

1. $a < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

② $-\sqrt{-a^2} = -a$

③ $-\sqrt{a^2} = -a$

④ $\sqrt{(-a)^2} = -a$

⑤ $\sqrt{a^2} = a$

해설

$a < 0$ 인 경우, $\sqrt{a^2} = -a$ 이다.

① $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -(-a) = a$

② 음수의 제곱근은 존재하지 않는다.

③ a

⑤ $-a$

2. 다음 보기 중 옳은 것은?

보기

㉠ $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근을 x 라고 하면 $x^2 = a$ 이다.

㉡ 제곱근 9 와 9 의 제곱근은 서로 같다.

㉢ $\sqrt{(-7)^2} + (-\sqrt{3})^2 = 10$

㉣ $\sqrt{20}$ 은 $\sqrt{5}$ 의 4배이다.

㉤ -7 은 49 의 제곱근이다.

㉥ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = -a$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

해설

㉡ 제곱근 9 는 $\sqrt{9} = 3$ 이고, 9 의 제곱근은 ± 3 이다.

㉣ $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ 이므로 $\sqrt{5}$ 의 2 배이다.

3. $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : a

해설

$$-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -|a| = a$$

4. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0

② $2a$

③ $a - b$

④ $2b$

⑤ $a + b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.

$a - b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$

$b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$

따라서

$$\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$$

$$= -a + b - (-a) + b$$

$$= 2b$$

5. $a > 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-a)^2} + (-\sqrt{a})^2 + \sqrt{a^2} - \sqrt{a^2}$ 일 때, $\sqrt{A}$ 의 값은?

① $-3a$

② $-2a$

③ a

④ $\sqrt{2a}$

⑤ $\sqrt{3a}$

해설

$$A = |-a| + a + |a| - |a| = 2a$$

$$\sqrt{A} = \sqrt{2a}$$

6. $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{25a^2} \div (\sqrt{-3a})^2 \times \sqrt{(-\frac{1}{4}a)^2} \times (\sqrt{0.2a})^2$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{a^2}{12}$

해설

$$\begin{aligned}& -\sqrt{25a^2} \div (\sqrt{-3a})^2 \times \sqrt{(-\frac{1}{4}a)^2} \times (\sqrt{0.2a})^2 \\&= -|5a| \div |3a| \times |\frac{1}{4}a| \times |\frac{1}{5}a| \\&= -5a \times \frac{1}{3a} \times \frac{1}{4}a \times \frac{1}{5}a \\&= -\frac{a^2}{12}\end{aligned}$$

7. $\sqrt{135 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 825

해설

$$135 = 3^3 \times 5 = 3^2 \times 15$$

$\sqrt{135 \times a}$ 가 자연수가 되려면

$a = 15 \times (\text{제곱수})$ 이어야 한다.

$$15 \times 4 = 60, 15 \times 9 = 135, \dots$$

$$15 \times 49 = 735, 15 \times 64 = 960$$

$$\therefore 960 - 135 = 825$$

8. $\sqrt{180x}$ 가 양의 정수가 되도록 하는 가장 작은 두 자리의 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 20$

해설

$180x = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times x$ 이고,
 x 는 가장 작은 두 자리의 자연수이므로
 $x = 2^2 \times 5 = 20$ 이다.

9. 다음 주어진 식이 자연수 n 이 되도록 하는 m 의 최솟값을 차례대로 구하여라.

	자연수 m 의 최솟값	n
$n = \sqrt{65m}$	㉠	
$n = \sqrt{75m}$	㉡	
$n = \sqrt{\frac{80}{m}}$	㉢	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ : 65

▷ 정답 : ㉡ : 3

▷ 정답 : ㉢ : 5

해설

㉠ $65m = 5 \times 13 \times m$ 이므로 $m = 5 \times 13 = 65$ 이고 $n = \sqrt{65 \times 65} = 65$ 이다.

㉡ $75m = 3 \times 5^2 \times m$ 이므로 $m = 3$ 이고
 $n = \sqrt{75 \times 3} = 15$ 이다.

㉢ $\frac{80}{m} = \frac{2^4 \times 5}{m}$ 이므로 $m = 5$ 이고 $n = \sqrt{\frac{80}{5}} = 4$ 이다.

10. n 이 자연수이고 $1 < n < 30$ 일 때, $\sqrt{4n}$ 이 자연수가 되도록 하는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

$4n = 2^2 \times n$ 이므로

$n = 2^2, 3^2, 2^4, 5^2, 2^2 \times 3^2 \dots$ 이 있다.

$1 < n < 30$ 라고 하였으므로,

$n = 2^2, 3^2, 2^4, 5^2$ 4개이다.

11. $\sqrt{126x}$ 가 정수가 되기 위한 자연수 x 의 값 중에서 두 번째로 작은 수의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 56

해설

$$\sqrt{126x} = \sqrt{2 \times 3 \times 3 \times 7 \times x}$$

$$x = 14a^2$$

$$a = 2 \text{ 일 때, } x = 14 \times 2^2$$

$$\therefore x = 56$$

12. a 가 120과 210 사이의 수일 때, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}}$ 가 정수가 되도록 하는 a 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 147

▷ 정답 : 192

해설

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}} = b$ (b 는 정수) 이므로 $a = 3b^2$ 의 꼴이면 된다.

$$120 < 3b^2 < 210$$

$$40 < b^2 < 70$$

$$b = 7, 8$$

$$\therefore a = 3 \times 7 \times 7 = 147 \text{ 또는 } a = 3 \times 8 \times 8 = 192$$

13. 부등식 $\frac{1}{2} < \sqrt{9x} < 5$ 를 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{1}{2} < \sqrt{9x} < 5 \Rightarrow \frac{1}{6} < \sqrt{x} < \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{36} < x < \frac{25}{9} \therefore x = 1, 2$$

14. $\sqrt{30} < x < \sqrt{50}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 6$

▷ 정답 : $x = 7$

해설

$$6 = \sqrt{36}, 7 = \sqrt{49}$$

15. $4.6 < \sqrt{x} < 5.1$ 을 만족하는 자연수 x 의 값에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 4$

해설

$$\begin{aligned} 4.6 &= \sqrt{21.16}, \quad 5.1 = \sqrt{26.01}, \\ \sqrt{21.16} &< \sqrt{x} < \sqrt{26.01} \text{ 을 만족하는} \\ x &= 22, 23, 24, 25, 26 \\ a &= 26, \quad b = 22 \\ \therefore a - b &= 26 - 22 = 4 \end{aligned}$$

16. $\sqrt{3x-1} \leq 2$ 일 때, 만족하는 정수 x 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1 개

해설

$$\sqrt{3x-1} \leq 2, 0 \leq 3x-1 \leq 4, \frac{1}{3} \leq x \leq \frac{5}{3}$$

따라서, 만족하는 정수 x 의 값은 1 의 1 개 뿐이다.

17. $13 < \sqrt{7x^3} < 15$ 를 만족하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$13 < \sqrt{7x^3} < 15$$

$$169 < 7x^3 < 225$$

$$24.\times\times < x^3 < 32.\times\times$$

$$x^3 = 27$$

$$\therefore x = 3$$

18. 부등식 $\sqrt{7} \leq x < 3\sqrt{6}$ 을 만족하는 짝수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 6

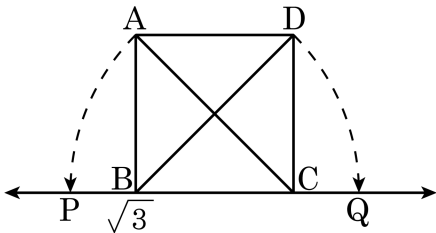
해설

$\sqrt{7} \leq x < 3\sqrt{6}$ 이므로 $7 \leq x^2 < 54$

따라서 $x = 3, 4, 5, 6, 7$ 이다.

그러므로 이를 만족하는 짝수는 4, 6이다.

19. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형이고, B($\sqrt{3}$) 이다. 이 때, 점 P의 좌표를 구하면?



① $2\sqrt{3}$

② $-1 + 2\sqrt{2}$

③ $-1 + 2\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{3} - \sqrt{2}$

⑤ $1 + \sqrt{3} - \sqrt{2}$

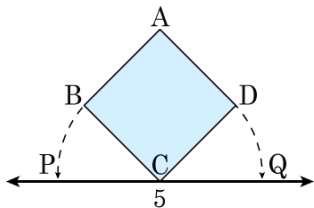
해설

정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 점 C 의 좌표는 $C(\sqrt{3} + 1)$ 이다.

정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 대각선 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.

따라서 점 P 의 좌표는 $P(\sqrt{3} + 1 - \sqrt{2})$ 이다.

20. 다음과 같은 정사각형이 있을 때, $\overline{AC}$ 의 길이는 6cm이다. 이 때, 점 P와 점 Q의 좌표를 각각 구하여라.



다음과 같은 정사각형이 있을 때, $\overline{AC}$ 의 길이는 6cm이다. 이 때, 점 P와 점 Q의 좌표를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

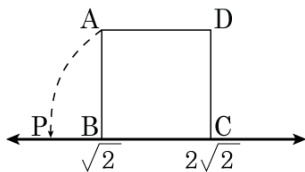
▷ 정답 : $P(5 - 3\sqrt{2})$

▷ 정답 : $Q(5 + 3\sqrt{2})$

해설

$\overline{AC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{CD} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.
 그러므로 $P(5 - 3\sqrt{2})$, $Q(5 + 3\sqrt{2})$ 이다.

21. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 한 변의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 정사각형이고, $\overline{AC} = \overline{PC}$ 일 때, P의 좌표를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $P(2\sqrt{2} - 2)$

해설

한 변의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 정사각형의 대각선의 길이는 2이다.
 그러므로 P의 좌표는 $C(2\sqrt{2})$ 에서 왼쪽으로 2만큼 이동한 점이므로 $(2\sqrt{2} - 2)$ 이다.

22. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ 수직선에 나타낼 수 없는 무리수도 있다.
- ㉡ $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.
- ㉢ 수직선은 유리수와 무리수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다.
- ㉣ 수직선 위에서 오른쪽에 있는 실수가 왼쪽에 있는 실수보다 크다.
- ㉤ 수직선 위에는 유리수에 대응하는 점들만 있는 것이 아니고 무리수에 대응하는 점들도 있다.
- ㉥ 서로 다른 두 무리수의 합은 반드시 무리수이다.
- ㉦ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이다.

① 7 개 ② 6 개 ③ 5 개 ④ 4 개 ⑤ 3 개

해설

- ㉠ 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ㉡ $1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 $-1, 0, 1$ 의 3 개의 정수가 있다.
- ㉥ $(\sqrt{2}) + (-\sqrt{2}) = 0$ 은 유리수이다.

23. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢ 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.
- ㉣ -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.
- ㉤ 1과 2사이에는 2개의 무리수가 있다.
- ㉥ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

- ㉠. ○ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡. ○ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢. × 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.(유리수에 대응하는 점을 메울 수 없다.)
- ㉣. × -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.(-1, 0, 1 3개가 있다.)
- ㉤. × 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.(무수히 많은 무리수가 있다.)
- ㉥. × $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.($\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 자연수가 없다.)

24. -5 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 무수히 많은 실수가 있다.
- ② 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ 무수히 많은 유리수가 있다
- ④ 자연수가 2 개 있다.
- ⑤ 정수가 6 개 있다.

해설

$\sqrt{5} \approx 2.23..$ 이므로
 -5 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$ 의 7 개의 정수가 있다.

25. 다음 세 수의 크기를 비교하여라.

$$a = 3\sqrt{3}, \quad b = 3\sqrt{5} + \sqrt{3}, \quad c = 4\sqrt{3} - \sqrt{5}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $c < a < b$

해설

각각의 수에 대하여

$$a - b = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{5} = \sqrt{12} - \sqrt{45} < 0 \text{ 이므로} \\ a < b$$

$$b - c = 3\sqrt{5} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{3} = \sqrt{80} - \sqrt{27} \\ > 0 \text{ 이므로 } b > c$$

$$a - c = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{5} - \sqrt{3} > 0 \text{ 이므로 } a > c$$

따라서 a, b, c 의 대소 관계를 나타내면 $c < a < b$ 이다.

26. 다음 수를 수직선 위에 나타낼 때, 오른쪽에서 두 번째에 위치하는 수를 찾아라.

$$\sqrt{5} + 3, -\sqrt{6} - \sqrt{2}, -\sqrt{5}, \sqrt{6} + \sqrt{5}, 2 + \sqrt{5}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{6} + \sqrt{5}$

해설

$3 + \sqrt{5} - (\sqrt{6} + \sqrt{5}) = 3 - \sqrt{6} > 0$ 이므로 $3 + \sqrt{5} > \sqrt{6} + \sqrt{5}$
 $\sqrt{6} + \sqrt{5} - (2 + \sqrt{5}) = \sqrt{6} - 2 > 0$ 이므로 $\sqrt{6} + \sqrt{5} > 2 + \sqrt{5}$
따라서 두 번째로 큰 수는 $\sqrt{6} + \sqrt{5}$ 이다.

27. 세 수 $A = \sqrt{12} + \sqrt{6}$, $B = \sqrt{11} + \sqrt{7}$, $C = \sqrt{10} + \sqrt{8}$ 에 대하여 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{12} + \sqrt{6}$

해설

세 수에 대하여

$$A^2 = (\sqrt{12} + \sqrt{6})^2 = 18 + 2\sqrt{72}$$

$$B^2 = (\sqrt{11} + \sqrt{7})^2 = 18 + 2\sqrt{77}$$

$$C^2 = (\sqrt{10} + \sqrt{8})^2 = 18 + 2\sqrt{80}$$

$A^2 < B^2 < C^2$ 에서

A, B, C 가 모두 양수이므로 $A < B < C$ 이다.

따라서 가장 작은 수는 $\sqrt{12} + \sqrt{6}$ 이다.