1. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중 $\square$ 안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면?

① 3 ② 4 ③ 7 ④ 9 ⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5+1=6$ (개) 이다.

④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3+1)\times(2+1)=12$ (개) 이다.

2. $27\times\square$ 는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 자연수이다. $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 2 ② 2^2 ③ 2^3 ④ 3 ⑤ 3^2

해설

$3^3\times\square$ 에서 $\square=a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(3+1)\times(x+1)=12$ (개) 이므로

$(3+1)\times(x+1)=4\times(x+1)=12$

$x+1=3 \quad \therefore\ x=2$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$\square=2^2$

3. $3^3 \times a$ 는 약수의 개수가 12 인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때, a 에 맞는 수를 구하면?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 25 ⑤ 36

해설

$12 = 4 \times 3 = (3+1) \times (2+1)$

$3^3 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3 보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

4. $14 \times \square \times 35$ 의 약수의 개수가 36 일 때, $\square$안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때

$36 = (5+1) \times (2+1) \times (1+1)$ 이므로

$\square = 2^4 = 16$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때

$36 = (a+1) \times (1+1) \times (2+1) \times (1+1)$

$a = 2$, 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

5. 사과 62 개와 귤 116 개를 될 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주면, 사과는 2 개가 남고, 귤은 6 개가 남는다고 한다. 이때, 학생 수를 구하면?

① 10 명 ② 12 명 ③ 3 명 ④ 5 명 ⑤ 15 명

해설

학생 수는 $62 - 2 = 60$, $116 - 6 = 110$ 의 최대공약수이므로 10 (명)

6. 어떤 자연수로 300 을 나누면 12 가 부족하고 200 을 나누면 8 이 부족하고, 100 을 나누면 4 가 부족하다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 104

해설

$300+12=312,\ 200+8=208,\ 100+4=104$ 의 최대공약수는 104 이다.

7. 어떤 자연수로 93 을 나누면 3 이 남고, 49 를 나누면 4 가 남고, 76 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

구하는 가장 큰 자연수는 90, 45, 75 의 최대공약수,

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$, $45 = 3^2 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$

$\therefore\ 3 \times 5 = 15$

8. 어떤 수로 37 을 나누면 1 이 남고 116 을 나누면 4 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

36 과 120 의 최대공약수이므로 12 이다.

9. 소인수분해 된 두 수 $2^a \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 5^b \times c$ 의 최대공약수가 40 , 최소공배수가 4200 일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$40 = 2^3 \times 5$, $4200 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$

$2^a = 2^3$ 이므로 $a = 3$,

$5^b = 5$ 이므로 $b = 1$, $c = 7$ 이다.

따라서 $a - b + c = 9$ 이다.

10. 소인수분해한 세 자연수 $2^a \times b$, $2^2 \times 3^b \times c$, $2^2 \times 3^2$ 의 최대공약수는 6 이고 최소공배수는 540 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$6 = 2 \times 3$, $540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$

최대공약수가 2×3 이므로 $a = 1$, $b = 3$

최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $c = 5$

$\therefore\ 1 + 3 + 5 = 9$

11. 다음 두 자연수의 최소공배수가 288 일 때, 최대공약수를 구하여라.

$8 \times a, \quad 12 \times a$

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$8 \times a = 2^3 \times a$
$12 \times a = 2^2 \times 3 \times a$

최대공약수 : $2^3 \times 3 \times a = 96$
최소공배수 : $2^2 \times a$

$a = 288 \div 8 \div 3 = 12$
따라서 최대공약수는 $2^2 \times a = 48$ 이다.

12. 자연수 A 와 36 의 최대공약수가 4 이고 최소공배수는 144 일 때, 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{array}{r|ll} 4 & A & 36 \\ \hline & a & 9 \end{array}$$

A 와 36 의 최소공배수가 144 이므로

$4 \times a \times 9 = a \times 36 = 144$

$a = 144 \div 36 = 4$

$\therefore\ A = 4 \times 4 = 16$

[별해] 두 자연수 A, B 의 최대공약수와 최소공배수의 곱은 두 자연수의 곱인 $A \times B$ 와 같다.

$A \times 36 = 4 \times 144$

$\therefore\ A = 4 \times 144 \div 36 = 16$

13. 두 수 $2^2 \times 3$, A 의 최대공약수가 2×3, 최소공배수가 $2^2 \times 3 \times 7$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 하면
$A \times B = L \times G$ 이므로
$(2^2 \times 3) \times A = (2 \times 3) \times (2^2 \times 3 \times 7) = 2^3 \times 3^2 \times 7$ 이다.
$\therefore\ A = 2 \times 3 \times 7 = 42$

14. 두 자연수의 곱이 540 이고 최대공약수가 6 일 때, 최소공배수는?

① 40 ② 50 ③ 60 ④ 80 ⑤ 90

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수) 이므로
$540 = 6\times$ (최소공배수)
따라서 최소공배수는 90 이다.

15. 두 수의 곱이 504 이고 최소공배수가 168 일 때, 이 두 자연수의 최대 공약수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수) 이므로

$504 = (\text{최대공약수}) \times 168$

최대공약수는 3 이다.

16. 두 자연수의 곱이 720 이고 최대공약수가 6 일 때, 두 수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수) 이므로
$720 = 6\times$ (최소공배수)
따라서 최소공배수는 120 이다.

17. 다음 중 옳게 계산된 것은?

① $-2^2 = 4$

② $(-1)^{101} = -101$

③ $(-2)^3 = -6$

④ $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$

⑤ $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{4}$

해설

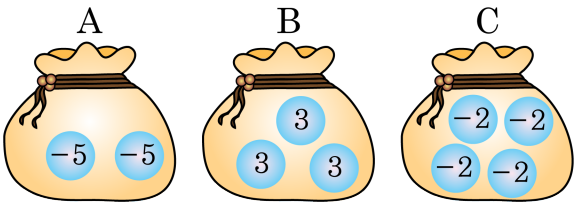
① $-2^2 = -4$

② $(-1)^{101} = -1$

③ $(-2)^3 = -8$

⑤ $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

18. 세 친구는 A, B, C 세 주머니를 각각 하나씩 고른 후, 자기 주머니 안에 들어 있는 구슬에 적힌 수를 모두 곱해보기로 했다. A, B, C 세 주머니 계산 결과를 차례대로 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: A = 25 또는 +25

▷ 정답: B = 27 또는 +27

▷ 정답: C = 16 또는 +16

해설

A : $(-5)\times(-5)=(-5)^2=25$

B : $3\times3\times3=3^3=27$

C : $(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)=(-2)^4=16$

19. 다음 중 계산 결과가 나머지와 다른 것을 골라라.

① $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ ② $-\left(\frac{1}{2}\right)^3$ ③ $-\left(-\frac{1}{2}\right)^3$

④ $-\frac{1}{2^3}$ ⑤ $\frac{1}{(-2)^3}$

해설

① $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$

② $-\left(\frac{1}{2}\right)^3 = -\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$

③ $-\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{8}$

④ $-\frac{1}{2^3} = -\frac{1}{2 \times 2 \times 2} = -\frac{1}{8}$

⑤ $\frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2)} = -\frac{1}{8}$

20. a^2+b^2 에 대하여 a 의 값이 될 수 있는 수는 1, 2, 3 이고, b 의 값이 될 수 있는 수는 -1, 1 이다. 위 식의 값이 될 수 있는 모든 수를 더하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17 또는 +17

해설

a^2 이 될 수 있는 값 : 1, 4, 9,
b^2 이 될 수 있는 값 : 1,
따라서 a^2+b^2 의 값이 될 수 있는 수는 2, 5, 10 이다.
모두 더하면 17 이다.

21. 1 부터 n 까지의 유리수 중에서 분모가 5 인 정수가 아닌 유리수의 개수가 100 개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 20 ② 23 ③ 26 ④ 29 ⑤ 32

해설

1 부터 n 까지의 유리수는

$\frac{5}{5}$ 부터 $\frac{5n}{5}$ 까지의 유리수이다.

이 중 n 개의 정수가 있으므로

$5n - 4 - n = 100$ 이다.

따라서 $4n = 104,\ n = 26$ 이다.

22. $<< x >>$ 를 $-x < a < x$ 인 정수 a 의 개수라고 할 때, 다음을 구하여라.

$<< 5 >> + << 2.8 >>$

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$<< 5 >>$ 는 $-5 < a < 5$ 인 정수 a 의 개수

$<< 5 >> = 5 - (-5) - 1 = 9$

$<< 2.8 >>$ 은 $-2.8 < a < 2.8$ 인 정수 a 의 개수

$<< 2.8 >> = 2 \times 2 + 1 = 5$

$\therefore << 5 >> + << 2.8 >> = 9 + 5 = 14$

23. 다음의 수 중에서 수직선에 나타냈을 때 가장 왼쪽에서 3 번째 수는?

$$0.3,\ \frac{1}{3},\ -0.9,\ \frac{17}{20},\ -\frac{7}{17}$$

① 0.3 ② $\frac{1}{3}$ ③ -0.9 ④ $\frac{17}{20}$ ⑤ $-\frac{7}{17}$

해설

$$-0.9 < -\frac{7}{17} < 0.3 < \frac{1}{3} < \frac{17}{20}$$

24. $\frac{4}{9} < X < \frac{7}{12}$ 를 만족하는 분수 X 에서 분자가 28 인 분수의 개수를 a, 분자가 56 인 분수의 개수를 b 라 할 때 $\frac{a}{b}$ 의 값으로 알맞은 것은?

① $\frac{16}{11}$ ② $\frac{16}{22}$ ③ $\frac{14}{29}$ ④ $\frac{16}{44}$ ⑤ $\frac{16}{55}$

해설

$\frac{4}{9} = \frac{28}{63}$, $\frac{7}{12} = \frac{28}{48}$

$\frac{28}{63} < X < \frac{28}{48}$

x 는 $\frac{28}{62}$, $\frac{28}{61}$, $\cdots$, $\frac{28}{49}$ 이므로 14 이다.

$\frac{4}{9} = \frac{56}{126}$, $\frac{7}{12} = \frac{56}{96}$

$\frac{56}{126} < X < \frac{56}{96}$

x 는 $\frac{56}{125}$, $\frac{56}{124}$, $\cdots$, $\frac{56}{97}$ 이므로 $b = 29$ 이다.

따라서 $\frac{a}{b} = \frac{14}{29}$ 이다.

25. $-10 < x < 9$인 서로 다른 세 정수 a, b, c에 대하여 $|a| + |b| + |c|$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $|m - M|$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 23

해설

$-10 < x < 9$인 정수는

$-9, \ -8, \ -7, \ \cdots, \ 7, \ 8$ 이므로

$|a| + |b| + |c|$의 최댓값은

$M = |-9| + |-8| + |8| = 9 + 8 + 8 = 25$

$|a| + |b| + |c|$의 최솟값은

$m = |-1| + |0| + |+1| = 1 + 0 + 1 = 2$

$\therefore |m - M| = |2 - 25| = |-23| = 23$

26. 서로 다른 세 수 a, b, c 가 다음을 만족할 때, 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내어라.

㉠ $a > 3$, $b > -3$

㉡ $|b| = |-3|$

㉢ $3 < c < 5$

㉣ 수직선에 나타냈을 때, a 가 c 보다 -3 에 더 가깝다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b < a < c$

해설

㉠과 ㉡에 의하여 $b = 3$

a가 c보다 -3에 가까우므로 $a < c$

$\therefore\ b < a < c$

27. 두 정수 x, y에 대하여 x의 절댓값은 6, y의 절댓값은 9이다. $x-y$ 중 가장 큰 값을 a, 가장 작은 값을 b 라고 할 때 $a \div b$ 의 값을 구하여라.

① -10 ② -1 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

$x = +6, -6,\ y = +9, -9$ 이므로
$x-y$의 최댓값은 $6-(-9) = 6+9 = 15$
$x-y$의 최솟값은 $-6-9 = -15$

따라서 $a = 15,\ b = -15$ 이다.
$\therefore a \div b = 15 \div (-15) = -1$

28. $a * b$ 는 a, b 두 수 중 절댓값이 작은 수를 나타낸다고 할 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.

$$(-7 * 4) + (6 * \square) = (3 * -5)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$4 + (6 * \square) = 3$

$\therefore \square = -1$