1. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{16} = \pm\sqrt{4}$
② $\sqrt{81}$ 의 제곱근은 ± 3 이다.
③ 9 의 제곱근은 3 이다.
④ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$
⑤ 모든 양수의 제곱근은 2 개이다.

해설
① $\sqrt{16} = 4$
③ 9 의 제곱근은 ± 3

2. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $(\sqrt{a})^2 = -a$　② $(-\sqrt{a})^2 = a$　③ $-\sqrt{a^2} = a$

④ $\sqrt{(-a)^2} = -a$　⑤ $-\sqrt{(-a)^2} = a$

해설

① $(\sqrt{a})^2 = a$
③ $-\sqrt{a^2} = -a$
④ $\sqrt{(-a)^2} = a$
⑤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

3. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 양수의 제곱근은 2 개이다.

② 0 의 제곱근은 0 이다.

③ 제곱근 4 는 ±2 이다.

④ 음수의 제곱근은 음수이다.

⑤ 2 의 음의 제곱근은 $-\sqrt{2}$ 이다.

해설

① $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$, 즉 2 개다.
② 0 의 제곱근, 즉 제곱해서 0 이 되는 수는 0 한 개뿐이다.
③ (제곱근 4) $= \sqrt{4} = 2$
④ 음수의 제곱근은 없다.
⑤ 2 의 제곱근은 $\pm\sqrt{2}$, 음의 제곱근은 $-\sqrt{2}$

4. $(-4)^2$ 의 양의 제곱근을 a, $\sqrt{81}$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -12$

해설

$(-4)^2 = 16 = (\pm 4)^2$

$\therefore\ a = +4$

$\sqrt{81} = 9 = (\pm 3)^2$

$\therefore\ b = -3$

$\therefore\ ab = (+4) \times (-3) = -12$

5. $\sqrt{81}$ 의 양의 제곱근을 a , $(-4)^2$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, $a-b$ 의 값은?

① -7 ② -1 ③ 1 ④ 7 ⑤ 13

해설

$\sqrt{81}=9$ 의 제곱근은 ± 3 이므로 양의 제곱근 $a=3$
$(-4)^2=16$ 의 제곱근은 ± 4 이므로 음의 제곱근 $b=-4$
$\therefore\ a-b=3-(-4)=7$

6. 가로, 세로의 길이가 각각 2cm, 7cm 인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{14}$

해설

(직사각형의 넓이) $= 2 \times 7 = 14(\mathrm{cm}^2)$ 이고,
이 값과 같게 정사각형의 넓이도
$14\mathrm{cm}^2$ 가 되어야 하므로
$x^2 = 14$
$\therefore x = \sqrt{14} (\because x > 0)$

7. $a < 0$ 일 때, 다음을 근호 없이 나타낸 것 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.

㉠ $\sqrt{a^2} = -a$	㉡ $-\sqrt{(3a)^2} = -3a$
㉢ $-\sqrt{4a^2} = 2a$	㉣ $-\sqrt{(-5a)^2} = -5a$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $-\sqrt{(3a)^2} = -\sqrt{9a^2} = -3|a| = 3a$

㉣ $-\sqrt{(-5a)^2} = -\sqrt{25a^2} = -5|a| = 5a$

8. 다음 중 바르지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $\sqrt{\dfrac{1}{64}} = \dfrac{1}{8}$　　② $-\sqrt{\dfrac{64}{121}} = -\dfrac{8}{11}$

③ $\sqrt{(0.\dot{4})} = \dfrac{2}{3}$　　④ $\sqrt{0.01} = 0.0001$

⑤ $-\sqrt{49} = -7$

해설

$\sqrt{0.01} = 0.1$

9. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ 0 의 제곱근은 0 뿐이다.
㉡ 음수의 제곱근은 1 개이다.
㉢ 제곱근은 항상 무리수이다.
㉣ $\sqrt{(-81)^2}$ 의 제곱근은 ±9 이다.
㉤ $-\sqrt{a}$ 는 $-a$ 의 음의 제곱근이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ 음수의 제곱근은 없다.
㉢ 제곱근은 무리수일 수도 있고 유리수일 수도 있다.
㉤ $-\sqrt{a}$ 는 a 의 음의 제곱근이다.

10. 다음 중 옳은 것은?

① $a < 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = a$

② $a < b$ 이면 $\sqrt{(a-b)^2} = a - b$

③ 음수의 제곱근은 음수이다.

④ 0 의 제곱근은 0 이다.

⑤ $\sqrt{(-5)^2} = -5$

해설

① $a < 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = -a$

② $a < b$ 이면 $\sqrt{(a-b)^2} = -(a-b) = b - a$

③ 음수의 제곱근은 없다.

⑤ $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$

11. $a<0$ 일 때, $\sqrt{(-6a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-36a^2$　② $-6a$　③ $6a$
④ $6a^2$　⑤ $36a^2$

해설
$-6a>0$ 이므로 $\sqrt{(-6a)^2}=-6a$

12. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{10}$ 은 $\sqrt{2}$ 의 5 배이다.

② 25 의 제곱근은 5 이다.

③ $-\sqrt{(-3)^2}$ 은 -3 이다.

④ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 4 이다.

⑤ -8 의 음의 제곱근은 $-\sqrt{8}$ 이다.

해설

① $\sqrt{10}$ 은 $\sqrt{2}$ 의 $\sqrt{5}$ 배이다.
② 25 의 제곱근은 ± 5 이다.
④ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.
⑤ 음수의 제곱근은 없다.

13. $\sqrt{135 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 825

해설

$135 = 3^3 \times 5 = 3^2 \times 15$
$\sqrt{135 \times a}$ 가 자연수가 되려면
$a = 15 \times$ (제곱수) 이어야 한다.
$15 \times 4 = 60,\ 15 \times 9 = 135,\ \ldots$
$15 \times 49 = 735,\ 15 \times 64 = 960$
$\therefore\ 960 - 135 = 825$

14. 다음 식이 모두 자연수가 되게 하는 자연수 x의 최솟값을 구하고 그 자연수 y 를 각각 구하여라.

	자연수 x의 최솟값	y
$y = \sqrt{270x}$	㉠	㉡
$n = \sqrt{\frac{120}{x}}$	㉢	㉣

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠$= 30$

▷ 정답 : ㉡$= 90$

▷ 정답 : ㉢$= 30$

▷ 정답 : ㉣$= 2$

해설

㉠ $270x = 2 \times 3^3 \times 5 \times x$ 이므로 $x = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.
㉡ 따라서 $y = \sqrt{270 \times 30} = 90$ 이다.
㉢ $\frac{120}{x} = \frac{2^3 \times 3 \times 5}{x}$ 이므로 $x = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.
㉣ 따라서 $y = \sqrt{\frac{120}{30}} = 2$ 이다.

15. $\sqrt{\dfrac{32}{3}x}$ 가 자연수가 되기 위한 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

$\sqrt{\dfrac{32}{3}x} = \sqrt{\dfrac{2^4 \times 2}{3}x}$ 이므로 $x = \dfrac{3}{2} \times k^2$

$k = 1$ 일 때, $x = \dfrac{3}{2}$

$k = 2$ 일 때, $x = 6$

$k = 3$ 일 때, $x = \dfrac{27}{2}$

$k = 4$ 일 때, $x = 24$

$k = 5$ 일 때, $x = \dfrac{75}{2}$

$k = 6$ 일 때, $x = 54$

$k = 7$ 일 때, $x = \dfrac{147}{2}$

$k = 8$ 일 때, $x = 96$

$k = 9$ 일 때, $x = \dfrac{243}{2}$

x 는 가장 큰 두 자리의 자연수이므로 96 이다.

16. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

① a^2　② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$　③ $\sqrt{a}$
④ $\sqrt{(-a)^2}$　⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1$ 일 때 $a = \frac{1}{4}$ 라 하면

① $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \sqrt{16} = 4$

③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

17. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 중 그 값이 가장 큰 것은?

① $-x^2$ ② $-x$ ③ $\frac{1}{\sqrt{x}}$ ④ $-\frac{1}{x}$ ⑤ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 ④이 답이다.

18. 다음 수 중 가장 작은 수를 x, 가장 큰 수를 y 라고 할 때 x^2+y^2 의 값을 구하여라.

보기

$\sqrt{5}, -\sqrt{2}, \frac{\sqrt{7}}{2}, \sqrt{6}, -\sqrt{\frac{3}{4}}$

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

가장 큰 수는 $\sqrt{6}$
가장 작은 수는 $-\sqrt{2}$
$\therefore x^2+y^2=(-\sqrt{2})^2+(\sqrt{6})^2=2+6=8$

19. $\sqrt{3x-1} \le 2$ 일 때, 만족하는 정수 x 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 1 개

해설

$\sqrt{3x-1} \le 2$, $0 \le 3x-1 \le 4$, $\frac{1}{3} \le x \le \frac{5}{3}$

따라서, 만족하는 정수 x 의 값은 1 의 1 개뿐이다.

20. $15 < \sqrt{6x^3} < 20$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$225 < 6x^3 < 400$ 이므로

$37.5 < x^3 < \frac{200}{3} \doteqdot 66.6$

$3^3 = 27,\ 4^3 = 64,\ 5^3 = 125$

$\therefore\ x = 4$

21. $\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$ 를 만족하는 순서쌍 $(a,\ b)$ 는 모두 몇 개인가? (단, a, b 는 자연수)

① 7개 ② 10개 ③ 11개 ④ 13개 ⑤ 15개

해설

$\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$

$7 < 2a+3b < 15$

$b=1$ 일 때, $a=3,4,5$

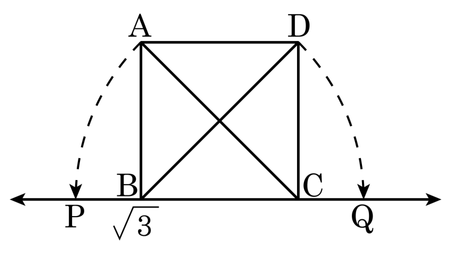
$b=2$ 일 때, $a=1,2,3,4$

$b=3$ 일 때, $a=1,2$

$b=4$ 일 때, $a=1$

$\therefore$ 10개

22. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형이고, B($\sqrt{3}$) 이다. 이 때, 점 P의 좌표를 구하면?



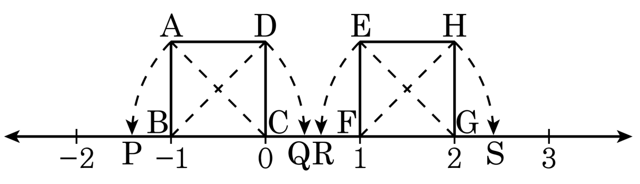
① $2\sqrt{3}$ ② $-1+2\sqrt{2}$ ③ $-1+2\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ⑤ $1+\sqrt{3}-\sqrt{2}$

해설

정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 점 C 의 좌표는 C($\sqrt{3}+1$) 이다.
정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 대각선 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.
따라서 점 P 의 좌표는 P($\sqrt{3}+1-\sqrt{2}$) 이다.

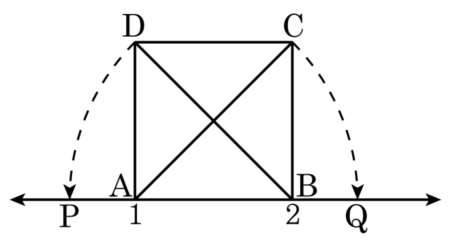
23. 다음 수직선 위의 점 P, Q, R, S 중에서 $-\sqrt{2}$ 에 대응하는 점은?



① P ② Q ③ R
④ S ⑤ 답이 없다.

해설
대각선의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로 0 에서 대각선의 길이만큼 왼쪽으로 간 지점이 $-\sqrt{2}$ 이다.

24. 수직선 위의 점 A(1) 에서 B(2) 까지의 거리를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 를 그렸다. $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BP}}$, $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AQ}}$ 인 점 P, Q 를 수직선 위에 잡을 때, P(a), Q(b) 에 대하여 $a-2b$ 의 값은?

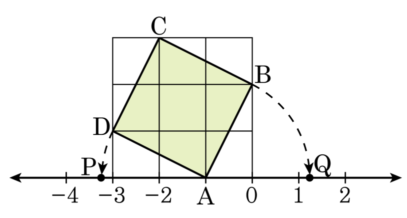


① $-3\sqrt{2}$　② $-2\sqrt{2}$　③ 0

④ $\sqrt{2}$　⑤ 4

> 해설
>
> Q$(1+\sqrt{2})$, P$(2-\sqrt{2})$
>
> $\therefore\ a-2b=(2-\sqrt{2})-2(1+\sqrt{2})=-3\sqrt{2}$ 이다.

25. 정사각형 ABCD 가 다음 그림과 같을 때, 수직선 위의 점 P, Q 에 대응하는 좌표를 각각 p, q 라 할 때, $p-q$ 의 값이 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



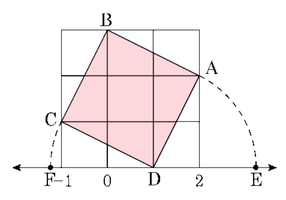
▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=3$

해설

□ABCD 의 면적이 5 이므로 □ABCD 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 이다.
$p=-1-\sqrt{5}$, $q=-1+\sqrt{5}$
$\therefore\ p-q=-1-\sqrt{5}+1-\sqrt{5}=-2\sqrt{5}$ 이므로
$a+b=3$ 이다.

26. 다음 수직선에서 정사각형 ABCD 의 넓이는 5 이다. 점 D 의 좌표는 1 , $\overline{AD} = \overline{DE}$, $\overline{CD} = \overline{DF}$ 일 때, 점 E 와 점 F 의 좌표를 각각 a, b 라고 한다. 이때, $a - b$ 의 값을 구하여라.



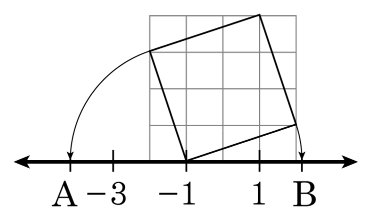
▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{5}$

해설

$E(1+\sqrt{5}) = a$
$F(1-\sqrt{5}) = b$
$\therefore a - b = (1+\sqrt{5}) - (1-\sqrt{5}) = 2\sqrt{5}$

27. 다음 수직선에서 점 A , 점 B 의 좌표를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

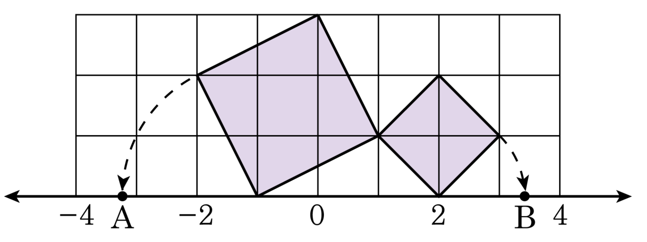
▷ 정답 : 점 A : $-1-\sqrt{10}$

▷ 정답 : 점 B : $-1+\sqrt{10}$

해설

내부의 기울어진 정사각형의 넓이가 10 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$

28. 다음 수직선에서 두 점 A, B 에 대응하는 점을 각각 바르게 나타낸 것은?



① A $\left(-1-\sqrt{5}\right)$, B $\left(2-\sqrt{2}\right)$

② A $\left(-1+\sqrt{5}\right)$, B $\left(2+\sqrt{2}\right)$

③ A $\left(-1-\sqrt{5}\right)$, B $\left(2+\sqrt{2}\right)$

④ A $\left(-1+\sqrt{5}\right)$, B $\left(2-\sqrt{2}\right)$

⑤ A $\left(-1-\sqrt{7}\right)$, B $\left(2+\sqrt{2}\right)$

해설

(큰 정사각형의 넓이)$= 3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$

(한 변의 길이)$=\sqrt{5}$

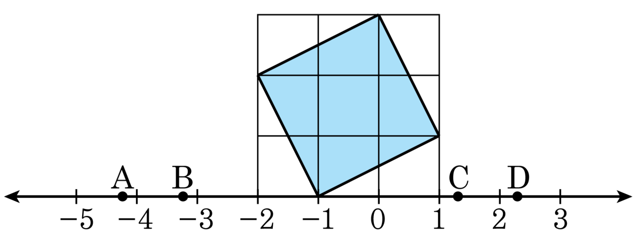
$\therefore$ A$(-1-\sqrt{5})$

(작은 정사각형의 넓이)$=2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=2$

한 변의 길이$=\sqrt{2}$

$\therefore$ B$(2+\sqrt{2})$

29. 다음 수직선 위에서 무리수 $-1-\sqrt{5}$ 에 대응하는 점은?



① A　　② B　　③ C

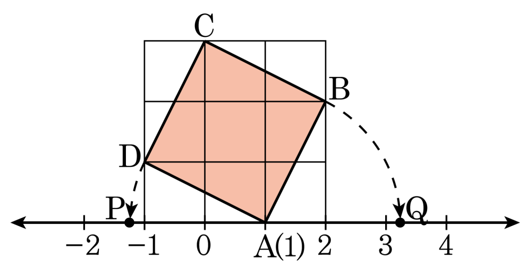
④ D　　⑤ 알 수 없다.

해설

$-3 < -\sqrt{5} < -2$

$-4 < -1 - \sqrt{5} < -3$

30. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이다. 점 P, Q 의 좌표를 각각 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?



① -4 ② 2 ③ $2\sqrt{5}$
④ $1-\sqrt{5}$ ⑤ $1+\sqrt{5}$

해설

□ABCD 의 넓이는 (큰 정사각형 넓이)-(삼각형 네 개의 넓이의 합)

□ABCD 의 넓이는 $9-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times2\right)=5$

$\therefore$ □ABCD 의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$

$\overline{AD}=\overline{AP}=\sqrt{5}$, $\overline{AB}=\overline{AQ}=\sqrt{5}$

점 P 는 A(1) 보다 $\sqrt{5}$ 만큼 작은 수, 점 Q 는 A(1) 보다 $\sqrt{5}$ 만큼 큰 수

$a=1-\sqrt{5}$, $b=1+\sqrt{5}$

$\therefore$ $a+b=2$

31. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

> ㉠ 수직선에 나타낼 수 없는 무리수도 있다.
> ㉡ $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.
> ㉢ 수직선은 유리수와 무리수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다.
> ㉣ 수직선 위에서 오른쪽에 있는 실수가 왼쪽에 있는 실수보다 크다.
> ㉤ 수직선 위에는 유리수에 대응하는 점들만 있는 것이 아니고 무리수에 대응하는 점들도 있다.
> ㉥ 서로 다른 두 무리수의 합은 반드시 무리수이다.
> ㉦ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이다.

① 7 개　② 6 개　③ 5 개　④ 4 개　⑤ 3 개

해설

㉠ 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
㉡ $1 < \sqrt{2} < 2$이므로 $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 $-1, 0, 1$ 의 3 개의 정수가 있다.
㉥ $(\sqrt{2}) + (-\sqrt{2}) = 0$은 유리수이다.

32. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.
② 서로 다른 두 유리수 사이에는 유한 개의 무리수가 있다.
③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.
④ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.
⑤ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.

해설
서로 다른 두 유리수나 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.

33. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.

② $\sqrt{4}$와 $\sqrt{9}$ 사이에는 정수가 존재하지 않는다.

③ 1과 4사이에는 무리수로 수직선을 모두 메울 수 있다.

④ $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.

⑤ π는 3과 4 사이에 존재하는 무리수이다.

해설

① ○ 1과 2사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
② 2 와 3 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
③ 1 과 4 사이에는 유리수도 존재하므로 무리수로 수직선을 모두 메울수는 없다
④ ○ $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무한한 유리수가 존재한다.
⑤ π 는 $3.14\cdots$ 인 무리수이므로 3과 4사이에 존재한다.