

1. 숫자 카드 1, 3, 5, 7, 9 중에서 3 장을 골라 세 자리 수를 만들 때, 만든 수 중 3의 배수의 개수를 구하여라.

▶ 답:                         개

▷ 정답: 24     개

### 해설

3의 배수는 각 자리 수를 모두 더한 값이 3의 배수이다.

1, 3, 5, 7, 9로 만든 세 수를 더하여 3의 배수의 되는 조합은,  
(1, 3, 5), (1, 5, 9), (3, 5, 7), (5, 7, 9) 이다.

$\therefore$  3의 배수의 개수  $= 3 \times 2 \times 1 \times 4 = 24$ (개)

2. 1에서 100까지의 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다.

$(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \dots, (98, 99, 100)$

이

때, 세 수의 합이 21의 배수인 것은 모두 몇 묶음인지 구하면?

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

### 해설

연속하는 세 개의 자연수를

$(a-1, a, a+1)$  ( $2 \leq a \leq 99$ )라 하면,

$(a-1) + (a) + (a+1) = (21 \text{의 배수})$

$\Rightarrow 3a = (21 \text{의 배수})$

$\Rightarrow a = (7 \text{의 배수})$

$\therefore 2 \leq a \leq 99$ 일 때, 7의 배수는 14개

3. 75 에 가능한 한 작은 자연수  $x$ 로 나누어서 어떤 자연수  $y$ 의 제곱이 되게 하려고 한다.  $y$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 9

⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$  이므로  $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$  을 만족하는  $x$ 의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서  $y = 5$  이다.

4.  $60 \times 2^3 \times x$  가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 가장 작은 자연수  $x$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$60 \times 2^3 \times x = 2^5 \times 3 \times 5 \times x$  이므로  
가장 작은  $x$  는  $2 \times 3 \times 5 = 30$

5. 588 을 588 보다 작은 자연수  $a$  로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수  $b$  가 되었다. 가능한  $b$  의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{라 하면,}$$

$a$  는 3,  $2^2 \times 3$ ,  $3 \times 7^2$  이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

588보다 작다고 했으므로  $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$  일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

6. 315 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수 중 첫 번째로 작은 수와 세 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

▷ 정답 : 315

해설

$$315 = 3^2 \times 5 \times 7$$

$$315 \times n = 3^2 \times 5 \times 7 \times n = x^2 \text{ 에서}$$

$$n = 5 \times 7 \times k^2 \text{ 꼴이므로}$$

$n$  을 작은 순으로 3 개 써 보면

$$n = 5 \times 7 \times 1^2 = 35$$

$$n = 5 \times 7 \times 2^2 = 140$$

$$n = 5 \times 7 \times 3^2 = 315$$

$\therefore 35, 315$

7. 120 에 자연수  $x$  를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.  
다음 중  $x$  의 값이 될 수 없는 것은?

①  $2 \times 3 \times 5$

②  $2^3 \times 3 \times 5$

③  $2 \times 3^3 \times 5$

④  $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

⑤  $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$  로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2 \times 3 \times 5$  은  $2^2$  을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

8. 18 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때 곱해야 할 자연수를 가장 작은 것부터 3 개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

#### 해설

$$18 = 2 \times 3^2$$

곱해야 할 자연수를  $x$  라 할 때,

$$(2 \times 3^2) \times x = y^2$$

$$x = 2, 2 \times 2^2, 2 \times 3^2, \dots$$

$$= 2, 8, 18, \dots$$



9.  $16 \times A$ 의 약수의 개수가 10 개일 때,  $A$ 의 값 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

#### 해설

16을 소인수분해하면  $16 = 2^4$ 이다.  $A = a^x$ 라고 하면  $16 \times A = 2^4 \times a^x$ 의 약수의 개수는  $(4 + 1) \times (x + 1) = 10$  (개)이므로  $x + 1 = 2$ ,  $x = 1$ 이다.

한편  $a = 2$ 이면  $16 \times A = 2^4 \times 2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는  $5 + 1 = 6$  (개)로 조건을 만족하지 않는다.

따라서  $a \neq 2$ 인 가장 작은 소수이어야 하므로  $a = 3$ ,  $x = 1$ 이다.  
따라서  $A$ 의 값은 3이다.

10.  $27 \times \square$  는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수이다.  $\square$  안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 2

②  $2^2$

③  $2^3$

④ 3

⑤  $3^2$

해설

$3^3 \times \square$  에서  $\square = a^x$  이라 하면 약수의 개수는  $(3+1) \times (x+1) = 12$  (개) 이므로

$$(3+1) \times (x+1) = 4 \times (x+1) = 12$$

$$x+1 = 3 \quad \therefore x = 2$$

$a$  가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^2$$

11. 세 수  $2^2 \times 3^3 \times 5$ ,  $2^3 \times 3 \times 5^2$ ,  $2^3 \times 3^2 \times 7$  의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :      개

▷ 정답 : 6 개

해설

세 수의 최대공약수는  $2^2 \times 3$  이므로  
공약수의 개수는  $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$  (개)

12. 두 자연수  $2^2 \times 3^2 \times 5$ ,  $2 \times 3^3 \times 7$  의 공약수의 개수는?

① 4 개

② 5 개

③ 6 개

④ 7 개

⑤ 8 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로

두 수의 최대공약수는  $2 \times 3^2$

$\therefore$  약수의 개수는  $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$  (개)

13. 6으로 나누면 4가 남고, 8로 나누면 6이 남고, 9로 나누면 7이 남는 자연수 중에서 400에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 430

#### 해설

구하는 수는 (6, 8, 9의 공배수)-2의 꼴이므로  
6, 8, 9의 최소공배수는 72이다.

72의 배수 중 400에 가장 가까운 수는 432이다.  
따라서 구하는 수는  $432 - 2 = 430$ 이다.

14. 12 로 나누어도 1 이 남고, 16 로 나누어도 1 이 남는 자연수 중 100 보다 작은 자연수는?

① 48, 96

② 48, 97

③ 49, 97

④ 50, 96

⑤ 50, 97

#### 해설

구하는 수는 12, 16 의 공배수보다 1 만큼 큰 수 중 100 보다 작은 수이다. 이때, 12, 16 의 최소공배수는 48이므로 12, 16 의 공배수는 48, 96, ... 이다.

따라서 구하는 수는 49, 97 이다.

15. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가?

① 67

② 99

③ 100

④ 101

⑤ 200

해설

3의 배수의 갯수는  $100 - 33 = 67$ ,

4의 배수의 갯수는  $75 - 24 = 51$ ,

12의 배수의 갯수는  $25 - 8 = 17$

따라서 3, 4중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는

$201 - (67 + 51 - 17) = 100$

16. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

- ① 31 개    ② 32 개    ③ 33 개    ④ 34 개    ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개

100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개

100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개

100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는  
 $20 + 14 - 2 = 32$