

1. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $-\sqrt{4^2}$

② $-(\sqrt{4})^2$

③ $-\sqrt{(-4)^2}$

④ $\sqrt{\sqrt{(-4)^4}}$

⑤ $-\sqrt{\frac{1}{4}(4)^3}$

해설

$$\sqrt{\sqrt{(-4)^4}} = 4$$

2. 다음 중 가장 큰 수는?

① $\sqrt{2^2}$ 의 음의 제곱근

② $\sqrt{(-3)^2}$

③ $-(\sqrt{5})^2$

④ $-(-\sqrt{6})^2$

⑤ $-\sqrt{49}$

해설

① $\sqrt{2^2} = 2$ 이므로 $\sqrt{2^2}$ 의 음의 제곱근 = $-\sqrt{2}$

② $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$

③ -5

④ -6

⑤ $-\sqrt{49} = -7$

3. 다음 중 바르지 않은 것을 고르면?

① $\sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{1}{8}$

② $-\sqrt{\frac{64}{121}} = -\frac{8}{11}$

③ $\sqrt{(0.4)} = \frac{2}{3}$

④ $\sqrt{0.01} = 0.0001$

⑤ $-\sqrt{49} = -7$

해설

$\sqrt{0.01} = 0.1$

4. 다음 중 옳지 않은 것은 무엇인가?

- ① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{9a^2} = 3a$
- ② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{4a^2} = 2a$
- ③ $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-5a)^2} = -5a$
- ④ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{2a^2} = \sqrt{2}a$
- ⑤ $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{25a^2} = -5a$

해설

③ $a < 0$ 일 때,
 $-\sqrt{(-5a)^2} = -\sqrt{25a^2} = -|5a| = 5a$

5. 다음 중 옳은 것은? (정답 2 개)

① $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \pm\frac{1}{2}$

② $(\sqrt{0.4})^2 = 0.2$

③ $\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = \frac{2}{3}$

④ $\sqrt{(-1.5)^2} = -1.5$

⑤ $(\sqrt{0.7})^2 = 0.7$

해설

① $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}$

② $\sqrt{0.4^2} = 0.4$

④ $\sqrt{(-1.5)^2} = 1.5$

6. 다음 중 근호를 사용하지 않고 나타낸 것 중 잘못된 것은 모두 몇 개인가?

$$\begin{aligned} 25 \text{의 제곱근} &= \pm 5 \\ \sqrt{0.9} &= 0.3 \\ 0.1 \text{의 제곱근} &= \pm \frac{1}{9} \\ -\sqrt{\frac{4}{49}} &= -\frac{2}{7} \end{aligned}$$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 없다

해설

$\sqrt{0.9} \rightarrow 0.9$ 가 제곱수가 아니므로 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.

0.1 의 제곱근 $\rightarrow 0.1 = \frac{1}{9}$ 이므로 제곱근은 $\pm \frac{1}{3}$ 이다.

7. $a > 0, b > 0$ 일 때 옳은 것은?

① $\sqrt{a^2b} = ab$ ② $-\sqrt{ab^2} = b\sqrt{a}$ ③ $-a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

④ $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$ ⑤ $\sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$

② $-\sqrt{ab^2} = -b\sqrt{a}$

③ $-a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$

④ $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{a}$

8. 다음 중 옳은 것은?

① $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근은 \sqrt{a} 이다.

② $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.

③ 1.6의 제곱근은 ± 0.4 이다.

④ 0의 제곱근은 없다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

해설

① $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

③ 1.6의 제곱근은 $\pm\sqrt{1.6}$ 이다.

④ 0의 제곱근은 0이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = -a$ 이다.

9. $\sqrt{135 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 825

해설

$$135 = 3^3 \times 5 = 3^2 \times 15$$

$\sqrt{135 \times a}$ 가 자연수가 되려면

$a = 15 \times$ (제곱수) 이어야 한다.

$$15 \times 4 = 60, 15 \times 9 = 135, \dots$$

$$15 \times 49 = 735, 15 \times 64 = 960$$

$$\therefore 960 - 135 = 825$$

10. $2 < \sqrt{a} < 3$ 을 만족하면서 $\sqrt{2a}$ 가 정수가 되게 하는 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 8$

해설

$\sqrt{4} < \sqrt{a} < \sqrt{9}$ 를 만족하는 a 는 5, 6, 7, 8

$\sqrt{2a}$ 가 자연수가 되려면 $a = 8$

$\sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$

11. 다음 주어진 식이 자연수 n 이 되도록 하는 m 의 최솟값을 차례대로 구하여라.

	자연수 m 의 최솟값	n
$n = \sqrt{65m}$	㉠	
$n = \sqrt{75m}$	㉡	
$n = \sqrt{\frac{80}{m}}$	㉢	

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠: 65

▶ 정답: ㉡: 3

▶ 정답: ㉢: 5

해설

㉠ $65m = 5 \times 13 \times m$ 이므로 $m = 5 \times 13 = 65$ 이고 $n = \sqrt{65 \times 65} = 65$ 이다.

㉡ $75m = 3 \times 5^2 \times m$ 이므로 $m = 3$ 이고 $n = \sqrt{75 \times 3} = 15$ 이다.

㉢ $\frac{80}{m} = \frac{2^4 \times 5}{m}$ 이므로 $m = 5$ 이고 $n = \sqrt{\frac{80}{5}} = 4$ 이다.

12. $\sqrt{\frac{400x}{12}}$ 가 자연수일 때, 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\sqrt{\frac{400x}{12}} = 10\sqrt{\frac{x}{3}}$$

따라서 $x = 3$ 이다.

13. $\sqrt{\frac{180}{a}}$ 가 자연수가 되게 하는 정수 a 는 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$\sqrt{\frac{180}{a}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^2 \times 5}{a}}$$

$a = 5, 5 \times 2^2, 5 \times 3^2, 5 \times 2^2 \times 3^2$ 이므로 4 개이다.

14. $\sqrt{8x}$ 가 자연수가 되기 위한 x 를 모두 구하면? (단, $x < 20$ 인 자연수이다.)

① 2, 8

② 2, 4, 8, 16

③ 2, 8, 9

④ 2, 8, 18

⑤ 2, 8, 19

해설

$$\sqrt{8x} = \sqrt{2^3 \times x}$$

$$x = 2, 2^3, 2 \times 3^2$$

15. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 보기 중 그 값이 가장 큰 것을 구하여라.

보기

㉠ $-x^2$

㉡ x

㉢ \sqrt{x}

㉣ $-\frac{1}{x}$

㉤ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 답이다.

16. 다음 수 중 가장 작은 수를 x , 가장 큰 수를 y 라고 할 때 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

보기

$$\sqrt{5}, -\sqrt{2}, \frac{\sqrt{7}}{2}, \sqrt{6}, -\sqrt{\frac{3}{4}}$$

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

가장 큰 수는 $\sqrt{6}$

가장 작은 수는 $-\sqrt{2}$

$$\therefore x^2 + y^2 = (-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6})^2 = 2 + 6 = 8$$

17. $4.6 < \sqrt{x} < 5.1$ 을 만족하는 자연수 x 의 값에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a - b = 4$

해설

$$\begin{aligned} 4.6 &= \sqrt{21.16}, 5.1 = \sqrt{26.01}, \\ \sqrt{21.16} &< \sqrt{x} < \sqrt{26.01} \text{ 을 만족하는} \\ x &= 22, 23, 24, 25, 26 \\ a &= 26, b = 22 \\ \therefore a - b &= 26 - 22 = 4 \end{aligned}$$

18. 부등식 $\sqrt{3} < x < \sqrt{30}$ 을 만족하는 자연수 x 가 아닌 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\sqrt{3} < x < \sqrt{30} \Rightarrow 3 < x^2 < 30$
3 과 30 사이에서 완전제곱수는 4, 9, 16, 25
 $\therefore x = 2, 3, 4, 5$

19. $\sqrt{3} < 2x - 5 < \sqrt{27}$ 을 만족하는 정수 x 의 값을 모두 합하면?

- ① 9 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

각 변을 제곱하면 $3 < (2x - 5)^2 < 27$

$(2x - 5)^2 = 2^2, 3^2, 4^2, 5^2$

$2x - 5 = 2, 3, 4, 5$

이 때 x 값이 정수가 되는 경우는 $2x - 5 = 3, 2x - 5 = 5$ 이다.

$\therefore x = 4, 5$

20. $\sqrt{6} < x < \sqrt{19}$ 를 만족시키는 정수 x 를 모두 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

양변을 제곱하면

$$6 < x^2 < 19$$

그 중 제곱수는 9, 16 이므로

$$x^2 = 9$$

$$\therefore x = 3$$

$$x^2 = 16$$

$$\therefore x = 4$$

21. $\sqrt{x-2} < 3$ 일 때, x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2 \leq x < 11$

해설

근호 안에는 음수가 올 수 없다.
따라서 $x-2 \geq 0$, $x-2 < 9$ 이므로
 $2 \leq x < 11$ 이다.

22. $2 < \sqrt{4n} < 5$ 를 만족하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 5개

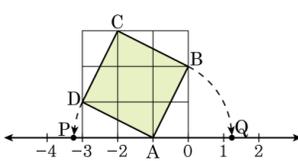
해설

$2 < \sqrt{4n} < 5$ 에서 각 변을 제곱하면

$$4 < 4n < 25, 1 < n < \frac{25}{4}$$

$$\therefore n = 2, 3, 4, 5, 6$$

23. 정사각형 ABCD 가 다음 그림과 같을 때, 수직선 위의 점 P, Q 에 대응하는 좌표를 각각 p, q 라 할 때, $p - q$ 의 값이 $a\sqrt{b}$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, 모든 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 3$

해설

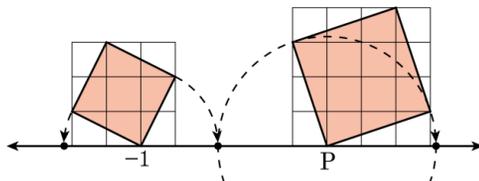
□ABCD 의 면적이 5 이므로 □ABCD 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 이다.

$$p = -1 - \sqrt{5}, q = -1 + \sqrt{5}$$

$$\therefore p - q = -1 - \sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} = -2\sqrt{5} \text{ 이므로}$$

$a + b = 3$ 이다.

24. 넓이가 5 와 10 인 정사각형 2 개를 그림과 같이 놓았을 때, 점 P 의 좌표를 구하면?

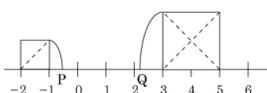


- ① $-1 - \sqrt{5} - \sqrt{10}$ ② $-1 + \sqrt{5} - \sqrt{10}$
 ③ $-1 - \sqrt{5} + \sqrt{10}$ ④ $-1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$
 ⑤ $1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$

해설

$$P = -1 + \sqrt{9-4} + \sqrt{16-6} = -1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$$

25. 다음과 같은 정사각형이 두 개 있다. 점 P의 좌표를 a , 점 Q의 좌표를 b 라고 할 때, $\frac{a+b}{2\sqrt{3}}$ 을 구하여라.



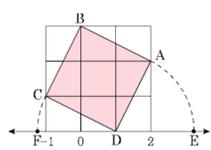
▶ 답:

▶ 정답: $\frac{3\sqrt{3}-\sqrt{6}}{6}$

해설

$$\begin{aligned}
 a &= -2 + \sqrt{2}, \quad b = 5 - 2\sqrt{2} \\
 a + b &= -2 + \sqrt{2} + 5 - 2\sqrt{2} = 3 - \sqrt{2} \\
 \therefore \frac{a+b}{2\sqrt{3}} &= \frac{3-\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{(3-\sqrt{2})\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}-\sqrt{6}}{6}
 \end{aligned}$$

26. 다음 수직선에서 정사각형 ABCD의 넓이는 5이다. 점 D의 좌표는 1, $AD = DE$, $CD = DF$ 일 때, 점 E와 점 F의 좌표를 각각 a , b 라고 한다. 이때, $a - b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{5}$

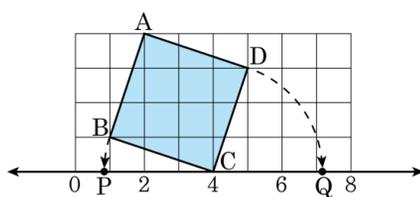
해설

$$E(1 + \sqrt{5}) = a$$

$$F(1 - \sqrt{5}) = b$$

$$\therefore a - b = (1 + \sqrt{5}) - (1 - \sqrt{5}) = 2\sqrt{5}$$

27. $\square ABCD$ 는 정사각형이다. 점 P, Q 를 수직선 위에 놓을 때, 좌표 $P(a)$, $Q(b)$ 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

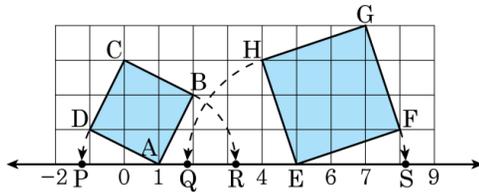
▷ 정답: $a+b=8$

해설

$$P(a) = 4 - \sqrt{10}, Q(b) = 4 + \sqrt{10}$$

$$a + b = 4 - \sqrt{10} + 4 + \sqrt{10} = 8$$

28. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 가 정사각형이고 $\overline{AD} = \overline{AP} = \overline{AR}$, $\overline{EH} = \overline{EQ} = \overline{ES}$ 일 때, 점 P, Q, R, S에 대응하는 수를 바르게 짝지은 것을 모두 고르면?



- | | |
|---------------------|----------------------|
| ㉠ $P(-\sqrt{2})$ | ㉡ $Q(5 - \sqrt{3})$ |
| ㉢ $R(1 + \sqrt{5})$ | ㉣ $S(5 + \sqrt{10})$ |

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉠, ㉣

해설
 $\square ABCD$ 의 넓이가 5이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$, $\square EFGH$ 의 넓이는 10이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$
 따라서 ㉠ $P(1 - \sqrt{5})$ ㉡ $Q(5 - \sqrt{10})$

29. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢ 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.
- ㉣ -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.
- ㉤ 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.
- ㉥ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.

▶ 답:

▶ 답:

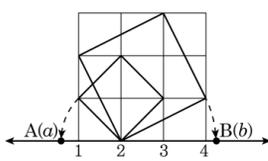
▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉡

해설

- ㉠. ○ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡. ○ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢. × 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.(유리수에 대응하는 점을 메울 수 없다.)
- ㉣. × -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.(-1, 0, 1 3개가 있다.)
- ㉤. × 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.(무수히 많은 무리수가 있다.)
- ㉥. × $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.($\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 자연수가 없다.)

30. 다음 그림을 보고 옳은 것을 고르면? (단, 모든 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다.)



보기

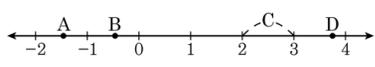
- ㉠ A의 좌표는 $A(-\sqrt{2})$ 이다.
- ㉡ B의 좌표는 $B(2 + \sqrt{5})$ 이다.
- ㉢ a 는 수직선 A를 제외한 수직선 위의 다른 점에 한 번 더 대응한다.
- ㉣ a, b 사이에는 무수히 많은 실수가 존재한다.
- ㉤ a 와 b 는 유리수이다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉣, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉠ A의 좌표는 $A(2 - \sqrt{2})$ 이다.
- ㉡ 모든 실수와 수직선 위의 점은 일대일로 대응하므로 a 는 수직선 A에만 대응한다.
- ㉢ a 와 b 는 무리수이다.

31. 다음은 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 틀린 것을 모두 고르면?

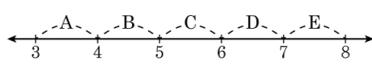


- ① $\sqrt{15}$ 는 3 과 4 사이에 위치한다.
- ② $-\sqrt{2}$ 는 점 B 에 위치한다.
- ③ A 와 B 사이에는 무한 개의 유리수가 존재한다.
- ④ $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}$ 중 구간 C 에 속하는 무리수는 모두 7 개이다.
- ⑤ $2\sqrt{3}$ 에 대응하는 점은 D 이다.

해설

- ② $-\sqrt{2}$ 는 점 A 에 위치한다.
- ④ $\sqrt{4}$ 는 무리수가 아니다.

32. 다음 수직선에서 $2\sqrt{5}$ 와 $3\sqrt{5}$ 가 위치하는 구간을 바르게 짝지은 것은?



- ① A, B ② A, D ③ B, D ④ D, A ⑤ D, B

해설

$$2\sqrt{5} = \sqrt{20}, 4 < \sqrt{20} < 5 \text{ 이므로 B 구간}$$

$$3\sqrt{5} = \sqrt{45}, 6 < \sqrt{45} < 7 \text{ 이므로 D 구간}$$