

1. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중 $\square$ 안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면?

- ① 3 ② 4 ③ 7 ④ 9 ⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)이다.

④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

2. $27 \times \square$ 는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수이다. $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

- ① 2 ② 2^2 ③ 2^3 ④ 3 ⑤ 3^2

해설

$3^3 \times \square$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(3+1) \times (x+1) = 12$ (개) 이므로

$$(3+1) \times (x+1) = 4 \times (x+1) = 12$$

$$x+1 = 3 \quad \therefore x = 2$$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^2$$

3. $3^3 \times a$ 는 약수의 개수가 12인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때, a 에 맞는 수를 구하면?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 25 ⑤ 36

해설

$$12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^3 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

4. $14 \times \square \times 35$ 의 약수의 개수가 36 일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때

$$36 = (5 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) \text{ 이므로}$$

$$\square = 2^4 = 16$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때

$$36 = (a + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1)$$

$$a = 2, \text{ 가장 작은 자연수는 } 3^2 = 9$$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

5. 사과 62 개와 귤 116 개를 될 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주면, 사과는 2 개가 남고, 귤은 6 개가 남는다고 한다. 이때, 학생 수를 구하면?

① 10 명 ② 12 명 ③ 3 명 ④ 5 명 ⑤ 15 명

해설

학생 수는 $62 - 2 = 60$, $116 - 6 = 110$ 의 최대공약수이므로 10 (명)

6. 어떤 자연수로 300 을 나누면 12 가 부족하고 200 을 나누면 8 이 부족하고, 100 을 나누면 4 가 부족하다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 104

해설

$300 + 12 = 312$, $200 + 8 = 208$, $100 + 4 = 104$ 의 최대공약수는 104 이다.

7. 어떤 자연수로 93 을 나누면 3 이 남고, 49 를 나누면 4 가 남고, 76 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

구하는 가장 큰 자연수는 90, 45, 75 의 최대공약수,
 $90 = 2 \times 3^2 \times 5$, $45 = 3^2 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$
 $\therefore 3 \times 5 = 15$

8. 어떤 수로 37 을 나누면 1 이 남고 116 을 나누면 4 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

36 과 120 의 최대공약수이므로 12 이다.

9. 소인수분해 된 두 수 $2^a \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 5^b \times c$ 의 최대공약수가 40 ,
최소공배수가 4200 일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$40 = 2^3 \times 5, \quad 4200 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$$

$$2^a = 2^3 \text{ 이므로 } a = 3,$$

$$5^b = 5 \text{ 이므로 } b = 1, \quad c = 7 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } a - b + c = 9 \text{ 이다.}$$

10. 소인수분해한 세 자연수 $2^a \times b$, $2^2 \times 3^b \times c$, $2^2 \times 3^2$ 의 최대공약수는 6 이고 최소공배수는 540 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$6 = 2 \times 3, 540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

최대공약수가 2×3 이므로 $a = 1, b = 3$

최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $c = 5$

$$\therefore 1 + 3 + 5 = 9$$

11. 다음 두 자연수의 최소공배수가 288 일 때, 최대공약수를 구하여라.

$8 \times a, \quad 12 \times a$

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$$\begin{array}{l} 8 \times a = 2^3 \times a \\ 12 \times a = 2^2 \times 3 \times a \end{array}$$

최대공약수 : $2^2 \times 3 \times a = 96$

최소공배수 : $2^3 \times 3 \times a$

$a = 288 \div 8 \div 3 = 12$

따라서 최대공약수는 $2^2 \times a = 48$ 이다.

12. 자연수 A 와 36 의 최대공약수가 4 이고 최소공배수는 144 일 때, 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) \quad A \quad 36} \\ \underline{\quad a \quad \quad} 9 \end{array}$$

A 와 36 의 최소공배수가 144 이므로

$$4 \times a \times 9 = a \times 36 = 144$$

$$a = 144 \div 36 = 4$$

$$\therefore A = 4 \times 4 = 16$$

[별해] 두 자연수 A, B 의 최대공약수와 최소공배수의 곱은 두 자연수의 곱인 $A \times B$ 와 같다.

$$A \times 36 = 4 \times 144$$

$$\therefore A = 4 \times 144 \div 36 = 16$$

13. 두 수 $2^2 \times 3$, A 의 최대공약수가 2×3 , 최소공배수가 $2^2 \times 3 \times 7$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

두 수 A , B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$$(2^2 \times 3) \times A = (2 \times 3) \times (2^2 \times 3 \times 7) = 2^3 \times 3^2 \times 7 \text{ 이다.}$$

$$\therefore A = 2 \times 3 \times 7 = 42$$

14. 두 자연수의 곱이 540 이고 최대공약수가 6 일 때, 최소공배수는?

① 40

② 50

③ 60

④ 80

⑤ 90

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $540 = 6 \times (\text{최소공배수})$

따라서 최소공배수는 90 이다.

15. 두 수의 곱이 504 이고 최소공배수가 168 일 때, 이 두 자연수의 최대 공약수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $504 = (\text{최대공약수}) \times 168$
최대공약수는 3 이다.

16. 두 자연수의 곱이 720 이고 최대공약수가 6 일 때, 두 수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $720 = 6 \times (\text{최소공배수})$
따라서 최소공배수는 120 이다.

17. 다음 중 옳게 계산된 것은?

① $-2^2 = 4$

② $(-1)^{101} = -101$

③ $(-2)^3 = -6$

④ $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$

⑤ $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{4}$

해설

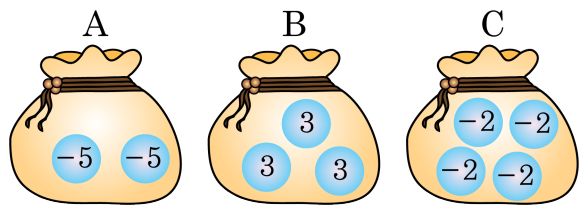
① $-2^2 = -4$

② $(-1)^{101} = -1$

③ $(-2)^3 = -8$

⑤ $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

18. 세 친구는 A, B, C 세 주머니를 각각 하나씩 고른 후, 자기 주머니 안에 들어 있는 구슬에 적힌 수를 모두 곱해보기로 했다. A, B, C 세 주머니 계산 결과를 차례대로 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : A = 25 또는 +25

▷ 정답 : B = 27 또는 +27

▷ 정답 : C = 16 또는 +16

해설

A : $(-5) \times (-5) = (-5)^2 = 25$
B : $3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$
C : $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^4 = 16$

19. 다음 중 계산 결과가 나머지와 다른 것을 골라라.

- ① $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ ② $-\left(\frac{1}{2}\right)^3$ ③ $-\left(-\frac{1}{2}\right)^3$
④ $-\frac{1}{2^3}$ ⑤ $\frac{1}{(-2)^3}$

해설

$$\textcircled{1} \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$$

$$\textcircled{2} -\left(\frac{1}{2}\right)^3 = -\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$$

$$\textcircled{3} -\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{8}$$

$$\textcircled{4} -\frac{1}{2^3} = -\frac{1}{2 \times 2 \times 2} = -\frac{1}{8}$$

$$\textcircled{5} \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2)} = -\frac{1}{8}$$

20. $a^2 + b^2$ 에 대하여 a 의 값이 될 수 있는 수는 1, 2, 3이고, b 의 값이 될 수 있는 수는 -1 , 1이다. 위 식의 값이 될 수 있는 모든 수를 더하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17 또는 +17

해설

a^2 이 될 수 있는 값 : 1, 4, 9,
 b^2 이 될 수 있는 값 : 1,
따라서 $a^2 + b^2$ 의 값이 될 수 있는 수는 2, 5, 10이다.
모두 더하면 17이다.

21. 1 부터 n 까지의 유리수 중에서 분모가 5 인 정수가 아닌 유리수의 개수가 100 개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 20

② 23

③ 26

④ 29

⑤ 32

해설

1부터 n 까지의 유리수는

$\frac{5}{5}$ 부터 $\frac{5n}{5}$ 까지의 유리수이다.

이 중 n 개의 정수가 있으므로

$5n - 4 - n = 100$ 이다.

따라서 $4n = 104$, $n = 26$ 이다.

22. $\ll x \gg$ 를 $-x < a < x$ 인 정수 a 의 개수라고 할 때, 다음을 구하여라.

$\ll 5 \gg + \ll 2.8 \gg$

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\ll 5 \gg$ 는 $-5 < a < 5$ 인 정수 a 의 개수

$\ll 5 \gg = 5 - (-5) - 1 = 9$

$\ll 2.8 \gg$ 은 $-2.8 < a < 2.8$ 인 정수 a 의 개수

$\ll 2.8 \gg = 2 \times 2 + 1 = 5$

$\therefore \ll 5 \gg + \ll 2.8 \gg = 9 + 5 = 14$

23. 다음의 수 중에서 수직선에 나타냈을 때 가장 왼쪽에서 3 번째 수는?

$0.3, \frac{1}{3}, -0.9, \frac{17}{20}, -\frac{7}{17}$

- ①

0.3
- ②

 $\frac{1}{3}$
- ③

-0.9
- ④

 $\frac{17}{20}$
- ⑤

 $-\frac{7}{17}$

해설

$-0.9 < -\frac{7}{17} < 0.3 < \frac{1}{3} < \frac{17}{20}$

24. $\frac{4}{9} < X < \frac{7}{12}$ 를 만족하는 분수 X 에서 분자가 28인 분수의 개수를 a ,
분자가 56인 분수의 개수를 b 라 할 때 $\frac{a}{b}$ 의 값으로 알맞은 것은?

- ① $\frac{16}{11}$
- ② $\frac{16}{22}$
- ③ $\frac{14}{29}$
- ④ $\frac{16}{44}$
- ⑤ $\frac{16}{55}$

해설

$$\frac{4}{9} = \frac{28}{63}, \frac{7}{12} = \frac{28}{48}$$
$$\frac{28}{63} < X < \frac{28}{48}$$

x 는 $\frac{28}{62}, \frac{28}{61}, \dots, \frac{28}{49}$ 이므로 14이다.

$$\frac{4}{9} = \frac{56}{126}, \frac{7}{12} = \frac{56}{96}$$
$$\frac{56}{126} < X < \frac{56}{96}$$

x 는 $\frac{56}{125}, \frac{56}{124}, \dots, \frac{56}{97}$ 이므로 $b = 29$ 이다.

따라서 $\frac{a}{b} = \frac{14}{29}$ 이다.

25. $-10 < x < 9$ 인 서로 다른 세 정수 a, b, c 에 대하여 $|a| + |b| + |c|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $|m - M|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$-10 < x < 9$ 인 정수는
 $-9, -8, -7, \dots, 7, 8$ 이므로
 $|a| + |b| + |c|$ 의 최댓값은
 $M = |-9| + |-8| + |8| = 9 + 8 + 8 = 25$
 $|a| + |b| + |c|$ 의 최솟값은
 $m = |-1| + |0| + |1| = 1 + 0 + 1 = 2$
 $\therefore |m - M| = |2 - 25| = |-23| = 23$

26. 서로 다른 세 수 a, b, c 가 다음을 만족할 때, 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내어라.

- ㉠ $a > 3, b > -3$
- ㉡ $|b| = |-3|$
- ㉢ $3 < c < 5$
- ㉤ 수직선에 나타냈을 때, a 가 c 보다 -3 에 더 가깝다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b < a < c$

해설

㉠과 ㉡에 의하여 $b = 3$
 a 가 c 보다 -3 에 가까우므로 $a < c$
 $\therefore b < a < c$

27. 두 정수 x, y 에 대하여 x 의 절댓값은 6, y 의 절댓값은 9이다. $x - y$ 중 가장 큰 값을 a , 가장 작은 값을 b 라고 할 때 $a \div b$ 의 값을 구하여라.

① -10 ② -1 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

$x = +6, -6, y = +9, -9$ 이므로
 $x - y$ 의 최댓값은 $6 - (-9) = 6 + 9 = 15$
 $x - y$ 의 최솟값은 $-6 - 9 = -15$

따라서 $a = 15, b = -15$ 이다.
 $\therefore a \div b = 15 \div (-15) = -1$

28. $a * b$ 는 a, b 두 수 중 절댓값이 작은 수를 나타낸다고 할 때, 안에 알맞은 수를 구하여라.

$(-7 * 4) + (6 * \text{}) = (3 * -5)$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$4 + (6 * \text{}) = 3$$

$$\therefore \text{} = -1$$