

1. 다음 중 다항식의 사칙연산이 잘못된 것은?

① $(4x - 2) + (7 - 2x) = 2x - 5$

② $(x^2 + 2y^2) - 2(y^2 - 3x^2) = 7x^2$

③ $(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

④ $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$

⑤ $(x^3 + 1) \div (x + 1) = x^2 - x + 1$

해설

① $(4x - 2) + (7 - 2x) = 2x + 5$

2. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{-8} = 2\sqrt{2}i$
- ② 3의 허수부분은 0이다.
- ③ $\sqrt{-2}$ 는 순허수이다.
- ④ $b = 1$ 이면 $a + (b - 1)i$ 는 실수이다.
- ⑤ 제곱하여 -3 이 되는 수는 $\pm\sqrt{3}i$ 이다.

해설

④ [반례] $a = i, b = 1$ 이면 $a + (b - 1)i = i$ 이므로 순허수이다.(거짓)

3. 등식 $(a + 3b) + (a - 2b)i = 7 - 3i$ 를 만족하는 실수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(a + 3b) + (a - 2b)i = 7 - 3i$ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의해서 $a + 3b = 7$, $a - 2b = -3$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 2$$

$$\therefore a - b = 1 - 2 = -1$$

4. $\frac{1+i^3+i^6}{1+i^2+i^4}$ 의 값은?

① i

② $-i$

③ $-\frac{i}{2}$

④ $\frac{1-i}{2}$

⑤ $\frac{1+i}{2}$

해설

$$\frac{1+i^3+i^6}{1+i^2+i^4} = \frac{1+(-i)+(-1)}{1+(-1)+1} = \frac{-i}{1} = -i$$

5. 실수 x, y 에 대하여 복소수 $z = x + yi$ 가 $z\bar{z} = 4$ 를 만족할 때, $x^2 + y^2$ 의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$z = x + yi$ 에서 $\bar{z} = x - yi$ 이므로

$z \cdot \bar{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$

주어진 조건에서 $z \cdot \bar{z} = 4$ 이므로

$x^2 + y^2 = 4$

6. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$a + b = 3, ab = 1$ 이므로

$\therefore (a^2 + b^2) = (a + b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 \cdot 1 = 7$

7. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 = 16$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 16 = 0$ 에서
 $(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$
 $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$
 $\therefore x = \pm 2$ 또는 $x = \pm 2i$
 $\therefore$ 모든 해의 합은 $(-2) + 2 + (-2i) + 2i = 0$

8. $\frac{x+1}{3} = y-2$ 를 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여, 항상 $ax+by=7$

이 성립할 때, a, b 의 값을 구하여라. (a, b 는 상수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 3$

해설

$$\frac{x+1}{3} = y-2, \quad x+1 = 3(y-2)$$

$$x-3y = -7$$

$$-x+3y = 7 \Leftrightarrow ax+by = 7$$

$$\therefore a = -1, \quad b = 3$$

9. $f(x) = x^2 - ax + 1$ 이 $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

10. x 에 대한 다항식 $4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -37

해설

$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 라 하고 $P(x)$ 가
 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면
 $P(-1) = P(3) = 0$
 $P(-1) = -4 - 3 - a + b = 0 \quad \therefore a - b = -7$
 $P(3) = 108 - 27 + 3a + b = 0 \quad \therefore 3a + b = -81$
 $\therefore a = -22, b = -15$

11. $\frac{k}{3}(k+1)(k+2) + (k+1)(k+2)$ 와 같은 것은?

① $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$

② $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$

③ $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

④ $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)(k+3)$

⑤ $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$

해설

$$(k+1)(k+2) = \frac{3}{3}(k+1)(k+2) \text{ 이므로}$$

공통인수 $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)$ 로 묶으면

$$(\text{준 식}) = \frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$$

12. $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

- ① $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)$ ② $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x - 3)$
③ $(x - 2)(x + 1)(x^2 + x + 3)$ ④ $(x - 1)(x + 2)(x^2 - x + 3)$
⑤ $(x + 1)(x - 2)(x^2 - x + 3)$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + x &= X \text{라 하자.} \\(\text{준식}) &= X(X + 1) - 6 \\&= X^2 + X - 6 \\&= (X + 3)(X - 2) \\&= (x^2 + x + 3)(x^2 + x - 2) \\&= (x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)\end{aligned}$$

13. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x+y = -1$$

14. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$ 일 때,
 $-x - (x - 1) = 2$ 이므로 $-2x + 1 = 2$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$
ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,
 $x - (x - 1) = 2$ 이므로 $0 \cdot x = 1$
 $\therefore$ 해가 없다.
iii) $1 \leq x$ 일 때,
 $x + x - 1 = 2$ 이므로 $2x = 3$
 $\therefore x = \frac{3}{2}$
(i), (ii), (iii) 에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

15. 이차방정식 $x^2 + (a+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$D = (a+2)^2 - 4 = 0$ 이므로

$a^2 + 4a + 4 - 4 = a^2 + 4a = 0$

따라서 $a = 0$ 또는 $a = -4$

따라서 상수 a 의 값의 합은 -4

16. $-2 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y = -x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 6 일 때, 최솟값은?

① -14 ② -12 ③ -10 ④ -8 ⑤ -6

해설

$y = -x^2 + 4x + k = -(x - 2)^2 + k + 4$ 이므로

$x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 $k + 4$ 이다.

따라서 $k + 4 = 6$ 에서 $k = 2$

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 $y = -(x - 2)^2 + 6$ 은 $x = -2$ 일 때 최솟값을 가지며, 최솟값은 -10 이다.

17. x 의 범위가 $1 \leq x \leq 2$ 일 때, 함수 $y = x^2 - x - 1$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$$y = x^2 - x - 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \text{ 이므로}$$

꼭짓점의 x 좌표 $\frac{1}{2}$ 이 x 의 범위에 포함되지 않는다.

$x = 1$ 일 때, $y = -1$ (최솟값),

$x = 2$ 일 때, $y = 1$ (최댓값)

따라서 최댓값과 최솟값의 곱은 -1 이다.

18. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$ 의 네 근 중 가장 작은 근을 a , 가장 큰 근을 b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

$$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}, x = \pm\sqrt{6}$$

$$\text{가장 작은 근 } a = -\sqrt{6}, \text{ 가장 큰 근 } b = \sqrt{6}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$$

19. $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^3 + \bar{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{를 } \omega \text{라 하면}$$

$$\bar{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1, \omega^3 + \bar{\omega}^3 = 2$$

20. 사차식 $3x^4 - 5x^2 + 4x - 7$ 을 이차식 A 로 나누었더니 몫이 $x^2 - 2$ 이고 나머지가 $4x - 5$ 일 때, 이차식 A 를 구하면?

① $3x^2 - 2$

② $3x^2 - 1$

③ $3x^2$

④ $3x^2 + 1$

⑤ $3x^2 + 2$

해설

$$\text{검산식 : } 3x^4 - 5x^2 + 4x - 7 = A(x^2 - 2) + 4x - 5$$

$$A = \frac{3x^4 - 5x^2 - 2}{x^2 - 2} = 3x^2 + 1$$

21. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{ 에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots\dots ①$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를 x 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$① \text{ 에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

22. $\frac{2010^3 - 1}{2010 \times 2011 + 1}$ 의 값을 구하면?

① 2007

② 2008

③ 2009

④ 20010

⑤ 2011

해설

$a = 2010$ 로 놓으면,

$$\begin{aligned} \text{(준 식)} &= \frac{a^3 - 1}{a(a+1) + 1} \\ &= \frac{(a-1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1} = a - 1 \\ &= 2009 \end{aligned}$$

23. $z = (1+i)x^2 + (2-i)x - 8 - 2i$ 에 대하여 $z^2 < 0$ 을 만족하는 실수 x 의 값을 구하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} z &= (x^2 + 2x - 8) + (x^2 - x - 2)i \\ &= (x-2)(x+4) + (x+1)(x-2)i \end{aligned}$$

그런데, $z^2 < 0$ 에서 z 는 순허수이므로
 $\therefore x = -4$

24. 복소수 α, β 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\overline{\alpha + \beta} = \overline{\alpha} + \overline{\beta}$
- ② $\overline{\alpha^n} = (\overline{\alpha})^n$
- ③ $\overline{\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)} = \frac{\overline{\beta}}{\overline{\alpha}}$ (단, $\alpha \neq 0$)
- ④ $\overline{(\overline{\alpha})} = \alpha$
- ⑤ $\alpha + \overline{\alpha} = \alpha\overline{\alpha}$ 이면 α 는 허수이다.

해설

⑤ (반례) $\alpha = 2, \overline{\alpha} = 2$

25. 다음 연립방정식의 근 x, y 가 양수가 되도록 a 의 범위를 정할 때, a 의 최대 정수 값을 구하면?

$x + y = 10, y + z = 16, z + x = a$

- ① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 29

해설

$$\begin{aligned} x + y &= 10 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ y + z &= 16 \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ z + x &= a \cdots \cdots \textcircled{㉢} \\ \textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} &: 2(x + y + z) = a + 26 \\ x + y + z &= \frac{a}{2} + 13 \cdots \cdots \textcircled{㉣} \\ \textcircled{㉣} - \textcircled{㉡} &: x = \frac{a}{2} - 3 > 0 \quad \therefore a > 6 \cdots \cdots \textcircled{㉤} \\ \textcircled{㉣} - \textcircled{㉢} &: y = -\frac{a}{2} + 13 > 0 \quad \therefore a < 26 \cdots \cdots \textcircled{㉥} \\ \textcircled{㉤}, \textcircled{㉥} &\text{에서 } 6 < a < 26 \end{aligned}$$

26. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=3 \\ x^2+2xy+y^2=1 \end{cases}$ 에서 xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = x - 3$ 을 이차식에 대입하면

$$x^2 + 2x(x - 3) + (x - 3)^2 = 1$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\therefore x = 1, 2$$

$$(i) \ x = 1 \text{ 일 때 } y = -2$$

$$(ii) \ x = 2 \text{ 일 때 } y = -1$$

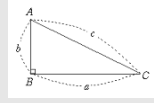
$$\text{따라서 } xy = -2$$

27. 넓이가 30 이고, 둘레의 길이가 30 인 직각삼각형의 빗변의 길이를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설



$$\frac{1}{2}ab = 30, ab = 60$$

$$a + b + c = 30, a + b = 30 - c$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (a + b)^2 - 2ab = c^2$$

$$(30 - c)^2 - 2 \cdot 60 = c^2$$

$$c^2 - 60c + 900 - 120 = c^2$$

$$60c = 780, \therefore c = 13$$

28. 다항식 $f(x)$ 를 $ax + b(a \neq 0)$ 로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라고 한다. $xf(x)$ 를 $x + \frac{b}{a}$ 로 나눈 나머지를 구하면 ?

- ① $\frac{bR}{a}$ ② $\frac{b}{Ra}$ ③ $-\frac{b}{a}R$ ④ $\frac{aR}{b}$ ⑤ $-\frac{aR}{b}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (ax + b)Q(x) + R \\ &= a\left(x + \frac{b}{a}\right)Q(x) + R \\ \therefore x \cdot f(x) &= ax\left(x + \frac{b}{a}\right)Q(x) + Rx \\ &= ax\left(x + \frac{b}{a}\right)Q(x) + R\left(x + \frac{b}{a}\right) - \frac{b}{a}R \\ &= \left(x + \frac{b}{a}\right)\{axQ(x) + R\} - \frac{b}{a}R \end{aligned}$$

따라서, 구하는 몫은 $axQ(x) + R$
 나머지는 $-\frac{bR}{a}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (ax + b)Q(x) + R \text{에서} \\ \text{나머지 정리에 의해 } f\left(-\frac{b}{a}\right) &= R \\ x \cdot f(x) &= \left(x + \frac{b}{a}\right)Q'(x) + R' \text{이라 하면} \\ \text{나머지 정리에 의해 } -\frac{b}{a}f\left(-\frac{b}{a}\right) &= R' \\ f\left(-\frac{b}{a}\right) &= R \text{를 대입하면 } R' = -\frac{b}{a}R \end{aligned}$$

29. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c) + (c+a)(c-a)$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 직각삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 정삼각형
- ④ 예각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & (a+b-c)(a-b+c) \\ &= b(b+2c) + (c+a)(c-a) \text{에서} \\ & \{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\} = b^2 + 2bc + c^2 - a^2 \\ & a^2 - b^2 + 2bc - c^2 = -a^2 + b^2 + c^2 + 2bc \\ & 2a^2 = 2b^2 + 2c^2 \\ & \therefore a^2 = b^2 + c^2 \end{aligned}$$

따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형이다.

30. $1 < x < 3$ 인 x 에 대하여 방정식 $x^2 - [x]x - 2 = 0$ 의 해를 구하여라.
(단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

① 2

② $1 + \sqrt{2}$

③ $1 + \sqrt{3}$

④ $\sqrt{5} - 1$

⑤ $2\sqrt{2} - 1$

해설

(i) $1 < x < 2$ 일 때, $[x] = 1$

준식은 $x^2 - x - 2 = 0$, $(x - 2)(x + 1) = 0$

$\therefore x = -1$ 또는 $x = 2$

그런데 $1 < x < 2$ 이므로 만족하는 해가 없다.

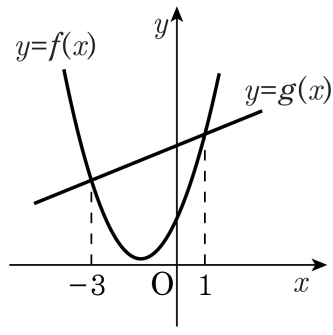
(ii) $2 \leq x < 3$ 일 때, $[x] = 2$

준식은 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 이고 근의 공식에 의하여 $x = 1 \pm \sqrt{3}$

그런데 $2 \leq x < 3$ 이므로 만족하는 해는

$$x = 1 + \sqrt{3}$$

31. 아래 그림과 같이 두 함수 $f(x) = 2x^2 + ax + 4$, $g(x) = cx + d$ 의 그래프가 $x = 1$ 과 $x = -3$ 에서 만난다. 이 때, 함수 $y = f(x) - g(x)$ 의 최솟값은?



- ① -8 ② -6 ③ -4 ④ 2 ⑤ 4

해설

두 함수를 연립하면,

$$2x^2 + ax + 4 = cx + d \\ \Rightarrow 2x^2 + (a - c)x + 4 - d = 0 \cdots \textcircled{1}$$

근이 $-3, 1$ 이므로

$2(x + 3)(x - 1) = 0$ 과 일치한다.

$\textcircled{1}$ 과 비교하면 $a - c = 4, d = 10$

$$\therefore f(x) - g(x) = 2x^2 + (a - c)x + 4 - d \\ = 2x^2 + 4x - 6 \\ = 2(x + 1)^2 - 8$$

$\therefore$ 최솟값 : -8

32. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

- ① (2,3)

② (-2,3)

③

(3,2)
- ④ (3,-2)

⑤ (-3,-2)

해설

㉠, ㉡의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \\ 2x + 3y = 12 & \cdots \cdots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

㉢ - ㉣×3을 하면 $-4y = -8$

∴ $y = 2$ 를 ㉣대입하면 $x = 3$

∴ $x = 3, y = 2$

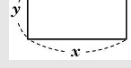
33. 가로, 세로의 길이가 각각 x cm, y cm 인 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 34 cm 일 때, 이 직사각형의 가로, 세로의 길이를 구하여라. (단, 단위 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 x cm, y cm 라 하면



$$x = y + 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 직사각형의 둘레는 $2(x + y)$ 이므로

$$2(x + y) = 34 \quad \text{즉, } x + y = 17 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$y + 5 + y = 17, \quad 2y = 12$$

$$\therefore y = 6$$

$$y = 6 \text{ 을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } x = 11$$

$$\therefore xy = 11 \times 6 = 66$$