓았을 때, 점 P 의 좌표를 구하면?



- ① $-1 - \sqrt{5} - \sqrt{10}$ ② $-1 + \sqrt{5} - \sqrt{10}$
 ③ $-1 - \sqrt{5} + \sqrt{10}$ ④ $-1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$
 ⑤ $1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$

해설

$$P = -1 + \sqrt{9-4} + \sqrt{16-6} = -1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$$

13. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

- ① 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
- ② $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{9}$ 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ③ 1과 4 사이에는 무리수로 수직선을 모두 메울 수 있다.
- ④ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
- ⑤ π 는 3과 4 사이에 존재하는 무리수이다.

해설

- ① ○ 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
- ② ○ 2와 3 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ③ ○ 1과 4 사이에는 유리수도 존재하므로 무리수로 수직선을 모두 메울 수는 없다
- ④ ○ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무한한 유리수가 존재한다.
- ⑤ ○ π 는 3.14... 인 무리수이므로 3과 4 사이에 존재한다.

14. 다음 중 옳은 것을 고르면?

- ① 1 과 2 사이에 1 개의 유리수가 있다.
- ② $-\sqrt{5}$ 와 $-\sqrt{3}$ 사이에는 정수가 없다.
- ③ 0 과 5 사이에는 정수가 6 개 있다.
- ④ 0 과 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ⑤ (무리수) - (무리수) = (무리수) 가 된다.

해설

- ① \times 1 과 2 사이에 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② \times $-\sqrt{5}$ 와 $-\sqrt{3}$ 사이에는 -2 가 있다.
- ③ \times 0 과 5 사이에는 정수가 4개 있다.(1, 2, 3, 4로 4개 있다.)
- ④ \circ 0 과 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ⑤ \times (무리수) - (무리수) 는 무리수가 될 수도 있고 유리수가 될 수도 있다.