1. 숫자 카드 1, 3, 5, 7, 9 중에서 3 장을 골라 세 자리 수를 만들 때, 만든 수 중 3 의 배수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 24 개

해설

3 의 배수는 각 자리 수를 모두 더한 값이 3 의 배수이다.
1, 3, 5, 7, 9 로 만든 세 수를 더하여 3 의 배수의 되는 조합은,
$(1, 3, 5)$, $(1, 5, 9)$, $(3, 5, 7)$, $(5, 7, 9)$ 이다.
$\therefore$ 3 의 배수의 개수$= 3 \times 2 \times 1 \times 4 = 24$(개)

2. 세 자리수인 자연수 전체에 대해, 4 의 배수이지만 5 의 배수가 아닌 수의 개수와 3 의 배수이지만 5, 6 의 배수는 아닌 수의 개수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 300

해설

4 의 배수이지만 5 의 배수가 아닌 수의 개수는 $225 - 45 = 180$
3 의 배수이지만 5, 6 의 배수는 아닌 수의 개수는 $300 - 60 - 150 + 30 = 120$
$\therefore\ 180 + 120 = 300$

3. $x = 5^{15} + 1,\ y = 2^{13} + 1$ 일 때 xy는 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$xy = 5^{15} \times 2^{13} + 5^{15} + 2^{13} + 1$

이 때 $5^{15} \times 2^{13} > 5^{15} + 2^{13} + 1$ 이므로

$5^{15} + 2^{13} + 1$은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$\begin{aligned} 5^{15} \times 2^{13} &= 5^{13} \times 2^{13} \times 5^2 \\ &= (5 \times 2)^{13} \times 25 \\ &= 10^{13} \times 25 \end{aligned}$$

따라서 xy는 15 자리의 수이다.

4. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳은 것은?

① $2\times2\times2\times2=4^2$
② $6\times6=2^6$
③ $2\times2\times3\times3\times3=6^3$
④ $5+5+5+5=4^5$
⑤ $\frac{3\times3\times3}{4\times4\times4}=\frac{3^3}{4^3}$

해설

① $2\times2\times2\times2=2^4$
② $6\times6=6^2$
③ $2\times2\times3\times3\times3=2^2\times3^3$
④ $5+5+5+5=20$

5. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① 161 은 소수가 아니다.
② 모든 자연수는 약수가 2 개 이상이다.
③ 1 은 소수도 아니고 합성수도 아니다.
④ 25 이하의 소수의 개수는 10 개이다.
⑤ 소수는 약수가 2 개뿐이다.

해설
② 자연수 1 은 약수가 1 개이다.
④ 25 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 이다.

6. 다음 설명 중 옳은 것은?

① 소수는 약수의 개수가 2 개이다.

② 소수는 모두 홀수이다.

③ 가장 작은 소수는 1 이다.

④ 모든 자연수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.

⑤ 자연수에는 소수와 합성수가 있다.

해설

② 2 는 유일한 짝수인 소수이다.
③ 가장 작은 소수는 2 이다. 1 은 소수가 아니다.
④ 1 은 약수의 개수가 1 개이다.
⑤ 자연수에는 소수와 합성수 그리고 1 이 있다.

7. 75 에 가능한 한 작은 자연수 x로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 9 ⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 75 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\dfrac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서 $y = 5$ 이다.

8. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5 ② 7 ③ 15 ④ 21 ⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

9. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b$라 하면,

a 는 3, $2^2 \times 3$, 3×7^2 이 가능하다.

$a = 3$ 일 때, $b = 14^2 = 196$

$a = 2^2 \times 3$ 일 때, $b = 7^2 = 49$

$a = 3 \times 7^2$ 일 때, $b = 2^2 = 4$

588 보다 작다고 했으므로 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때는 제외한다.

$\therefore\ 196 + 49 + 4 = 249$

10. $\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$,

$\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2 \times 5$, $n = 2 \times 3^2 \times 5$, $2^3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 4 개이다.

11. 1188 의 약수 중에서 11 과 서로소인 약수들의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 280

해설

$1188 = 11 \times 108 = 11 \times 4 \times 27 = 2^2 \times 3^3 \times 11$
11 과 서로소인 약수는 1188 의 약수 중 인수가 2 와 3 으로 이루어진 수이다.
→ 즉, $2^2 \times 3^3$ 의 약수이다.
∴ (11 과 서로소인 약수들의 총합) $= 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 9 + 12 + 18 + 27 + 36 + 54 + 108 = 280$

12. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 1 은 모든 자연수의 약수이다.

㉡ 소수의 약수의 개수는 2 개 미만이다.

㉢ 1 을 제외한 모든 자연수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.

㉣ 152 와 209 는 서로소이다.

㉤ 소수에는 2 의 배수가 없다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

㉡ 소수의 약수의 개수는 2 개뿐이다.
㉣ 152 와 209 의 최대공약수가 19 이므로 서로소가 아니다.
㉤ 소수에는 2 의 배수인 2 가 있다.

13. 54 와 72 의 공약수 중에서 3 의 배수인 약수를 a 개라 할 때 a 의 약수의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

최대공약수 : 18
18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 3 의 배수인 약수는 4 개이다.
4 를 a 라 할 때 a 의 약수의 개수는 $2^2 = (2+1) = 3$

14. $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 과 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수 중에서 5 의 배수인 약수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 9 개

해설

최대공약수 : $2^2 \times 3^2 \times 5$

$2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중 5 의 배수의 개수는

$2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수와 같다.

$\therefore\ (2+1) \times (2+1) = 9$ (개)

15. 세 자연수 $5 \times a$, $6 \times a$, $9 \times a$ 의 최소공배수가 810 일 때, 세 수의 최대공약수는?

① 8　　② 9　　③ 15　　④ 24　　⑤ 27

해설

세 수의 최대공약수는 a 이고 ,
$5 \times a$, $2 \times 3 \times a$, $3^2 \times a$ 의 최소공배수는
$2 \times 3^2 \times 5 \times a = 810 = 2 \times 3^4 \times 5$ 이다.
따라서 $a = 3^2 = 9$ 이다.

16. 세 자연수의 비가 $2:4:7$ 이고, 최소공배수가 392 일 때, 세 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

▷ 정답 : 56

▷ 정답 : 98

해설

세 자연수를 $2\times x,\ 4\times x, 7\times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r|rrr} x & 2\times x & 4\times x & 7\times x \\ \hline 2 & 2 & 4 & 7 \\ \hline & 1 & 2 & 7 \end{array}$$

$x\times 2\times 2\times 7 = 392$

$x = 14$

따라서, 세 자연수는 28, 56, 98 이다.

17. 6 으로 나누면 4 가 남고, 8 로 나누면 6 이 남고, 9 로 나누면 7 이 남는 자연수 중에서 400 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 430

해설

구하는 수는 (6, 8, 9 의 공배수)−2 의 꼴이므로
6, 8, 9 의 최소공배수는 72 이다.
72 의 배수 중 400 에 가장 가까운 수는 432 이다.
따라서 구하는 수는 $432 - 2 = 430$ 이다.

18. 6 으로 나누거나 8 로 나누어도 3 이 남는 수 중에서 가장 작은 수는?

① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

해설

6, 8 의 최소공배수는 24 이므로 구하는 자연수는 $24 + 3 = 27$ 이다.

19. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가?

① 67 ② 99 ③ 100 ④ 101 ⑤ 200

해설

3 의 배수의 갯수는 $100 - 33 = 67$,
4 의 배수의 갯수는 $75 - 24 = 51$,
12 의 배수의 갯수는 $25 - 8 = 17$
따라서 3, 4중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는
$201 - (67 + 51 - 17) = 100$

20. 1부터 100까지의 자연수 중에서 5의 배수도 아니고 7의 배수도 아닌 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 68 개

해설

1부터 100까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개
1부터 100까지의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개
1부터 100까지의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개
1부터 100까지의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는
$20 + 14 - 2 = 32$개
따라서 1부터 100까지의 자연수 중에서 5의 배수도 아니고 7의 배수도 아닌 수의 개수는
$100 - 32 = 68$개