

1. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}}(3)^3$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

2. 3의 음의 제곱근과 양의 제곱근을 각각 a, b 라 할 때, 다음 식을 계산하여라.

$$\sqrt{\sqrt{9(a^2b^2)^3} - \sqrt{5a^2 - 2b^2}}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$a = -\sqrt{3}, b = \sqrt{3}$ 이므로,

$$\sqrt{\sqrt{9(a^2b^2)^3} - \sqrt{5a^2 - 2b^2}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{9\{(-\sqrt{3})^2(\sqrt{3})^2\}^3} - \sqrt{5(-\sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{3})^2}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{9^4} - \sqrt{15 - 6}} = 9 - 3 = 6$$

3. $x > 0, y < 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠

$\sqrt{(x-y)^2} = x-y$
- ㉡

$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} = 2x$
- ㉢

$\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2} = 2y$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

㉠ $x-y > 0$, $\sqrt{(x-y)^2} = x-y$

㉡ $y-x < 0$,
 $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2}$
 $= x + (-y) - (y-x) = 2x-2y$

㉢ $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2}$
 $= x - (-y) - (x-y)$
 $= x+y-x+y = 2y$

4. $\sqrt{9} \leq x \leq \sqrt{499}$ 를 만족하는 정수 x 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 의 값의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\sqrt{9} \leq x \leq \sqrt{499}$ 를 만족하는 정수

$x = 3, 4, \dots, 21, 22$

이중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 정수

$x = 3, 12$ 로 두 개뿐이다.

5. $7 < \sqrt{3n} < 9$ 를 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$7 < \sqrt{3n} < 9$$

$$49 < 3n < 81$$

$$\frac{49}{3} < n < 27$$

$$\therefore a = 26, b = 17$$

6. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.
- ② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.
- ③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.
- ④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

- ② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
 - ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

7. a, b 가 양수일 때, 다음 중 가장 큰 수를 구하여라.

$\sqrt{a+b}, \sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{\sqrt{ab}}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$A = \sqrt{a+b}, B = \sqrt{a} + \sqrt{b}, C = \sqrt{\sqrt{ab}}$ 라 할 때,
 A, B, C 도 양수이므로 각각을 제곱하면
 $A^2 = (\sqrt{a+b})^2 = a + b$
 $B^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$
 $C^2 = (\sqrt{\sqrt{ab}})^2 = \sqrt{ab}$
이 때, $B^2 - A^2 = 2\sqrt{ab} > 0 (\because a > 0, b > 0)$ 이므로 $B > A$
또한, $B^2 - C^2 = a + b + \sqrt{ab} > 0$ 이므로 $B > C$
따라서 가장 큰 수는 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 이다.

8. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{a}, \sqrt{135} = 3\sqrt{b}, \sqrt{2000} = c\sqrt{5}$$

- ① $\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{3}$
- ③ 2
- ④ $\sqrt{5}$
- ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\sqrt{135} = \sqrt{3^3 \times 5} = 3\sqrt{15} = 3\sqrt{b}$$

$$\therefore b = 15$$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{20^2 \times 5} = 20\sqrt{5} = c\sqrt{5}$$

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 15}{20}} = \sqrt{3}$$

9. 다음 식을 만족하는 유리수 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{6}{\sqrt{18}} - \sqrt{32} = k\sqrt{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -\frac{11}{4}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2} - 4\sqrt{2} &= \frac{5\sqrt{2} - 16\sqrt{2}}{4} \\ &= -\frac{11\sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$

$$-\frac{11\sqrt{2}}{4} = k\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$k = -\frac{11}{4} \text{ 이다.}$$

10. $\frac{5-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = a + b\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -5

② -4

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}\frac{5-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} &= \frac{(5-3\sqrt{3})\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} \\ &= \frac{5\sqrt{3}-9}{3} \\ &= -3 + \frac{5\sqrt{3}}{3}\end{aligned}$$

$$-3 + \frac{5\sqrt{3}}{3} = a + b\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = -3, b = \frac{5}{3}$$

$$\therefore ab = -5$$

11. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$a = 4, b = 5 - \sqrt{2}, c = \sqrt{17}$

- ① $a < b < c$

② $b < a < c$

③ $c < a < b$

④ $b < c < a$

⑤ $a < c < b$

해설

(1) $a = 4$
(2) b 의 범위
 $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$
 $5 - \sqrt{4} < 5 - \sqrt{2} < 5 - \sqrt{1}$
 $\therefore 3 < 5 - \sqrt{2} < 4$
(3) c 의 범위
 $\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$
 $\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$
 $\therefore b < a < c$

12. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a 라 하고, $\sqrt{b} = 1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

수	0	1	2	3	...
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	...
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	...
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	...
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	...
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	...

- ① $a = 1.000, b = 1.13$
- ② $a = 1.005, b = 1.15$
- ③ $a = 1.049, b = 1.42$
- ④ $a = 1.196, b = 1.22$
- ⑤ $a = 1.192, b = 1.23$

해설

표에서 1.43을 찾으면 1.196이므로 $\sqrt{1.43} = 1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105인 것을 찾으면 1.22이므로 $\sqrt{1.22} = 1.105$ 이다. 따라서 $a = 1.196, b = 1.22$ 이다.

13. 다음 빈칸에 반드시 음수가 들어가야 하는 것을 모두 고르면?

$\boxed{\text{㉠}}$

$x^2 + 36x + \boxed{\text{㉡}} = (2x + \boxed{\text{㉢}})^2$

$6x^2 + x + \boxed{\text{㉣}} = (3x + 5)(2x + \boxed{\text{㉤}})$

- ① ㉠, ㉣

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉤

해설

㉠: $2^2 = 4$

㉢: $4 \times \text{㉢} = 36, \therefore \text{㉢} = 9$

㉡: $9^2 = 81$

㉣: $10 + 3 \times \text{㉣} = 1, \therefore \text{㉣} = -3$

㉤: $(-3) \times 5 = -15$

14. 다항식 $a^2x + 1 - x - a^2$ 을 인수분해하였을 때, 다음 <보기> 중 그 인수가 될 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x + 1$	㉡ $a + 1$
㉢ $x^2 + 1$	㉣ $a - 1$

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉢, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

(준식) $= a^2x - a^2 - x + 1$
 $= a^2(x - 1) - (x - 1)$
 $= (a^2 - 1)(x - 1)$
 $= (a + 1)(a - 1)(x - 1)$

15. $16 - x^2 + 4xy - 4y^2$ 을 인수분해하면?

- ① $(x + 2y - 4)(-x + 2y + 4)$ ② $(x - 2y + 4)^2$
③ $(x - 2y + 4)(x + 2y - 4)$ ④ $(x - 2y + 4)(-x + 2y + 4)$
⑤ $(-x - 2y + 4)(x + 2y + 4)$

해설

$$\begin{aligned} 16 - (x^2 - 4xy + 4y^2) &= 16 - (x - 2y)^2 \\ &= 4^2 - (x - 2y)^2 \\ &= (4 + x - 2y)(4 - x + 2y) \end{aligned}$$

16. $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)-40$ 이 $(x+a)(x+b)(x^2+c)$ 로 인수분해 될 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=4$

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+1)(x-2)(x+2)-40 \\ &= (x^2-1)(x^2-4)-40 \\ &= x^4-5x^2-36 \\ &= (x^2+4)(x^2-9) \\ &= (x-3)(x+3)(x^2+4) \text{ 이므로} \\ & a+b+c=4 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

17. $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{c}{2b} + \frac{2a}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, $a + b + c \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

$$\frac{1}{2}(a + b + c) \{ (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \} = 0$$

이때 a, b, c 는 실수이고 $a + b + c \neq 0$ 이므로

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore \frac{2b}{a} + \frac{c}{2b} + \frac{2a}{c} = \frac{9}{2}$$

18. $15 \times 7.6^2 - 7.4^2 \times 15$ 의 값은?

① 55

② 45

③ 35

④ 15

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 15 \times (7.6^2 - 7.4^2) \\&= 15 \times (7.6 + 7.4) \times (7.6 - 7.4) \\&= 15 \times 15 \times 0.2 \\&= 45\end{aligned}$$

19. 0 이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{1}{ab} - 1$ 일 때, $a^4 + b^4 + (a+b)^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{1}{ab} - 1 \text{ 에서}$$

$$\frac{b^2 + a^2}{ab} = \frac{1 - ab}{ab}, a^2 + b^2 + ab = 1$$

$$\therefore (a + b)^2 = 1 + ab$$

$$\begin{aligned} \therefore a^4 + b^4 + (a + b)^4 &= a^4 + b^4 + (1 + ab)^2 \\ &= a^4 + b^4 + a^2b^2 + 2ab + 1 \\ &= (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) + 2ab + 1 \\ &= (a^2 - ab + b^2) + 2ab + 1 \\ &= a^2 + ab + b^2 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

20. $xy = 3$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값은? (단, $x + y > 0$)

- ① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ $8\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 6 + 2 \times 3 = 12$$

$$x + y > 0 \text{ 이므로 } x + y = 2\sqrt{3}$$

$$(x^2 + y^2)(x + y) = x^3 + y^3 + xy(x + y)$$

$$6 \times 2\sqrt{3} = x^3 + y^3 + 3 \times 2\sqrt{3}$$

$$x^3 + y^3 = 6\sqrt{3}$$

21. 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $2x-1$, $x-y$ 인 정육면체의 부피가 $2x^3+x^2-2x^2y-x-xy+y$ 이다. 이 때 x, y 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = -1$

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= y(-2x^2-x+1)+2x^3+x^2-x \\ &= y(-2x^2-x+1)+x(2x^2+x-1) \\ &= (x-y)(2x^2+x-1) \\ &= (x-y)(2x-1)(x+1)\end{aligned}$$

정육면체이므로 $x-y=2x-1=x+1$ 이다.

$\therefore x=2, y=-1$

22. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{7}{2}$
- ③ $\frac{9}{2}$
- ④ $\frac{11}{2}$
- ⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$ 를 정리하면,
 $(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$
이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.
따라서 $a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$
 $\therefore a = 8, b = 10, c = -\frac{3}{2}$
 $a + b + c = \frac{33}{2}$ 이다.

23. 이차방정식 $x - \frac{3}{x} = 6$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때 $(p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3)$ 의 값을 구하면?

- ① 12
- ② 24
- ③ 36
- ④ 48
- ⑤ 50

해설

$x - \frac{3}{x} = 6$ 의 양변에 x 를 곱하면 $x^2 - 6x - 3 = 0$

$x = p$, $x = q$ 를 각각 대입하면

$p^2 - 6p - 3 = 0$ 에서 $p^2 - 6p = 3$

$q^2 - 6q - 3 = 0$ 에서 $q^2 - 6q = 3$

$\therefore (p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3) = (3 + 5)(3 + 3) = 48$

24. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 과 $x^2 - 2x - a = 0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

① $x = 2, a = -3$

② $x = 2, a = 3$

③ $x = 1, a = 3$

④ $x = -1, a = -3$

⑤ $x = -1, a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x = \alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \textcircled{A}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 하면

$$(a+2)\alpha + (a+2) = 0, (a+2)(\alpha+1) = 0$$

$$a = -2 \text{ 또는 } \alpha = -1 \text{ 에서 } a > 0 \text{ 이므로 } \alpha = -1$$

$$\alpha = -1 \text{ 을 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면}$$

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

25. 이차방정식 $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha$ 의 값은?

① $24 + 5\sqrt{21}$

② $26 + 6\sqrt{23}$

③ $28 + 7\sqrt{26}$

④ $32 + 8\sqrt{23}$

⑤ $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$$x^2 - 4x - 18 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 18 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 22$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{22}$$

α 는 양의 근이므로 $\alpha = 2 + \sqrt{22}$

$$\therefore \alpha^2 + 4\alpha = 34 + 8\sqrt{22}$$