**1.** 이차함수 $y = x^2 + (k-3)x + k$ 의 그래프가 $x$ 축과 만나지 않을 때, 실수 $k$ 의 값의 범위는?

① $-1 < k < 7$ ② $-1 < k < 8$ ③ $0 < k < 9$
④ $1 < k < 9$ ⑤ $1 < k < 10$

해설

주어진 이차함수의 그래프가
$x$ 축과 만나지 않으려면
이차방정식 $x^2 + (k-3)x + k = 0$ 이
실근을 갖지 않아야 하므로
$D = (k-3)^2 - 4k < 0$
$k^2 - 10k + 9 < 0$, $(k-1)(k-9) < 0$
$\therefore\ 1 < k < 9$

**2.** 함수 $y = \dfrac{6}{x^2 - 2x + 4}$ 의 최댓값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$x^2 - 2x + 4 = (x-1)^2 + 3 > 0$ 이므로
분모가 최소가 될 때 $y$ 가 최대이다.
$\therefore$ $x = 1$ 일 때 최댓값 $\dfrac{6}{3} = 2$

**3.** $x$의 범위가 $-1 \le x \le 2$ 일 때, 이차함수 $y=-2x^2+4x+1$ 의 최댓값을 구하면?

① $-2$　② $2$　③ $3$　④ $4$　⑤ $5$

해설

$y=-2(x-1)^2+3$

$\therefore x=1$ 일 때, 최댓값 3

**4.** 이차함수 $y = x^2 - 6x + 12$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가 만나기 위한 $k$ 의 최솟값은?

① $-1$ ② $-2$ ③ $-3$ ④ $-4$ ⑤ $-5$

해설

두 그래프가 만나려면 연립 방정식의 판별식이
0 보다 크거나 같아야 한다.

$\Rightarrow 2x + k = x^2 - 6x + 12$

$\Rightarrow x^2 - 8x + 12 - k = 0$

$\frac{D}{4} = 4^2 - 12 + k \geq 0$

$\Rightarrow k \geq -4$

$\therefore$ 최솟값 : $-4$

**5.** 이차함수 $y = x^2 + ax + a$의 그래프와 직선 $y = x + 1$이 한 점에서 만나도록 하는 $a$의 값의 합을 구하여라.

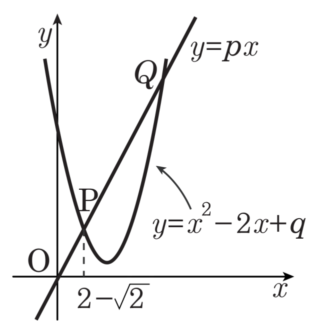
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = x^2 + ax + a \cdots$ ㉠
$y = x + 1 \qquad \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $y$를 소거하여 정리하면
$x^2 + ax + a = x + 1$
$\therefore\ x^2 + (a-1)x + a - 1 = 0$
㉠, ㉡가 한 점에서 만나면 이차방정식이 중근을 가지므로, 판별식을 $D$라 하면
$D = (a-1)^2 - 4(a-1) = 0$
$\therefore\ (a-1)\{(a-1) - 4\} = 0$
$\therefore\ (a-1)(a-5) = 0 \quad \therefore a = 1$ 또는 $5$
따라서 구하는 $a$의 값은 6

**6.** 다음 그림과 같이 직선 $y = px$ 와 이차함수 $y = x^2 - 2x + q$ 의 그래프가 두 점 P, Q 에서 만나고 점 P 의 $x$ 좌표가 $2 - \sqrt{2}$ 이다. 이때, 유리수 $p$, $q$ 의 곱 $pq$ 의 값은?




① 1　　② 4　　③ 6　　④ 9　　⑤ 12

해설

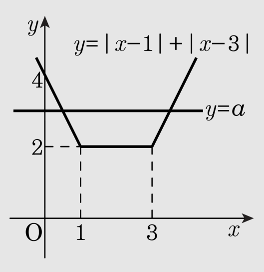
두 점 P, Q 의 $x$ 좌표는
이차방정식 $x^2 - 2x + q = px$ 의 두 실근이다.
$x^2 - (p+2)x + q = 0$ 에서 $p$, $q$ 는 유리수이므로
한 근이 $2 - \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $2 + \sqrt{2}$ 이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의하여
$(2 - \sqrt{2}) + (2 + \sqrt{2}) = p + 2$
$\therefore\ p = 2$
$(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = q$
$\therefore\ q = 2$
$\therefore\ pq = 4$

**7.** $x$의 방정식 $|x-1|+|x-3|=a$가 서로 다른 두 개의 실근을 가질 때, 실수 $a$ 의 값의 범위는?

① $a<1$ ② $a>1$ ③ $a<2$ ④ $a>2$ ⑤ $a<3$

해설

좌 우변을 각각 그래프를 그려보면
$a>2$



**8.** $a-1 \le x \le a+4$ 에서 이차함수 $y=x^2-2ax+4$ 의 최댓값이 4 일 때, 양수 $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$f(x)=x^2-2ax+4=(x-a)^2-a^2+4$
이때, 꼭짓점의 $x$ 좌표 $a$ 가 $x$의 값의 범위에 속하므로
$x=a$ 일 때 최솟값, $x=a+4$ 일 때 최댓값을 갖는다.
즉, $f(a+4)=(a+4)^2-2a(a+4)+4=4$
$a^2+8a+16-2a^2-8a+4=4$
$a^2=16$
$\therefore a=4\ (a>0)$

**9.** 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 2a - 1$의 최솟값을 $m$이라 할 때, $m$의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = x^2 - 2ax + 2a - 1 = (x - a)^2 - a^2 + 2a - 1$
이므로 $x = a$일 때 최솟값 $-a^2 + 2a - 1$을 가진다.
$\therefore m = -a^2 + 2a - 1 = -(a - 1)^2$
따라서 $m$은 $a = 1$일 때, 최댓값 0을 가진다.

**10.** 함수 $y = -\left(x^2 + 4x + 5\right)^2 - 2\left(x^2 + 4x\right) - 6$ 이 $x = m$ 에서 최댓값 $M$ 을 갖는다. 이 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

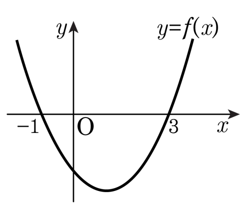
▶ 답 :

▷ 정답 : $-1$

해설

$y = -\left(x^2 + 4x + 5\right)^2 - 2\left(x^2 + 4x\right) - 6$ 에서
$x^2 + 4x + 5 = t$ 로 놓으면
$y = -\left(x^2 + 4x + 5\right)^2 - 2\left(x^2 + 4x + 5\right) + 4$
$= -t^2 - 2t + 4 = -(t + 1)^2 + 5$
그런데 $t = x^2 + 4x + 5 = (x + 2)^2 + 1 \geq 1$ 이므로
$t = 1$, 즉 $x = -2$ 일 때 최댓값 1 을 갖는다.
따라서, $m = -2,\ M = 1$
$\therefore M + m = -1$

**11.** 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f(2x-1)=0$의 두 근의 합은?




① $-1$　　② $0$　　③ $1$

④ $2$　　⑤ $3$

해설

$y=f(x)$의 그래프와 $x$축의 교점의 $x$좌표가 $-1,\ 3$이므로
$f(x)=a(x+1)(x-3)\ (a>0)$으로 놓을 수 있다.
이때, $f(2x-1)=a(2x-1+1)(2x-1-3)=4ax(x-2)$이므로
$f(2x-1)=0$에서
$4ax(x-2)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=2$
따라서 두 근의 합은 2이다.

**12.** $y = x^2 + (m-1)x + m$ , $y = x$ 를 동시에 만족하는 $(x,\ y)$가 없도록 하는 실수 $m$ 의 값의 범위는?

① $4 - 2\sqrt{2} \le m \le 4 + 2\sqrt{2}$

② $4 - 2\sqrt{3} < m < 4 + 2\sqrt{3}$

③ $2 - 2\sqrt{3} < m < 2 + 2\sqrt{3}$

④ $m \le 4 - 2\sqrt{2}$ 또는 $m \ge 4 + 2\sqrt{2}$

⑤ $m < 4 - 2\sqrt{3}$또는 $m > 4 + 2\sqrt{3}$

해설

두 함수 $y = x^2 + (m-1)x + m,\ y = x$의 그래프는 교점이 없어야 한다.

$x^2 + (m-1)x + m = x,$

$x^2 + (m-2)x + m = 0$에서

$D = (m-2)^2 - 4m < 0$

$m^2 - 8m + 4 < 0$

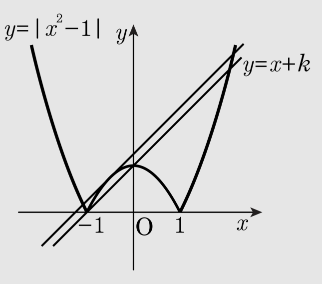
$\therefore 4 - 2\sqrt{3} < m < 4 + 2\sqrt{3}$

**13.** $x$에 관한 방정식 $|x^2-1|-x-k=0$이 서로 다른 네 개의 실근을 가질 때, $k$의 값의 범위를 구하면?

① $1<k<\frac{5}{4}$　② $1 \le k \le \frac{5}{4}$　③ $-5<k<-\frac{5}{4}$
④ $k<1,\ k>\frac{5}{4}$　⑤ $\frac{4}{5}<k<1$

해설

$|x^2-1|-x-k=0$을 변형하여 분리하면
$|x^2-1|=x+k$, $y=|x^2-1|$, $y=x+k$
이 두 함수가 4개의 교점을 가지려면
다음그림과 같아야 한다.




$y=-x^2+1$, $y=x+k$가
두 점에서 만나야하므로
$x^2+x+k-1=0$의 판별식 $D>0$이어야 한다.

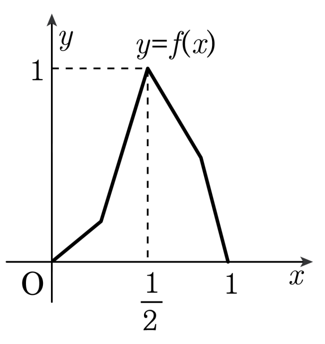
$D=1-4k+4>0$　$\therefore\ k<\frac{5}{4}$

또, 직선 $y=x+k$는 점 $(-1,0)$을 지나는 직선 위에 존재해야 하므로

$0<-1+k$　$\therefore\ k>1$

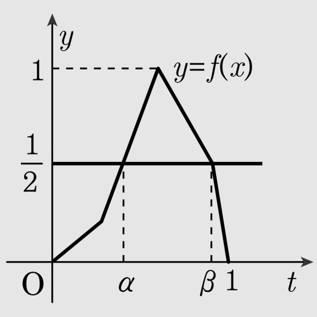
$\therefore\ 1<k<\frac{5}{4}$

**14.** 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $0 \le x \le 1$ 을 만족하는 방정식 $f(f(x))=\frac{1}{2}$ 의 실근의 개수는?




① 1 개　　② 2 개　　③ 3 개　　④ 4 개　　⑤ 5 개

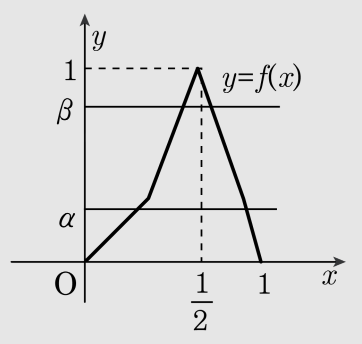
해설




$f(x)=t$ 라 하면

$f(f(x))=\frac{1}{2} \Leftrightarrow f(t)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow t=\alpha,\ \beta$

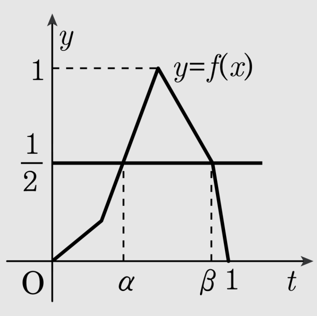
$\left(0<\alpha<\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}<\beta<1\right)$

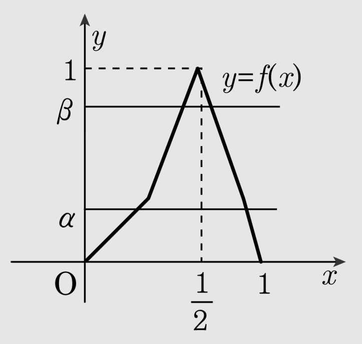



ⅰ) $t=\alpha$ 일 때, $f(x)=\alpha$ 를 만족하는 $x$ 는 두 개

ⅱ) $t=\beta$ 일 때, $f(x)=\beta$ 를 만족하는 $x$ 는

두 개 방정식 $f(f(x))=\frac{1}{2}$ 의 실근의 개수는 4 개이다.



**15.** $-1 \le x \le 1$ 에서 함수 $y = (x^2 + 2x)^2 - 4(x^2 + 2x) + 2$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 1　　② 3　　③ 5　　④ 7　　⑤ 9

해설

$x^2 + 2x = t$ 로 놓으면, $t = (x+1)^2 - 1$ 이므로
$-1 \le x \le 1$ 에서 $-1 \le t \le 3$
이 때, 주어진 함수는 $y = t^2 - 4t + 2 = (t-2)^2 - 2$
즉, $t = 2$ 일 때, $y$ 의 최솟값은 $-2$ 이고,
$t = -1$ 일 때, $y$ 의 최댓값은 7 이다.
따라서 최댓값과 최솟값의 합은 5 이다.