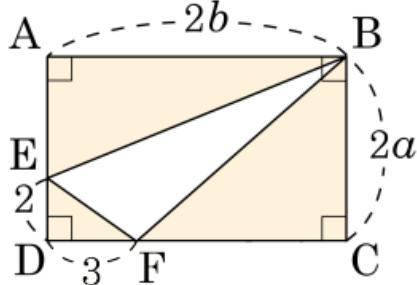


1. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 a , b 의 식으로 나타내어라.



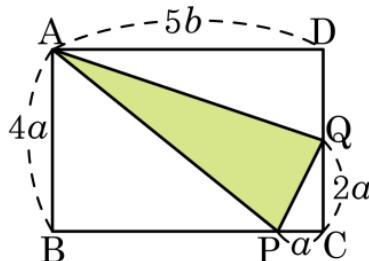
▶ 답:

▶ 정답: $4ab - 3a - 2b + 3$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times 3 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2b \times (2a - 2) + \frac{1}{2} \times 2a \times (2b - 3) \\ &= 3 + 2ab - 2b + 2ab - 3a = 4ab - 3a - 2b + 3 \end{aligned}$$

2. 다음 그림과 같이 직사각형의 두 변 위에 각각 점 P, Q를 잡을 때, $\triangle APQ$ 의 넓이는?



- ① $a^2 + ab$ ② $a^2 + 2ab$ ③ $a^2 + 3ab$
 ④ $a^2 + 4ab$ ⑤ $a^2 + 5ab$

해설

$$\triangle ABP = \frac{1}{2} \times (5b - a) \times 4a = 2a(5b - a) = 10ab - 2a^2$$

$$\triangle ADQ = \frac{1}{2} \times 5b \times (4a - 2a) = \frac{1}{2} \times 5b \times 2a = 5ab$$

$$\triangle PCQ = \frac{1}{2} \times a \times 2a = a^2$$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle APQ &= \square ABCD - (\triangle ABP + \triangle ADQ + \triangle PCQ) \\&= 5b \times 4a - \{(10ab - 2a^2) + 5ab + a^2\} \\&= 20ab - (15ab - a^2) \\&= 20ab - 15ab + a^2 \\&= 5ab + a^2\end{aligned}$$

3. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + y = 3 & \cdots \textcircled{\text{L}} \\ 3x - y = -1 & \cdots \textcircled{\text{R}} \end{cases}$ 을 푸는데

$\textcircled{\text{R}}$ 식의 x 의 계수를 잘못 보고 풀어서 $x = 2$ 을 얻었다면, x 의 계수 3을 얼마로 잘못 보고 풀었는가?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

3을 a 로 잘못 보았다면 $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ ax - y = -1 \end{cases}$

이것을 풀면 $x = 2$, $y = -1$ 이므로 $2a + 1 = -1$, $a = -1$ 이다.
따라서 3을 -1로 잘못 보고 문제를 풀었다.

4. 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = 7 \\ bx - ay = -1 \end{cases}$ 에서 a , b 를 잘못 보고 바꾸어 놓고 풀었더니 $x = -1$, $y = 2$ 를 얻었다. 처음 주어진 연립방정식을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{11}{5}$ 또는 2.2

▷ 정답: $y = -\frac{2}{5}$ 또는 -0.4

해설

잘못된 식에 x , y 값을 대입하면

$$\begin{cases} bx + ay = 7 \\ ax - by = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a - b = 7 & \dots ① \\ -a - 2b = -1 & \dots ② \end{cases}$$

① + ② $\times 2$ 하면 $a = 3$, $b = -1$

$$\begin{cases} ax + by = 7 \\ bx - ay = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - y = 7 & \dots ③ \\ -x - 3y = -1 & \dots ④ \end{cases}$$

③ + ④ $\times 3$ 하면, $x = \frac{11}{5}$, $y = -\frac{2}{5}$

5. 자연수 a, b 에 대하여 $a + b > 0$, $ab > 0$ 이고 a, b 는 서로소이다.
이러한 조건을 만족시키는 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b} = 4 \cdot \dot{x} = \frac{120}{9y+z}$ 일 때,
 $x + 2y + 3z$ 의 값을 구하여라.(단, x, y, z 는 한자리 자연수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 35

해설

$$\frac{a}{b} = 4 \cdot \dot{x} = \frac{36+x}{9}$$

$\frac{a}{b} = \frac{36+x}{9} = \frac{120}{9y+z}$ 에서 x 가 한 자리의 자연수이므로

$$\frac{(36+x) \times 3}{9 \times 3} = \frac{108+3x}{27} = \frac{120}{9y+z}$$

$$108 + 3x = 120$$

$$\therefore x = 4$$

$$9y+z = 27$$

$$\therefore y = 2, z = 9$$

$$x + 2y + 3z = 4 + 4 + 27 = 35$$

6. $\frac{1378}{a}$ 를 순환소수로 나타내면 $0.\dot{2}7\dot{5}\dot{8}$ 이다. a 의 값은?

- ① 4991 ② 4992 ③ 4993 ④ 4994 ⑤ 4995

해설

$$0.\dot{2}7\dot{5}\dot{8} = \frac{2756}{9990} = \frac{1378}{4995} = \frac{1378}{a}$$

$$\therefore a = 4995$$

7. 배를 타고 강을 30km 거슬러 올라가는 데 3 시간, 내려오는 데 1 시간 30 분이 걸렸다고 한다. 이때 배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 할 때, 다음 중 x , y 를 구하기 위한 연립방정식으로 옳은 것은?
(정답 2 개)

①
$$\begin{cases} \frac{30}{x-y} = 3 \\ \frac{30}{x+y} = 1.5 \end{cases}$$

③
$$\begin{cases} 3(x+y) = 30 \\ 1.5(x+y) = 30 \end{cases}$$

⑤
$$\begin{cases} 3(x-y) = 30 \\ 1.5(x+y) = 30 \end{cases}$$

②
$$\begin{cases} \frac{30}{x+y} = 3 \\ \frac{30}{x-y} = 1.5 \end{cases}$$

④
$$\begin{cases} 3(x-y) = 30 \\ 1.5(x+y) = 30 \end{cases}$$

해설

배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 하면 거슬러 올라갈 때의 속력은 $x-y$,

내려올 때의 속력은 $x+y$ 이므로

$$\frac{30}{x-y} = 3 \quad \rightarrow \quad 3(x-y) = 30$$

$$\frac{30}{x+y} = 1.5 \quad \rightarrow \quad 1.5(x+y) = 30$$

8. 배를 타고 강을 8km 올라가는 데 40 분, 내려가는 데 20 분 걸렸다.
 이때 배의 속력을 x km/h, 강물의 속력을 y km/h 라고 할 때, 다음 중 x , y 를 구하기 위한 연립방정식으로 옳은 것은? (정답 2 개)

$$\textcircled{1} \quad \begin{cases} \frac{8}{x+y} = \frac{2}{3} \\ \frac{8}{x-y} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{cases} \frac{8}{x-y} = 40 \\ \frac{8}{x+y} = 20 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{cases} \frac{8}{x-y} = \frac{2}{3} \\ \frac{8}{x+y} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \quad \begin{cases} x+y = 12 \\ x-y = 24 \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \quad \begin{cases} x-y = 12 \\ x+y = 24 \end{cases}$$

해설

배의 속력을 x km/h, 강물의 속력을 y km/h 라고 하면 거슬러 올라갈 때의 속력은 $(x-y)$ km/h, 내려올 때의 속력은 $(x+y)$ km/h 이므로

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{8}{x-y} = \frac{2}{3} \\ \frac{8}{x+y} = \frac{1}{3} \end{array} \right. \quad \text{에서} \quad \left\{ \begin{array}{l} x-y = 12 \\ x+y = 24 \end{array} \right. \quad \text{의 관계식이 나온다.}$$

9. 연립방정식 $\begin{cases} y = mx + 3 \\ y = (2m - 1)x + 4 \end{cases}$ 을 만족하는 (x, y) 가 적어도 한 쌍 존재하기 위한 실수 m 의 값은?

- ① 모든 실수
- ② $m \neq 0$
- ③ $m \neq \frac{1}{2}$ 인 모든 수
- ④ $m \neq 1$ 인 모든 수
- ⑤ m 의 값이 없다.

해설

연립방정식은 두 방정식의 그래프가 평행한 직선이 아니면 해를 갖는다.

두 직선이 평행인 경우는 기울기가 같아야 하므로 $m = 2m - 1$ 에서 $m = 1$ (두 직선은 m 에 관계없이 y 절편이 다르므로 일치할 수 없다.)

따라서, 구하는 m 의 값은 $m \neq 1$ 인 모든 수

해설

두 식을 정리하면

$$mx - y + 3 = 0, (2m - 1)x - y + 4 = 0$$

적어도 한 쌍의 해를 가질 조건은

$$\frac{m}{2m - 1} \neq \frac{-1}{-1} \text{에서 } m \neq 1 \text{인 모든 수}$$

10. 연립방정식 $\begin{cases} a(x+2) + 2y = b \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

괄호를 풀어 정리하면

$$\begin{cases} ax + 2y = b - 2a \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\frac{a}{3} = \frac{2}{2} = \frac{b - 2a}{6}$$

$$\therefore a = 3$$

$$b - 6 = 6 \quad \therefore b = 12$$

$$\therefore a + b = 3 + 12 = 15$$