

1. 숫자 카드 1, 3, 5, 7, 9 중에서 3 장을 골라 세 자리 수를 만들 때, 만든 수 중 3의 배수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 24개

해설

3의 배수는 각 자리 수를 모두 더한 값이 3의 배수이다.
1, 3, 5, 7, 9로 만든 세 수를 더하여 3의 배수의 되는 조합은,
(1, 3, 5), (1, 5, 9), (3, 5, 7), (5, 7, 9)이다.
∴ 3의 배수의 개수 = $3 \times 2 \times 1 \times 4 = 24$ (개)

2. 1에서 100까지의 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다.

(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), ..., (98, 99, 100)

이

때, 세 수의 합이 21의 배수인 것은 모두 몇 묶음인지 구하면?

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

연속하는 세 개의 자연수를
 $(a-1, a, a+1)$ ($2 \leq a \leq 99$)라 하면,
 $(a-1) + (a) + (a+1) = 21$ 의 배수
 $\Rightarrow 3a = 21$ 의 배수
 $\Rightarrow a = 7$ 의 배수
 $\therefore 2 \leq a \leq 99$ 일 때, 7의 배수는 14개

3. 75 에 가능한 한 작은 자연수 x 로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 9 ⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

3) 75

5) 25

5

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서 $y = 5$ 이다.

4. $60 \times 2^3 \times x$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$60 \times 2^3 \times x = 2^5 \times 3 \times 5 \times x$ 이므로
가장 작은 x 는 $2 \times 3 \times 5 = 30$

5. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{ 라 하면,}$$

a 는 3, $2^2 \times 3$, 3×7^2 이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

588 보다 작다고 했으므로 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

6. 315 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수 중 첫 번째로 작은 수와 세 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

▷ 정답 : 315

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$
 $315 \times n = 3^2 \times 5 \times 7 \times n = x^2$ 에서
 $n = 5 \times 7 \times k^2$ 꼴이므로
 n 을 작은 순으로 3 개 써 보면
 $n = 5 \times 7 \times 1^2 = 35$
 $n = 5 \times 7 \times 2^2 = 140$
 $n = 5 \times 7 \times 3^2 = 315$
 $\therefore 35, 315$

7. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^3 \times 3 \times 5$

③ $2 \times 3^3 \times 5$

④ $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2 \times 3 \times 5$ 은 2² 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

8. 18 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때 곱해야 할 자연수를 가장 작은 것부터 3 개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

해설

$18 = 2 \times 3^2$
곱해야 할 자연수를 x 라 할 때,
 $(2 \times 3^2) \times x = y^2$
 $x = 2, 2 \times 2^2, 2 \times 3^2, \dots$
 $= 2, 8, 18, \dots$

9. $16 \times A$ 의 약수의 개수가 10 개일 때, A 의 값 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

16을 소인수분해하면 $16 = 2^4$ 이다. $A = a^x$ 라고 하면 $16 \times A = 2^4 \times a^x$ 의 약수의 개수는 $(4 + 1) \times (x + 1) = 10$ (개)이므로 $x + 1 = 2$, $x = 1$ 이다.

한편 $a = 2$ 이면 $16 \times A = 2^4 \times 2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)로 조건을 만족하지 않는다.

따라서 $a \neq 2$ 인 가장 작은 소수이어야 하므로 $a = 3$, $x = 1$ 이다. 따라서 A 의 값은 3이다.

10. $27 \times \square$ 는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수이다. $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 2

② 2^2

③ 2^3

④ 3

⑤ 3^2

해설

$3^3 \times \square$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(3+1) \times (x+1) = 12$ (개) 이므로

$$(3+1) \times (x+1) = 4 \times (x+1) = 12$$

$$x+1 = 3 \quad \therefore x = 2$$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^2$$

11. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)

12. 두 자연수 $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2 \times 3^3 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로

두 수의 최대공약수는 2×3^2

$\therefore$ 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개)

13. 6으로 나누면 4가 남고, 8로 나누면 6이 남고, 9로 나누면 7이 남는 자연수 중에서 400에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 430

해설

구하는 수는 (6, 8, 9의 공배수)-2의 꼴이므로
6, 8, 9의 최소공배수는 72이다.
72의 배수 중 400에 가장 가까운 수는 432이다.
따라서 구하는 수는 $432 - 2 = 430$ 이다.

14. 12로 나누어도 1이 남고, 16로 나누어도 1이 남는 자연수 중 100보다 작은 자연수는?

① 48, 96 ② 48, 97 ③ 49, 97 ④ 50, 96 ⑤ 50, 97

해설

구하는 수는 12, 16의 공배수보다 1만큼 큰 수 중 100보다 작은 수이다. 이때, 12, 16의 최소공배수는 48이므로 12, 16의 공배수는 48, 96, ... 이다.
따라서 구하는 수는 49, 97이다.

15. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가?

① 67 ② 99 ③ 100 ④ 101 ⑤ 200

해설

3의 배수의 갯수는 $100 - 33 = 67$,
4의 배수의 갯수는 $75 - 24 = 51$,
12의 배수의 갯수는 $25 - 8 = 17$
따라서 3, 4 중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는
 $201 - (67 + 51 - 17) = 100$

16. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개
100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는 $20 + 14 - 2 = 32$